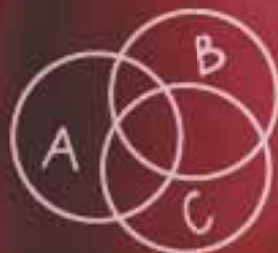
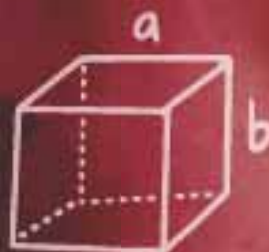


$$P = 6a^2$$



MATEMATİK

İLKOKUL YEDİNCİ
SINIF İÇİN

7

DERS KİTABI

$$3x + 4 = 6x + 1$$

$$3x - 6x = 1 - 4$$

$$-3x = -3$$

$$9^2 = 81$$



Dr. Valentina Gogovska | Snežana Ristovska

MATEMATİK

İLKOKUL YEDİNCİ
SINIF İÇİN

7

DERS KİTABI



MATEMATİK 7, ilkokul yedinci sınıf için ders kitabı

Yayınevi:

Yayıncılık, üretim, ticaret ve hizmetler şirketi ALBI Ltd. Şti. Üsküp

Editör:

Elena Stefanovska

Yazarlar:

Dr. Valentina Gogovska
Snežana Ristovska

Makedoncadan çeviri:

(„Математика 7, учебник за седмо одделение во основно образование, АЛБИ 2025“)
M-r Selsebil Karaağaç

Lektör:

Önder Özgürlü

Sanatsal ve grafik tasarım:

Public Diplomacy Skopje

Baskı:

POLISTERDEY Ltd. Şti. Üsküp

Baskı adedi:

800

Tüm hakları saklıdır. Bu kitabın hiçbir bölümü yayınevinin yazılı izni olmaksızın herhangi bir biçimde veya herhangi bir araçla – elektronik veya mekanik, fotokopi, kaydetme dâhil – çoğaltılamaz, aktarılmaz veya yeniden bulunmak üzere bir sistemde saklanamaz.

Bu ders kitabı, Kuzey Makedonya Cumhuriyeti Eğitim ve Bilim Bakanlığı'nın ilkokul 7. sınıf için MATEMATİK ders kitabının onayı ve kullanımı hakkındaki 26-913/1 sayılı ve 22.08.2025 tarihli kararı ile dokuz yıllık ilköğretimde kullanım için onaylanmıştır.

CIP - Каталогизација во публикација Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

373.3.016:51(075.3)=512.161

GOGOVSKA, Valentina

Matematik 7 : ilkokul yedinci sınıf için ders kitabı / Valentina Gogovska, Snežana Ristovska ; makedoncadan çeviri Selsebil Karaağaç. - Üsküp : ALBI, 2025. - 384 сrp. : ilustr. ; 195x265 мм

Превод на делото: Математика 7, учебник за седмо одделение во основно образование

ISBN 978-608-241-062-3

1. Ristovska, Snežana [автор]

a) Математика – Основно образование -- Учебници

COBISS.MK-ID 66842117

GİRİŞ

Sevgili öğrenci,

Yedinci sınıf için matematik adı verilen serüvene hoş geldin! Bu ders kitabı, seni sayıların, formüllerin ve problemlerin dünyasında yönlendiren rehberindir. Matematik kimi zaman zor görünebilir, fakat merak, çalışma ve çaba ile aynı zamanda hem ilginç hem de yararlı olduğunu keşfedeceksin.

Her ders seni adım adım yönlendirecek – hâlihazırda bildiklerini hatırlatarak ve bunları günlük hayattan örnekler ve alıştırmalarla yeni bilgilerle pekiştirerek. Seni mantığını, yaratıcılığını ve bağımsız düşünmeni geliştirecek meydan okumalar bekliyor. Hatalardan korkma – onlar öğrenmenin bir parçasıdır.

Bunun yanında, daha kolay ve daha ilgi çekici alıştırmalar için dijital araçları kullanma imkânın da olacak. Matematik sadece bir okul dersi değildir – o, düşünme ve dünyayı anlama biçimidir. Cesur ol, sorular sor ve bu matematik serüveninin tadını çıkar!

Sana başarı ve mutluluk diliyoruz.

Yazarlar ekibi

İçindekiler

Konu 1: Sayılar ve Sayılarla İşlemler

Kümelerle İşlemler	9
Kümelerde Kesişim ve Birleşim İşlemlerinin Özellikleri	16
Sıralı Çiftler Kümesi	21
Tam Sayılar	26
Karşılaştırma ve Sıralama	26
Mutlak Değer	31
Aynı veya Farklı İşaretili Tam Sayıların Toplanması	36
Tam Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri	42
$x + a = b$ Şeklindeki Denklemler, Tam Sayılarda Çıkarma İşlemi	46
Tam Sayılarla Çarpma	50
Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri	55
Tam Sayılarla Bölme İşlemi	59
Bir Sayısal İfadenin Değeri	63
Doğal Sayılı Üslü İfadeler	68
100'e Kadar Kareler ve Karekökler	73
Kesirlerin Karşılaştırılması	77
Periyodik Ondalık Sayılar	82
Bir Bütünün Parçalarını Kesirlerle ve Yüzdelele Anlatma, Hesaplama ve Karşılaştırma	86
Kesirlerde Toplama	90
Kesirlerde Çıkarma	94
Kesirlerde Çarpma	98
Kesirlerde Bölme	103
Farklı Ondalık Basamak Sayısına Sahip Ondalık Sayıların Toplanması ve Çıkartılması	108
Ondalık Sayılarda Çarpılma ve Bölme	112
Bir Bütünün Parçası ile Oran Arasındaki İlişki	117
Doğrudan Orantılılık Kavramının Gerçek Yaşamda Uygulanması	121

Konu 2: Geometri

Çember ve Daire	127
Çemberin Teğeti (Teğet Doğru)	133
Doğru Parçalarında Grafiksel Toplama ve Çıkarma	136
Paralel ve Dik Doğruların Çizimi, Bir Doğru Parçasının Orta Dikmesi (Simetrali)	142
Eğitim Yazılımıyla Geometrik Elemanların İnşası	148
Açılar ve Yarıdüzlemler için Temel Kavramlar	152
Açıların Ölçülmesi, Tahmini ve Çizilmesi	157
Merkez Açısı	162
Açılarla İşlemler	168
Açılarda Grafiksel Toplama ve Çıkarma	173
Açıortayın ve 60° , 30° , 15° , 90° , 45° Açılarının Oluşturulması	177
Kesen Doğrular ve Paralel Doğrular	182
Dışbükey (Konveks) ve İçbükey (Konkav) Olmayan Çokgenler	186
Üçgenlerle İlgili Temel Kavramlar	190

Üçgenlerin Çizimi	194
Üçgende Dış Teğet Çember ve İç Teğet Çember Çizimi	199
Dörtgenler ve Kenarların Parallelligine Göre Sınıflandırma	203
Dörtgenin Açılarının Toplamı	208
Paralelkenar ve Özellikleri	211
Paralelkenar Türleri ve Özellikleri	217
Koordinat Düzleminde Eksenel (Eksene Göre) Simetri	223
Koordinat Düzleminde Öteleme	228
Çokgen Döndürme ve Uygulaması	233
Farklı Yansımalarda 3B(Boyutlu) Şekillerin Gösterimi	237

Konu 3: Cebir

Cebirin Temelleri Terimler, İfadeler ve Denklemler	243
Lineer İfadeyi Basitleştirme. Değer Hesaplama	247
Formüller. Bir Değişkeni Başka Bir Değişken Cinsinden İfade Etme	251
Bir (Tek) Bilinmeyenli Lineer Denklem. Denklemin Çözümü	255
Tam Sayılardan Oluşan diziler	259
Basit Fonksiyonların Gösterimi	264
Bir Doğrusal Fonksiyonun Grafik Gösterimi ve Koordinat Çiftleri	268
x veya y Eksenine Paralel Doğrusal Fonksiyonların Grafikleri	273

Konu 4: Ölçme

Uzunluk Ölçme Aletleri ve Ölçü Birimleri. Mikron	279
Kütle Ölçüm Araçları ve Kütle Ölçü Birimlerinin Dönüştürülmesi	285
Hacim Ölçümü ve Ölçü Birimleri	289
Zaman. 12 Saatlik ve 24 Saatlik Sistem	294
Zaman Aralıklarını Hesaplama ve Çizelgelerle Çalışma	302
Üçgenin ve Dörtgenin Çevresi	310
Karmaşık 2-B (iki boyutlu) Şekillerin Alanı	317
Hacim ve Hacim Ölçü Birimleri	321
Dikdörtgen Prizmanın ve Küpün Hacmi	326
Bir Küpün Ve Bir Dikdörtgen Prizmanın Alanını Ağlarından Hesaplama	330

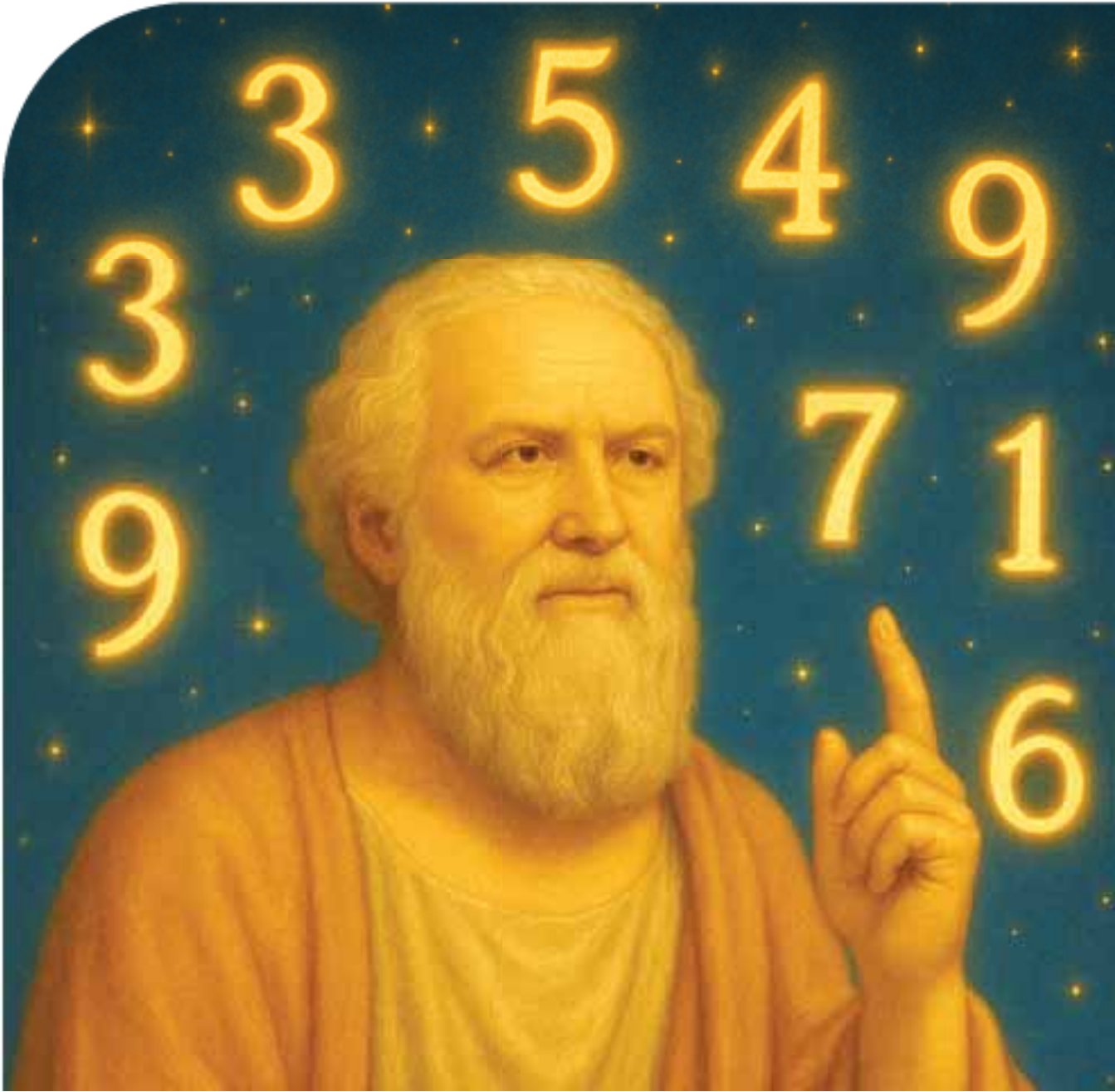
Konu 5: Veri İşleme

Araştırma planlaması	337
Araştırma İçin Veri Toplama ve Düzenleme	342
Sütun ve Daire (Pasta) Grafiği	347
Çizgi Diyagramı ve Piktogram Çizme ve Yorumlama	353
Mod Sınıfı Ve Gruplanmış Veriler İçin Frekans Diyagramı	360
Aritmetik Ortalama Hesaplama ve İki Veri Kümesini Karşılaştırma	366
Sonuçlar. Olasılık	373
DeneySEL ve Teorik Olasılık	378

K O N U

1

SAYILAR VE SAYILARLA İŞLEMLER



Platon'un Akademisi ve sayıların büyüü

Antik Yunan'da, Platon'un Akademisi'nde sayı yalnızca bir hesaplama aracı değil, aynı zamanda kutsal ve yüce bir şeydi. Platon ve öğrencileri sayının "her şeyin özü" olduğuna inanırdı – doğadaki düzeni, gezegenlerin hareketini bile sayılar aracılığıyla anlamaya çalışırlardı.

Platon'a göre sayılar yalnızca soyut kavramlar değildi; kusursuz fikirlerin, sonsuz ve değişmez ideaların bir temsilcisiydi.

Bugün bile sayılar hayatımızda hep var olmaya devam ediyor. Doğadaki düzeni, mantığı ve uyumu sembolize ediyorlar; hem doğanın hem de insan düşüncesi-nin içindeki yasaları yansıtır.

**"Sayıların nasıl ilişkilendiğini
anladığınızda, matematik çözüme giden
bir harita gibi olur."**

Öğrenme Sonuçları

Bu konuyu öğrendikten sonra şunları yapabilecek durumda olacaksın:

- Kümelerle işlemleri problem çözmede uygulamak
- Tam sayılar ve mutlak değeri günlük yaşam bağlamında kullanmak
- Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin yasalarını anlamak ve uygulamak
- Çarpma ve bölme işlemlerinin özelliklerini ve kurallarını kullanarak doğru hesaplama yapmak
- Matematiksel dili kullanarak işlemleri açıklamak ve gerekçelendirmek
- Gerçek yaşamdan örneklerle işlemleri çözmek ve bağlamlandırmak
- Problemleri çözerken plan yapmak ve stratejiler geliştirmek

Kümelerle İşlemler

Bu derste farklı kümelerle nasıl işlem yapacağını öğreneceksin. Bu sayede farklı öğe gruplarının nasıl birleştiğini veya birbirinden ayrıldığını daha iyi anlayacaksın. Örnekler ve alıştırmalarla kümelerin matematikte ve günlük hayatta nasıl kullanıldığını keşfedeceksin – örneğin verileri düzenleme, ortak özellikleri analiz etme ve mantıklı sonuçlar çıkarma gibi.



Örnek 1

Okul bahçesinde üç farklı sınıftaki öğrenciler farklı sporlar oynamak istiyor. Spor türüne göre öğrenciler şu kümelere ayrılıyor:

- Futbol oynayanlar kümesi A; $A = \{\text{Ana, Marko, Tina}\}$
- Basketbol oynayanlar kümesi B; $B = \{\text{Tina, Petar, Martin}\}$
- Voleybol oynayanlar kümesi C; $C = \{\text{Ana, Martin, Lana}\}$

- Küme A'da kimler var?
- Küme B'de olup A'da olmayanlar kimler?
- Hem futbol hem basketbol oynayanlar kimler?
- A ve B kümelerinden birer altküme yaz.
- Bahçedeki tüm öğrenciler kümesi şu ise:
 $\{\text{Ana, Marko, Tina, Petar, Martin, Yana, Luka, Lana}\}$ – hiç spor yapmayanlar kimlerdir?

Çözüm:

- A kümesine ait olan öğrenciler (futbol oynamayı sevenler): Ana, Marko, Tina'dır; yani $\text{Ana} \in A$, $\text{Marko} \in A$ ve $\text{Tina} \in A$ şeklinde yazılabilir.
- B kümesine ait olan öğrenciler (basketbol oynamayı sevenler): Tina, Petar, Martin'dir; yani $\text{Tina} \in B$, $\text{Petar} \in B$ ve $\text{Martin} \in B$ şeklinde yazılabilir.
Bu öğrencilerden futbol oynamayanlar, yani A kümesine ait olmayanlar: Petar ve Martin'dir; yani $\text{Petar} \notin A$, $\text{Martin} \notin A$ şeklinde yazılabilir.
- Hem futbol hem basketbol oynayan tek öğrenci Tina'dır.
- A kümesinin bir alt kümesi $A_1 = \{\text{Tina}\}$ olup $A_1 \subset A$ şeklinde yazılabilir.
B kümesinin bir alt kümesi $B_1 = \{\text{Tina, Petar}\}$ olup $B_1 \subset B$ şeklinde yazılabilir.
Elbette başka alt kümeler de vardır; ancak yalnızca bir tanesi istenmiştir, herhangi biri olabilir.
- Bu sporlardan hiçbirini oynamayan öğrencileri, bahçede bulunan tüm öğrencilerin kümesi olan $S = \{\text{Ana, Marko, Tina, Petar, Martin, Yana, Luka}\}$ kümesinden en az bir sporu seven öğrencileri çıkartarak elde edersiniz. Luka ve Lana bu sporlardan hiçbirini oynamamaktadır.

Alıştırma 1

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümelerini Venn diyagramı ile göster.

Örnek 2

Bir okul projesinde öğrenciler, spor, sanat ve diğer ders dışı etkinliklere olan ilgiyi araştırmak için bir anket yapmışlardır. Araştırmanın sonucunda aşağıdaki kümeler elde edilmiştir:

Spor etkinliklerine katılan öğrenciler kümesi: $A = \{\text{Marija, Luka, Yana, Petar, Tina}\}$

Sanat etkinliklerine katılan öğrenciler kümesi: $B = \{\text{Luka, Tina, Stefan, Ana, Yana}\}$

- Hangi öğrenciler hem spor hem de sanat etkinliklerine katılmaktadır?
- A ve B kümelerinin kesişimini, kümelerde kesişim işlemi sembolü $\cap$ kullanarak yazınız.
- A ve B kümelerinin kesişimini Venn diyagramı ile gösteriniz.

Çözüm:

- Hem spor hem de sanat etkinliklerine katılan öğrenciler şunlardır:
Luka, Yana ve Tina. Bu öğrencileri içeren kümeye C diyebiliriz: $C = \{\text{Luka, Yana, Tina}\}$.
Bu küme, A ve B kümelerinin kesişimi olarak adlandırılır.

İki kümenin kesişimi, her iki kümede ortak olan elemanlardan oluşan bir kümedir.

Başka bir ifadeyle, A ve B kümeleri verildiğinde kesişimleri şu şekilde tanımlanır:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

- Örneğinizde A ve B kümelerinin kesişimini, kümeler arasında kesişim işlemi için kullanılan $\cap$ sembolü ile şu şekilde yazarsınız:

$$A \cap B = C = \{\text{Luka, Yana, Tina}\}.$$

- Kümelerin kesişimi Venn diyagramı ile verilmiştir.



A ve B kümeleri ortak elemanlara sahip değilse, yani $A \cap B = \emptyset$ ise, bu kümeler ayrık kümeler olarak adlandırılır.

Alıştırma 2

Bir Venn diyagramında kümeler P, Q ve R şu şekilde gösterilmiştir: Diyagramı inceleyerek aşağıdaki kümeleri yazınız:

- $P \cap Q$
- $Q \cap R$
- $P \cap Q \cap R$



Örnek 3

Bir okulda öğrenciler ilgi alanlarına göre farklı kulüplere kayıt yaptırmaktadır. Aşağıdaki iki küme verilmiştir:

Matematik kulübüne katılan öğrencilerin oluşturduğu küme: $A = \{\text{Mariya, Petar, Ana, Yovan}\}$

Bilişim(bilgisayar) kulübüne katılan öğrenciler: $B = \{\text{Yovan, Ana, Luka, Elena}\}$

- Hangi öğrenciler en az bir kulübe kayıtlıdır (A veya B)?
- A ve B kümelerinin birleşimini, birleşim işlemi sembolü $\cup$ kullanarak yazınız.
- A ve B kümelerinin birleşimi bu bağlamda neyi ifade eder?

Çözüm:

- A ve B kümelerindeki tüm öğrencilerden oluşan yeni bir küme oluşturabiliriz. Bu küme, her iki kulübe de kayıtlı olan veya sadece birine (en az birine) kayıtlı olan tüm öğrencileri içerir. Bu kümeyi D olarak adlandırabiliriz. $D = \{\text{Mariya, Petar, Ana, Yovan, Luka, Elena}\}$ Bu küme, A ve B'nin birleşimi olarak adlandırılır.

İki kümenin birleşimi, her iki kümenin de tüm elemanlarını içeren bir kümedir. Başka bir ifadeyle, A ve B kümeleri verildiğinde birleşimleri şu şekilde tanımlanır:
 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$

- A ve B kümelerinin birleşimi, D kümesidir. Bizim örneğimizde birleşim şu şekilde yazılır:
 $A \cup B = \{\text{Mariya, Petar, Ana, Yovan, Luka, Elena}\}$ veya $D = A \cup B = \{\text{Mariya, Petar, Ana, Yovan, Luka, Elena}\}$
- Burada $A \cup B$ birleşimi altında, en az bir kulübe katılan tüm öğrencilerden oluşan D kümesidir. Bu, bir öğrencinin matematik kulübüne, bilgisayar kulübüne ya da her ikisine katılması durumunda, bu öğrencinin bu kümenin bir elemanı olacağı anlamına gelir.

Alıştırma 3

A, B ve C kümeleri verilmiştir: $A = \{11, 12, 13, 14, 15\}$ $B = \{13, 14, 15, 16\}$ $C = \{14, 15, 16, 17, 18\}$

- Bu kümeleri bir Venn diyagramı kullanarak gösteriniz.
- Şu kümeleri belirleyip, yazınız: $A \cup B$, $A \cup B \cup C$, $A \cup (B \cap C)$

Alıştırma 4

Bir süpermarkette iki tür indirim uygulanmaktadır:

Aynı üründen iki tane alınca indirimli olan ürünler kümesi:

$P = \{\text{ekmek, süt, yoğurt, peynir}\}$

İndirim kartı ile indirimli olan ürünler kümesi:

$D = \{\text{süt, peynir, kahve, pirinç}\}$

- Hem iki tane alınca hem de kartla indirimli olan ürünler hangileridir?
- İki indirimden en az birine dahil olan ürünler hangileridir?
- Sorularda “ve” ile “veya” kelimelerinin farkı nedir?
- Cevapları kümelerle kesişim ($\cap$) ve birleşim ($\cup$) işlemleri kullanarak yazınız.
- Her iki indirimi birden almak istersen hangi işlem kullanılır?
- En az bir indirimi almak istersen hangi işlem kullanılır?

Örnek 4

Bir kütüphanede iki grup kitap vardır:

Ödünç alınabilecek kitaplar kümesi:

$A = \{\text{"Harry Potter", "Orman Kralı", "Küçük Prens", "Harikalar Diyarında Alice", "Robinson Crusoe"}\}$

Şu anda ödünç verilmiş olan kitaplar kümesi:

$B = \{\text{"Küçük Prens", "Harikalar Diyarında Alice", "Robinson Crusoe"}\}$

- Hangi kitaplar ödünç alınabilir ama şu anda ödünçte değildir?
- Bunu kümelerle fark işlemi kullanarak nasıl yazarsınız?
- Bunu Venn diyagramında nasıl gösterirsiniz?
- Bu farkı kelimelerle nasıl anlatırsınız?

Çözüm:

- Mevcut olup ödünç alınmamış kitaplar:
Bunlar A kümesinde yer alan, ancak B kümesinde bulunmayan kitaplardır; yani küme: $\{\text{"Harry Potter", "Ormanlar Kralı"}\}$. Bu kümeye, A ve B kümelerinin farkı denir.

A kümesinde bulunan, ancak B kümesinde bulunmayan tüm elemanlardan oluşan kümeye A kümesinin B kümesiyle farkı denir. Başka bir deyişle, A ve B olmak üzere iki küme verildiğinde, bunların farkı $A \setminus B$ şeklinde gösterilir ve şu şekilde tanımlanır: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$

- Matematiksel gösterim:
 $A \setminus B = \{\text{"Harry Potter", "Ormanlar Kralı"}\}$.
- Verilen çizimde, $A \setminus B$ kümelerinin farkı, diyagramdaki renkli kısım ile gösterilmiştir.
- $A \setminus B$ farkı, kütüphanede mevcut olan ancak şu anda ödünç verilmemiş kitapları temsil eder.



Alıştırma 5

M ve N kümeleri verilmiştir: $M = \{x \mid x \text{ iki basamaklı doğal sayı}\}$ ve $N = \{7, 9, 12, 14, 16, 18, 100\}$.

- Kümeleri Venn diyagramı ile gösteriniz.
- Belirleyip şu kümeleri yazınız: $M \setminus N$, $N \setminus M$, $N \cup (M \setminus N)$

Örnek 5

Ana, Bobi ve Kalina hafta sonu için etkinlik planlıyor.
Her birinin yapmak istediği etkinlikler şu şekilde verilmiştir:

Ana'nın istediği etkinlikler:

$A = \{\text{dağ yürüyüşü, sinema, bisiklet, koşu}\}$

Bobi'nin istediği etkinlikler:

$B = \{\text{video oyunları, sinema, basketbol, bisiklet}\}$

Kalina'nın istediği etkinlikler:

$C = \{\text{dağ yürüyüşü, yüzme, sinema, yoga}\}$

Onlara birlikte neler yapabileceklerini ve hangi etkinlikleri yalnız yapmaları gerektiğini bulmaları için yardımcı olun.

- Üçü birlikte hangi etkinlikleri yapabilirler?
- En az iki kişinin birlikte yapabileceği etkinlikler hangileridir?
- Herhangi birinin önerdiği tüm etkinlikler hangileridir?
- Ana'nın istediği ama Bobi'nin istemediği etkinlikler hangileridir?
- Bunu Venn diyagramıyla nasıl gösteririz?



Çözüm:

a) Üçünün birlikte yapabileceği aktiviteler: $A \cap B \cap C = \{\text{sinema}\}$

b)*En az iki kişinin birlikte yapabileceği aktiviteler:

- Ana ve Bobi için ortak aktiviteler sinema ve bisiklet sürmektir, yani $F = A \cap B = \{\text{sinema, bisiklet}\}$.
- Ana ve Kalina için ortak aktiviteler doğa yürüyüşü ve sinemadır, yani $D = A \cap C = \{\text{doğa yürüyüşü, sinema}\}$.
- Bobi ve Kalina için ortak aktivite sinemadır, yani $E = B \cap C = \{\text{sinema}\}$ Eğer F, D ve E kümelerinin birleşimini bulursan, en az iki kişinin birlikte yapmak istediği aktivitelerin kümesini elde edersin:
 $F \cup D \cup E = \{\text{sinema, bisiklet, doğa yürüyüşü}\}$.

c) En azından birinin yapmak istediği etkinlikler:

$A \cup B \cup C = \{\text{dağ yürüyüşü, sinema, bisiklet, koşu, video oyunları, basketbol, yüzme, yoga}\}$

d) Ana'nın istediği ama Bobi'nin istemediği etkinlikler:

$A \setminus B = \{\text{dağ yürüyüşü, koşu}\}$.

e) Venn diyagramı şekilde gösterilmiştir.



Alıştırma 6

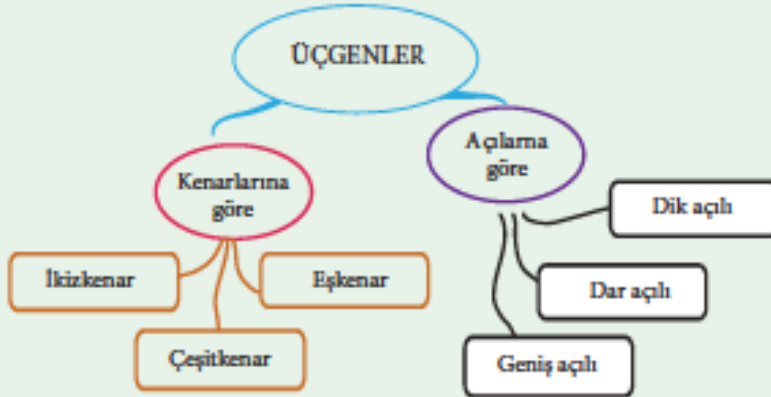
Bir turist seyahat planlarken üç farklı ulaşım kriterini göz önünde bulunduruyor:

1. Hızlı ulaşım araçları kümesi: $A = \{\text{uçak, tren}\}$
2. Ucuz ulaşım araçları kümesi: $B = \{\text{otobüs, tren}\}$
3. Konforlu ulaşım araçları kümesi: $C = \{\text{uçak, tren, gemi}\}$
 - a) Hem hızlı hem ucuz olan ulaşım araçları hangileridir?
 - b) Hızlı veya konforlu olan ulaşım araçları hangileridir?
 - c) Üç kriterin hepsine de uyan ulaşım araçları hangileridir?
 - d) Bu durumu Venn diyagramında nasıl gösterirsiniz?

Bir düşün: Günlük yaşamda karar verirken sen de kümelerle işlem yapmaya benzer bir yol kullanıyor musun? Örneğin, bir seçeneğe karar verirken “ve” veya “veya” ($\cup$, $\cap$, $\setminus$) gibi ifadeleri nasıl uyguluyorsun? Kendi örneklerini düşün ve açıklamaya çalış.

Ayrıca defterine bir zihin haritası çiz:

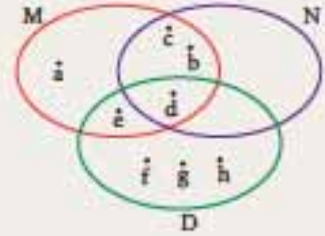
Ortaya “Kümeler ve Kümelerle İşlemler” başlığını yaz ve dallarına bu konuyla ilgili bildiklerini ekle.



Bireysel Çalışma

1. Şekilde M, N ve D kümeleri verilmiştir.

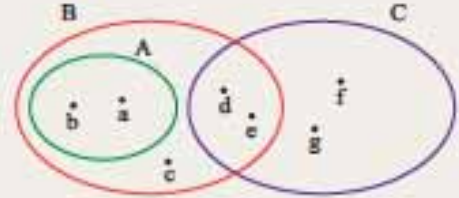
- M, N ve D kümelerini liste şeklinde yazınız.
- $M \cap N$, $N \cap D$, $M \cap D$ kümelerini bulunuz.
- $M \cup N$, $N \cup D$, $M \cup D$ kümelerini bulunuz.
- $M \setminus N$, $N \setminus D$, $M \setminus D$ kümelerini bulunuz.



2. Eğer $M = \{10, 12, 14, 16\}$ ve $N = \{9, 10, 11, 12, 13\}$ ise, aşağıdaki kümelerden hangileri M ve N kümelerinin kesişimi, birleşimi ve farkını temsil eder? Verilen kümeler: $\{9, 10, 11, 12, 14, 16\}$, $\{9, 10, 11, 12, 13, 14, 16\}$, $\{10, 12\}$, $\{14, 16\}$, $\{14, 16, 9, 13\}$, $\{9, 11, 13\}$.

3. Şekilde Venn diyagramıyla verilen A, B ve C kümelerini liste şeklinde yazınız:

- A, B ve C kümeleri
- $B \cap C$, $A \cap B$, $B \cap \emptyset$
- $B \cup C$, $A \cup C$
- $A \setminus B$, $B \setminus C$, $A \setminus C$



4. Aşağıdaki kümeleri Venn diyagramında gösteriniz: $A = \{1, 4, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$.

5. Verilen kümeler: $M = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$, $N = \{x \mid x \in N \text{ ve } 6 \leq x \leq 11\}$ ve $P = \{x \mid x \in N \text{ ve } 3 < x \leq 11\}$. Aşağıdaki kümeleri bulunuz:

- $M \cap N$, $N \cap P$, $P \cap M$
- $M \cup N$, $N \cup P$, $P \cup M$

6. Eğer A kümesi sınıftaki tüm kız öğrencileri ve B kümesi okulunuzdaki tüm yedinci sınıf kız öğrencilerini içeriyorsa $A \cap B$ kümesi hangi elemanları içerir?

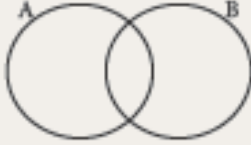
7. Kümeler şu şekilde verilmiştir: $A = \{x \mid x \in N \text{ ve } x \text{ 7'den küçüktür}\}$ $B = \{x \mid x \in N \text{ ve } x, \text{ ilk onluktaki bir sayıdır.}\}$. Kümeleri liste şeklinde ve Venn diyagramında gösteriniz. Ondan sonra $A \setminus B$ ve $B \setminus A$ kümelerini bulunuz.

8. Şekilde Venn diyagramıyla verilen kümeler gösterilmiştir. Boyalı bölgeler hangi işlemleri (kümeleri) temsil ediyor?

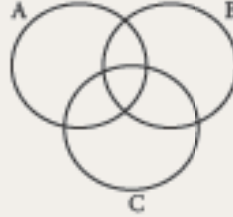
-
-
-
-
-

9. Her diyagramı defterine yeniden çiz ve ardından verilen işlemlere karşılık gelen bölümü boy.

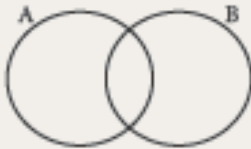
a) $A \cap B$



b) $A \cap B \cup C$



c) $(A \cup B) \setminus (B \cup A)$



d) $(A \setminus C) \cup (B \setminus A)$



Kümelerde Kesişim ve Birleşim İşlemlerinin Özellikleri

Kümelerle çalışırken, birleşim ve kesişim işlemlerinin bazı özelliklerini anlamak ve kullanmak önemlidir. Bu derste, bu işlemlerin temel özelliklerini öğreneceksin; örneğin değişme ve birleşme özellikleri.

Bu özellikler, kümelerle kurulan ifadeleri tanıman ve sadeleştirmeni sağlar.

Verilecek örnekler ve alıştırmalar sayesinde, bu özelliklerin mantıklı düşünmeni ve kümelerle ilgili problemleri çözmeni nasıl kolaylaştırdığını göreceksin.



Örnek 1

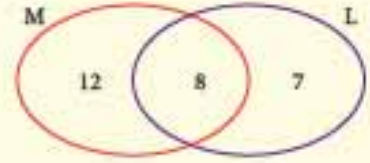
Bir okulda 20 öğrenci matematik derslerine katılmaktadır (küme M), 15 öğrenci ise bilişim derslerine katılmaktadır (küme L). Bunlardan 8 öğrenci hem matematik hem de bilişim derslerine katılmaktadır.

Kaç öğrenci yalnızca bir derse katılmaktadır?

Çözüm:

Yalnızca bir derse katılan öğrenci sayısını belirlemek için (küme M fark L birleşim L fark M'deki eleman sayısı) matematik derslerine yalnızca katılan öğrenciler kümesi ile bilişim derslerine yalnızca katılan öğrenciler kümesinin birleşiminde kaç eleman bulunduğunu bulmamız gerekir.

Matematik dersine katılan toplam öğrenci sayısından her iki derse katılan öğrenci sayısını çıkardığımızda, yalnızca matematik dersine katılanların sayısını buluruz, yani: $20 - 8 = 12$. Bu, 12 öğrencinin yalnızca matematik dersine katıldığı anlamına gelir. Bilişim dersine katılanların sayısından her iki derse katılanların sayısını çıkardığımızda, yalnızca bilişim dersine katılanların sayısını buluruz, yani: $15 - 8 = 7$. Birleşimdeki eleman sayısı, her iki kümedeki elemanların toplamı olacaktır (kümeler ayrık olduğundan), yani: $20 - 8 + 15 - 8 = 19$ ($12 + 7 = 19$). Demek ki toplam 19 öğrenci yalnızca iki dersten birine katılmaktadır.



Kümelerin kesişim ve birleşim işlemleri için değişme (komutatif) özelliği geçerlidir. Eğer A ve B iki küme ise: $A \cap B = B \cap A$ ve $A \cup B = B \cup A$

Örnek 2

Verilen kümeler: $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ Aşağıdaki kümeleri bulunuz:

- a) $A \cap B$ ve $B \cap A$ b) $A \cup B$ ve $B \cup A$

Çözüm:

Daha iyi anlaşılması için Venn diyagramı kullanabiliriz.

- a) $A \cap B = \{2, 3\}$, $B \cap A = \{2, 3\}$.
 $\{2, 3\} = \{2, 3\}$, olduğuna göre $A \cap B = B \cap A$.
b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ olduğuna göre: $A \cup B = B \cup A$



Kümelerin kesişim ve birleşim işlemleri için birleşme (asosiyatif) özelliği de geçerlidir. Eğer A, B ve C üç küme ise: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ve $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Örnek 3

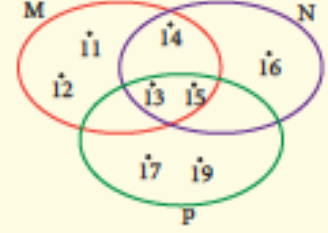
Verilen kümeler: $M = \{11, 12, 13, 14, 15\}$, $N = \{13, 14, 15, 16\}$, $P = \{13, 15, 17, 19\}$

Aşağıdaki kümeleri bulunuz ve yazınız:

- a) $(M \cap N) \cap P$ ve $M \cap (N \cap P)$ b) $(M \cup N) \cup P$ ve $M \cup (N \cup P)$

Çözüm:

Daha iyi anlaşılması için kümeler M, N ve P bir Venn diyagramı ile gösterilmiştir.



- a) $(M \cap N) \cap P = \{13, 14, 15\} \cap \{13, 15, 17, 19\} = \{13, 15\}$
 ve $M \cap (N \cap P) = \{11, 12, 13, 14, 15\} \cap \{13, 15\} = \{13, 15\}$.
 Çıkan sonuç $(M \cap N) \cap P = M \cap (N \cap P)$
- b) $(M \cup N) \cup P = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\} \cup \{13, 15, 17, 19\} = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19\}$ ve
 $M \cup (N \cup P) = \{11, 12, 13, 14, 15\} \cup \{13, 14, 15, 16, 17, 19\} = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19\}$
 Çıkan sonuç $(M \cup N) \cup P = M \cup (N \cup P)$.

Alıştırma 1

Verilen kümeler: $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e, f\}$. $A \setminus B = B \setminus A$ olup olmadığını kontrol ediniz.

Alıştırma 2

Örneklerle kontrol ediniz: $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$ eşitliği sağlanır mı?

Örnek 4

Bir restoran kahvaltı için üç farklı menü sunmaktadır:

Menü A: $A = \{\text{omlet, tost, kahve}\}$ Menü B: $B = \{\text{krep, kahve, meyve suyu}\}$

Menü C: $C = \{\text{sandviç, kahve, yoğurt}\}$

- a) Menülerin birleşiminin değişme (komutatif) özelliğini gösteriniz. Örneğin, $A \cup B = B \cup A$ olduğunu kanıtlayınız.
- b) Menülerin birleşiminin birleşme (asosiyatif) özelliğini gösteriniz. Yani, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ olduğunu kanıtlayınız.

Çözüm:

- a) Birleşim işleminin değişme (komutatif) özelliği

Önce $A \cup B$ 'yi bulalım; yani her iki menüde de bulunan tüm yiyecek ve içecekleri içeren küme:

$A \cup B = \{\text{omlet, tost, kahve, krep, meyve suyu}\}$, $B \cup A = \{\text{krep, meyve suyu, kahve, omlet, tost}\}$

Kümeler aynı elemanları içeriyor (sıra önemli değildir). Bu nedenle:

$A \cup B = B \cup A$ sonucuna varırız.

- b) Birleşim işleminin birleşme (asosiyatif) özelliği

Önce $(A \cup B) \cup C$ 'yi bulalım: $A \cup B = \{\text{omlet, tost, kahve, krep, meyve suyu}\}$

Bunun C ile birleşimi: $(A \cup B) \cup C = \{\text{omlet, tost, kahve, krep, meyve suyu, sandviç, yoğurt}\}$

Sonra $B \cup C$ 'yi bulalım: $B \cup C = \{\text{krep, meyve suyu, kahve, sandviç, yoğurt}\}$

Bunun A ile birleşimi: $A \cup (B \cup C) = \{\text{omlet, tost, kahve, krep, meyve suyu, sandviç, yoğurt}\}$

İki durumda da elde edilen kümeler aynıdır. Sonuç olarak: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Bu da gösterir ki menüleri nasıl gruplayıp birleştirirsek birleştirelim, restoranın sunduğu nihai yemek listesi değişmez.

Örnek dörtte görüldüğü gibi birleşim işleminin özellikleri, günlük hayattaki durumlara nasıl uygulayabileceğimizi gösteriyor. Örneğin, menü seçenekleri, mağaza ürün listeleri veya farklı nesne gruplarını düzenleme gibi durumlarda birleşim özelliği kullanılır.

Alıştırma 3

Bir şirkette üç farklı departman iş için farklı yazılımlar kullanıyor:

Finans departmanı (F): Excel, SAP ve QuickBooks

İnsan kaynakları departmanı (H): SAP, BambooHR ve Trello

Pazarlama departmanı (M): Trello, Google Ads ve Canva.

- Kesişim işleminin değişme (komutatif) ve birleşme (asosiatif) özelliklerini kontrol ediniz. Örneğin, $F \cap H = H \cap F$ olduğunu gösteriniz.
- Birleşim işleminin birleşme (asosiatif) özelliğini kontrol ediniz. Yani, $(F \cup H) \cup M = F \cup (H \cup M)$ olduğunu gösteriniz.
- Bu özelliklerin şirketin organizasyonu açısından ne anlama geldiğini analiz ediniz.

Şirket yazılım maliyetlerini azaltmak istiyor ve yalnızca en az iki departmanın kullandığı yazılımları bırakmaya karar veriyor. Kesişim ve birleşim işlemlerinin özelliklerini nasıl kullanarak, hangi yazılımların kalacağını belirleyebilirsin? Departmanları nasıl gruplayacağın (parantezleme, sırayla birleştirme) son listeyi değiştirir mi? Neden değiştirir ya da değiştirmez? Açıklayınız.

Defterine yaz ve açıkla:

- Kesişim ve birleşim işlemleri neden komutatifdir?
- Birleşim işlemi neden asosiatiftir?
- Bu özellikler gerçek hayatta nasıl yardımcı olabilir?



Tüm bu soruları cevaplayıp açıklayabilirsen kümeler konusunda ustasın!



Eğer kafana takılan bir şey olursa, dönüp ilgili kısmı tekrar incele ve yeniden dene!

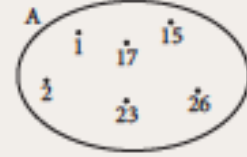
Bireysel Çalışma

1. Verilen kümeler A, B, C:

$B = \{3, 6, 9, \dots\}$, $C = \{x \mid x \in N \text{ ve } 3 \leq x \leq 12\}$ ve $D = \emptyset$.

Aşağıdaki ifadelerden eşit olan kümeleri bulunuz (a, b, c, d, e, f, g, h):

- a) $A \cap B$ b) $A \cap C$ c) $B \cap C$ d) $C \cap A$ e) $C \cap B$
f) $B \cap A$ g) $C \cap C$ h) $A \cap D$ i) $D \cap D$

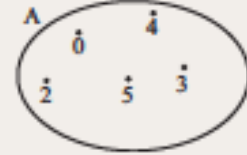


2. Verilen kümeler A, B, C ve D:

$B = \{x \mid x \in N \text{ ve } x < 7\}$, $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ve $D = \{1, 2, 5, 8\}$

Aşağıdaki eşitliklerin doğru olduğunu gösteriniz:

- a) $A \cap B = B \cap A$ b) $A \cap C = C \cap A$ c) $B \cap C = C \cap B$
d) $D \cap B = B \cap D$ e) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
f) $(B \cap D) \cap A = B \cap (D \cap A)$ g) $(C \cap B) \cap D = C \cap (B \cap D)$
h) $A \cap A = A$ i) $B \cap B = B$ j) $C \cap \emptyset = \emptyset$

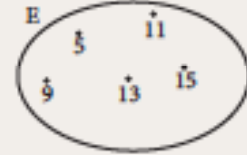


Hangi kesişim işlemi özellikleri bu eşitliklerde ifade edilmektedir: a, b, c, d, e, f, g?

3. Verilen kümeler: $A = \{x \mid x \text{ çift sayı}\}$.

$B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$, $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $D = \{x \mid x \text{ çift sayı ve } 10'dan \text{ küçük}\}$. Aşağıdaki kümeleri belirleyiniz:

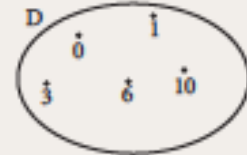
- a) $A \cup B$ b) $A \cup D$ c) $C \cup D$ d) $C \cup E$ e) $D \cup E$
f) $D \cup C$ g) $B \cup A$ h) $E \cup D$ i) $\{1, 2, 4\} \cup C$



4. Verilen kümeler:

$A = \{0, 3, 5, 7, 12, 14\}$, $B = \{x \mid x + 5 = 7 \text{ veya } x - 5 = 7\}$, $C = \text{doğal sayılardan } 5'ten \text{ küçük olanlar kümesi}$, $D = \text{verilen şekildeki kümeyi ifade eden Venn diyagramında gösterilen küme}$. Aşağıdaki eşitliklerin doğru olduğunu gösteriniz:

- a) $A \cup B = B \cup A$ b) $B \cup C = C \cup B$ c) $B \cup D = D \cup B$
d) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ e) $B \cup (C \cup D) = (B \cup C) \cup D$
f) $(A \cup B) \cup (C \cup D) = (A \cup C) \cup (B \cup D)$ g) $A \cup A = A$
h) $B \cup B = B$ i) $C \cup \emptyset = C$ j) $A \cup (B \cup A) = A \cup B$



Hangi birleşim işlemi özellikleri bu eşitliklerde ifade edilmektedir: a, b, c, d, e?

5. Aşağıdaki eşitlikler doğru mu? Cevabını açıklayınız.

- a) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \cap C$ b) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus C) \setminus C$
c) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap C) \setminus (A \cap C)$ d) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

6.* Verilen kümeler: $A = \{4\}$, $B = \{\{4\}\}$. a) $A \cap B$ b) $M = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$ cevapları bulunuz7.* Kümelerin birleşimini bulunuz: $A = \{x \mid x \in X, X \subset \{1\}\}$ ve $B = \{x \mid x \in \{1, 2\}\}$

Sıralı Çiftler Kümesi

Bu derste, sıralı çiftler ve iki elemanlı kümelerle ilgili önemli kavramlara odaklanacaksınız.

Ders boyunca, sıralı çiftleri iki elemanlı kümelerden nasıl ayırt edeceğinizi ve verilen bir kümenin sıralı çiftler kümesini nasıl oluşturacağınızı öğreneceksiniz.

Etkileşimli örnekler ve alıştırmalar sayesinde bu kavramların anlaşılır ve uygulanabilir olduğunu göreceksiniz.



Örnek 1

Verilen küme $M = \{1, 2, 3\}$. Küme M 'nin tüm iki elemanlı alt kümelerini yazınız.

Çözüm:

Küme M 'nin iki elemanlı alt kümeleri şunlardır: $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$ ve $C = \{2, 3\}$. $\{1, 2\}$ ve $\{2, 1\}$ kümeleri eşit midir? Nedenini açıklayınız.

Alıştırma 1

Maya'nın konser bileti üzerinde sıra 5, koltuk 12 yazıyor. İtir'in biletinde ise sıra 12, koltuk 5 yazıyor. Maya ve İtir aynı yerde mi oturuyorlar? Biletleri $\{5, 12\}$ ve $\{12, 5\}$ şeklinde yazılabilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

Örnek 2

$A = \{5, 12\}$ kümesinin yazımı ile B noktasının koordinatları $(5, 12)$ arasındaki farkı düşününüz. Neden bu yazımlar aynı değildir? Açıklayınız ve örnek veriniz.

Çözüm:

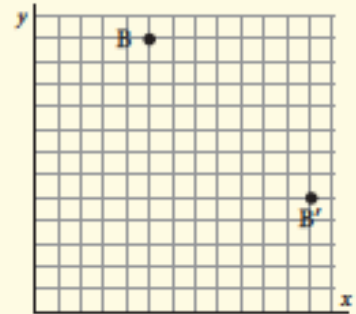
$A = \{5, 12\}$ yazımı, 5 ve 12 elemanlarını içeren bir kümedir. Kümelerde elemanların sırası önemlidir, yani $\{5, 12\}$ ile $\{12, 5\}$ aynıdır.

Öte yandan, $B(5, 12)$ bir noktanın koordinat düzlemindeki yerini gösterir. Burada x koordinatı 5, y koordinatı 12'dir. $B'(12, 5)$ ise x koordinatı 12, y koordinatı 5 olan başka bir noktayı ifade eder. Dolayısıyla, $B(5, 12)$ ve $B'(12, 5)$ farklı noktalardır.

Açıkça görülmektedir ki $\{5, 12\}$ ve $(5, 12)$ aynı şey değildir. Kümeden farklı olarak, $(5, 12) \neq (12, 5)$ çünkü sırası önemlidir.

Bu tür yazım için sıralı çift terimini kullanınız.

Peki, sıralı çift nedir?



Bir sıralı çift, iki elemandan oluşan ve hangi elemanın birinci, hangisinin ikinci olduğu açıkça bilinen bir çifttir.

İki elemandan oluşan ve a 'nın birinci, b 'nin ikinci eleman olduğu sıralı çift şu şekilde gösterilir: (a, b) . Bu gösterimde a , birinci eleman veya birinci bileşen, b ise ikinci eleman veya ikinci bileşen olarak adlandırılır.

Alıştırma 2

Sıralı çiftler $(1, 2)$ ve $(2, 1)$ eşit midir? Cevabınızı açıklayınız.

İki sıralı çift ne zaman eşit olur?

İki sıralı çift (a, b) ve (c, d) ancak ve ancak $a = c$ ve $b = d$ ise eşittir.

Bir sıralı çift (a, b) için $a = b$ olması da mümkündür; yani (a, a) de bir sıralı çifttir.

Sıralı çift (a, b) ve küme $\{a, b\}$ aynı şey değildir (özellikle $a \neq b$ olduğunda).

Ayrıca, sıralı çift (a, a) küme $\{a\}$ ile aynı değildir.

Alıştırma 3

Günlük hayattan sıralı çift örnekleri yazınız.

Örnek 3

İki küme verilmiştir: $A = \{2, 4, 6\}$ ve $B = \{a, b\}$. A kümesinden birinci elemanı, B kümesinden ikinci elemanı alan tüm sıralı çiftlerden oluşan kümeyi yazınız.

Çözüm:

A kümesindeki her elemanı, B kümesindeki her elemanla eşleştiririz.

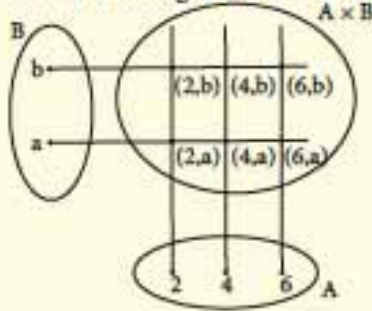
Birinci eleman 2 olduğunda: $(2, a)$ ve $(2, b)$. Birinci eleman 4 olduğunda: $(4, a)$ ve $(4, b)$. Birinci eleman 6 olduğunda: $(6, a)$ ve $(6, b)$. Böylece sıralı çiftlerden oluşan küme şudur:

$P = \{(2, a), (2, b), (4, a), (4, b), (6, a), (6, b)\}$. Bu kümeye $A \times B$ denir ve A ile B 'nin Kartezyen çarpımı olarak adlandırılır. $P = \{(2, a), (2, b), (4, a), (4, b), (6, a), (6, b)\}$ yazımı, A ve B kümelerinin Kartezyen çarpımının tablolama biçimidir.

İki küme A ve B için, birinci bileşeni A 'dan, ikinci bileşeni B 'den alınan tüm sıralı çiftlerden oluşan küme A ile B 'nin Kartezyen çarpımı olarak adlandırılır ve $A \times B$ şeklinde gösterilir. $A \times B$ kümesi tanımlayıcı olarak şöyle yazılır:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}.$$

$A \times B$ kümesi genellikle bir Kartezyen şema ile gösterilir ve bu bir çizim üzerinde sunulur.



Örnek 4

Verilen $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinin elemanlarıyla oluşturulabilecek tüm sıralı çiftleri belirleyiniz.

Çözüm:

Bir kümeden sıralı çiftler oluşturmak için elemanları ikili gruplar halinde yazarız ve burada elemanların sırası önemlidir.

A kümesinin elemanları 1, 2 ve 3 ile şu sıralı çiftler yazılır: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3).

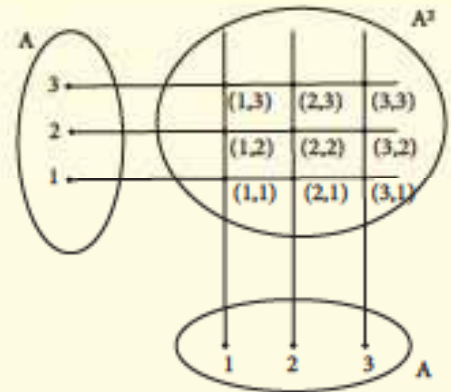
Dolayısıyla sıralı çiftlerden oluşan küme P şöyle yazılır:

$P = A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

$A \times A$ şeklindeki Kartezyen çarpıma Kartezyen kare de denir ve A^2 ile gösterilir:

$A \times A = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$.

Kartezyen kare genellikle bir Kartezyen şema ile çizim üzerinde gösterilir.



Alıştırma 4

Verilen kümeler: $K = \{21, 22, 23\}$ ve $L = \{m, n, p, q\}$. $K \times L$ Kartezyen çarpımını belirleyiniz:

a) Tablo şeklinde yazınız. b) Kartezyen şema ile gösteriniz.

Alıştırma 5

Herhangi bir küme A için $A \times \emptyset$ kümesini bulunuz. Cevabınızı açıklayınız.

Alıştırma 6

A ve B kümelerinin Kartezyen çarpımı:

$A \times B = \{(7, 2), (7, 4), (7, 6), (9, 2), (9, 4), (9, 6)\}$ A ve B kümelerini belirleyiniz.

Örnek 5

Sürdürülebilir kalkınma projesi kapsamında yedinci sınıf öğrencileri, yerel bir ekolojik ürün sergisi düzenlemek için bir plan hazırlamaya karar vermiştir. Bu amaçla, farklı ürün kategorilerini ve özelliklerini araştırmak istemektedirler. Örneğin:

Ürünler kümesi: $A = \{\text{gıda, giysi, oyuncak}\}$

Malzemeler kümesi: $B = \{\text{plastik, ahşap, tekstil}\}$

Öğrenciler, $A \times B$ Kartezyen çarpımını belirlemeli ve bunu bir Kartezyen şema ile göstermelidirler. Ayrıca, sıralı çiftlerin anlamını ekolojik farkındalık bağlamında açıklamalıdır.

Çözüm:

Sıralı çiftleri oluşturmak için, öğrenciler her ürün türünü her malzeme türü ile eşleştireceklerdir.

Örneğin, gıda ilk eleman olduğunda:

(gıda, plastik) – gıdanın plastik ambalajları

(gıda, ahşap) – ahşap gıda kutuları

(gıda, tekstil) – tekstil gıda torbaları

Giysi ilk eleman olduğunda:

(giysi, plastik) – plastik kumaş üretimi

(giysi, ahşap) – giysi için ahşap aksesuarlar

(giysi, tekstil) – geri dönüştürülmüş tekstilden giysi

Oyuncaklar için:

(oyuncak, plastik) – plastik oyuncaklar

(oyuncak, ahşap) – ahşap oyuncaklar

(oyuncak, tekstil) – tekstil oyuncaklar

$A \times B$ Kartezyen çarpımının yazımı:

$A \times B = \{(\text{gıda, plastik}), (\text{gıda, ahşap}), (\text{gıda, tekstil}), (\text{giysi, plastik}), (\text{giysi, ahşap}), (\text{giysi, tekstil}), (\text{oyuncak, plastik}), (\text{oyuncak, ahşap}), (\text{oyuncak, tekstil})\}$

Her bir çiftin önemini düşünmek mümkündür. Örneğin, (gıda, plastik) çifti bir sorun olarak görülebilir çünkü plastik ambalaj çevre için zararlıdır. Peki ya (giysi, tekstil) veya (oyuncak, ahşap) çiftleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Alıştırma 7

Laboratuvarda Mehmet, suyu ısıtmak için farklı sıcaklık ve ısıtma süresi kombinasyonlarını inceliyor.

O, iki kümeyi inceliyor:

Küme A: Sıcaklıklar ($^{\circ}\text{C}$) = $\{10^{\circ}\text{C}, 20^{\circ}\text{C}, 30^{\circ}\text{C}\}$

Küme B: Isıtma süreleri (dakika) = $\{5 \text{ dk}, 10 \text{ dk}, 15 \text{ dk}\}$

- A kümesi ile B kümesinin Kartezyen çarpımını yazınız.
- Hangi sıcaklık ve süre çiftleri suyu en iyi ısıtma sonucunu verir?
(Not: Daha yüksek sıcaklıklar ve daha uzun ısıtma süreleri, suyu daha iyi ısıtmak için uygundur.)

Sıralı çiftleri ve Kartezyen çarpımı gerçek hayatta nasıl uygulayabilirsiniz, özellikle farklı seçenekleri birleştirmeniz gereken durumlarda, örneğin kıyafet seçimi, yemek planlama veya etkinlik düzenleme gibi? Bu matematiksel kavramları günlük kararlarınızda kullanmanın olası avantajlarını örneklerle açıklayınız.

Defterinize bir daire çizin.

Dairenin içine şunu yazınız:

"Sıralı Çiftler ve Kartezyen Çarpım Hakkındaki Bilgim"

Çalışmanızı renklerle değerlendirin:

- Yeşil renk: Öğrendiklerimi çok iyi anladım ve bağımsızca uygulayabilirim.
- Sarı renk: Temel bilgim var ama biraz daha pratik yapmam gerekiyor.
- Kırmızı renk: Kendimden emin değilim ve daha fazla çalışmam gerekiyor.

Soru listesi: Dairenin altına, yanıtını bulmak istediğiniz veya daha detaylı araştırmak istediğiniz 2-3 soru veya konu yazınız.

Bireysel Çalışma

1. $A = \{a, b\}$ ve $B = \{a, 6, 7\}$ kümeleri verilmiştir: Aşağıdaki Kartezyen çarpımları tablo(liste) şeklinde yazınız:

a) $A \times B$	b) $B \times A$	c) $A \times A$	d) $B \times B$
e) $(A \cap B) \times B$	f) $(B \setminus A) \times A$	g) $A \times (A \cup B)$	h) $A \times \emptyset$
2. Aşağıdaki Kartezyen çarpımlar hangi kümelerden elde edilmiştir:

a) $\{(2, 1), (2, 3), (5, 1), (5, 3)\}$	b) $\{(5, x), (x, 5), (5, 5), (x, x)\}$
---	---
3. $A = \{0, 2, 4\}$ ve $B = \{3, 5\}$ kümeleri verilmiştir: Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde, açıklayıcı şekilde ve Kartezyen şema ile gösteriniz: a) $B \times A$ b) $A \times A$
4. $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}_0 \text{ ve } 0 < x < 4\}$ ve $B = \{y \mid y \in \mathbb{N} \text{ ve } 5 \leq y \leq 6\}$ kümeleri verilmiştir: Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde gösteriniz:

a) $P = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ ve } x = y\}$, $M = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ ve } x + y = 6\}$, $S = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ ve } y - x = 2\}$
b) Aşağıdaki kümeleri belirleyiniz: $M \cap S$, $M \setminus S$, $M \cup S$ ve $M \setminus (P \cup S)$.
5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x + 2 = 4\}$ kümeleri verilmiştir:

a) Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde ve Kartezyen şema ile gösteriniz: $A \times B$, $B \times A$ ve B^2 .
b) $A \times B = B \times A$ mı? Cevabınızı açıklayınız.
6. a) Kümenin tüm alt kümelerini yazınız: $\{(a, 5), (7, x), (4, 0)\}$
 b) Kümenin tüm iki elemanlı alt kümelerini yazınız: $\{(1, x), (2, z), (y, x)\}$.

Tam Sayılar.

Karşılaştırma ve Sıralama

Günlük yaşamda sık sık sayıları kullanarak çeşitli miktarları ölçersiniz veya tanımlarsınız.

Doğal sayılar genellikle nesneleri saymak için kullanılırken, kesirler ve ondalık sayılar bir bütünün parçalarını ifade etmenize yardımcı olur (örneğin, yarım ekmek veya çeyrek kilo şeker gibi). Ancak, çevrenizdeki olayları açıklamak için bu sayılar her zaman yeterli değildir. Örneğin, kışın sıcaklık sıfırın altına düştüğünde, birinin borcu olduğunda veya deniz seviyesinin üzerindeki ve altındaki yükseklik değişimleri hesaplanırken.

Bu tür durumlarda kaybı, eksikliği veya ters yönde bir "hareketi" temsil edebilecek sayılara ihtiyaç vardır. İşte bu şekilde tam sayılar kavramı ortaya çıkar. Tam sayılar sayesinde matematikte ve gerçek hayatta farklı kavramları daha doğru bir şekilde tanımlayabilir ve anlayabilirsiniz.



Örnek 1

- Tam sayılar kümesini tablo şeklinde yazınız.
- Z kümesinin pozitif tam sayı elemanlarından oluşan alt kümesini belirleyiniz.
- Z kümesinin negatif tam sayı elemanlarından oluşan alt kümesini belirleyiniz.
- N , N_0 , Z^+ , Z^- ve Z kümeleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

Çözüm:

- Tam sayılar kümesinin elemanları şunlardır:
Doğal sayılar, onların karşıtları ve sıfır, yani:
 $Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$
- $Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$
- $Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$
- N , N_0 , Z^+ , Z^- ve Z kümeleri arasındaki ilişkiler kümelerle işlemler yoluyla şöyle gösterilebilir:
Örneğin: $Z = Z^+ \cup Z^- \cup \{0\}$, $Z^+ = N$, $Z^+ \cup \{0\} = N_0$, $Z^+ \cap Z^- = \emptyset$, $Z \setminus Z^- = N_0$

Alıştırma 1

Aşağıdaki kümeleri belirleyiniz:

- $Z^+ \setminus N$; b) $Z^+ \cap N$; c) $Z^+ \cap Z^-$; d) $Z \setminus N$; e) $Z \cup \{0\} \cup Z^+$ f) $\{0\} \cup Z^+$.

Alıştırma 2

En küçükten başlayarak şu sayıları sıralayınız: 11, -15, -34, 15, -11, 0, 20, -20 ve bunları bir sayı doğrusunda gösteriniz.

$a, b \in \mathbb{Z}$ için a, b 'den büyüktür (veya b, a 'dan küçüktür) deriz (şu şekilde yazarız: $a > b$ veya $b < a$) eğer $A(a)$ noktası sayı doğrusunda $B(b)$ noktasının sağındaysa.

Örnek 2

"Sıcaklık en az -3°C 'dir" ifadesini nasıl yazarız?

Çözüm:

"Sıcaklık en az -3°C 'dir" dediğimizde, sıcaklık -3°C veya daha yüksek olabilir.

Matematiksel olarak şu şekilde yazılır: $T \geq -3$

"En az" ifadesi, bu değer en düşük mümkün değer olduğunu ama daha büyük olabileceğini gösterir. " $\geq$ " (büyük veya eşit) işaretini kullanırız çünkü sıcaklık -3°C veya daha büyük herhangi bir değer olabilir (örneğin, 0°C , 5°C , 10°C vb.).

Benzer bir örnek: "Sıcaklık en çok 10°C 'dir" dediğimizde, bu sıcaklığın 10°C veya daha düşük olabileceğini ifade ederiz. Bunu şu şekilde yazarız: $T \leq 10$

$a, b \in \mathbb{Z}$ için: $a = b$ veya $a > b$ olduğunda yazılır: $a \geq b$

$a, b \in \mathbb{Z}$ için: $a = b$ veya $a < b$ olduğunda yazılır: $a \leq b$

Örnek 3

$<, \leq, >, \geq$ sembollerini kullanarak aşağıdaki sayı çiftleri arasındaki ilişkileri yazınız:

- a) 2 ve 3 b) -4 ve -3

Çözüm:

Doğrudur ki $3 > 2$, ayrıca $3 \geq 2$ ve $3 \geq 3$ de doğrudur.

Benzer şekilde, $-4 < -3$, ayrıca $-4 \leq -3$ ve $-4 \leq -4$ de doğrudur.

Alıştırma 3

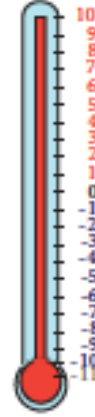
Bir sayı doğrusunda:

- Kırmızı renkle -3 'e küçük veya eşit olan üç noktayı işaretleyiniz.
 - Mavi renkle 2 'den küçük olmayan üç noktayı işaretleyiniz.
 - Yeşil renkle 2 'ye büyük veya eşit olan üç noktayı işaretleyiniz.
- Ne gözlemliyorsunuz?

Örnek 5

Farklı şehirlerde sıcaklıklar:

- Üsküp 'te sıcaklık 5°C .
- Tiran 'da sıcaklık 2°C .
- Podgorica 'da sıcaklık -3°C .
- Saraybosna 'da sıcaklık -5°C .
- Belgrad 'da sıcaklık 0°C .
- Zagreb 'de sıcaklık -3°C .
- Atina 'da sıcaklık 5°C .



- Hangi şehirde en yüksek sıcaklık var?
- Hangi şehirde en düşük sıcaklık var?
- Üsküp ile Saraybosna arasındaki sıcaklık farkı kaç $^{\circ}\text{C}$ 'dir?
- Kaç şehirde sıcaklık negatiftir?
- Tüm şehirlerin sıcaklıklarını $\leq$ sembolünü kullanarak sıralayınız. Sayıları hangi sırayla yazdınız (artan mı azalan mı)?

Çözüm:

- En yüksek sıcaklık Üsküp ve Atina'da, 5°C .
- En düşük sıcaklık Saraybosna'da, -5°C .
- Sıcaklık farkı 10°C 'dir. Açıklayınız neden.
- Negatif sıcaklık olan şehirler: Podgorica (-3°C), Saraybosna (-5°C) ve Zagreb (-3°C).
- Sıcaklıklar artan sırayla sıralanır: $-5 \leq -3 \leq -3 \leq 0 \leq 2 \leq 5 \leq 5$.

Alıştırma 4

Marko ve arkadaşları, spor ekipmanı almak isteyen arkadaşlarına para toplaması için yardım etmeye karar verirler. Her birinin farklı bir borç ve gelir miktarı vardır:

- Marko'nun borcu 50 denar, geliri 100 denar.
 - Ana'nın borcu 30 denar, geliri 80 denar.
 - Nikola'nın borcu 20 denar, geliri 120 denar.
 - Tea'nın borcu 40 denar, geliri 90 denar.
 - Fatima'nın borcu 10 denar, geliri 70 denar.
- Tam sayıları kullanarak Marko'nun ve arkadaşlarının borç ve gelirlerini yazınız. Elde ettiğiniz tam sayıları azalan sırayla sıralayınız.
 - Kim en fazla borçlu?
 - Kim en yüksek gelire sahip?
 - Kim gelir ile borç arasındaki en büyük farka sahip?
 - Tüm arkadaşların toplam borcunu negatif bir tam sayı olarak yazınız.

Tam sayıları günlük yaşamda nasıl kullanabilirsiniz? Bugünkü gününüzden, pozitif ve negatif tam sayılarla karşılaştığınız, tam sayıları karşılaştırdığınız örnekler verebilir misiniz?

Defterinize aşağıdaki soruları cevaplayınız:

1. Tam sayıların ne olduğunu ve bunların pozitif, negatif ve sıfır olarak nasıl ayrıldığını anlıyor muyum? Evet / Hayır
2. Pozitif ve negatif tam sayıları bağımsızca yazabilir miyim? Evet / Hayır
3. Günlük yaşamdan tam sayıların kullanıldığı örnekler verebilir miyim? Evet / Hayır
4. N , N_0 , Z^+ , Z^- ve Z kümeleri arasındaki ilişkiyi açıklayabilir miyim? Evet / Hayır
5. Soruları yanıtladıktan sonra defterinize, sizin için en zor olan veya en iyi yaptığınız şeyi kısaca yorum olarak yazınız.

BİREYSEL ÇALIŞMA

1. 12°C 'yi sıfırın üzerinde ve 15°C 'yi sıfırın altında olarak yazınız.
2. Aşağıdaki kümeleri belirleyiniz:
a) $Z^+ \setminus Z$ b) $Z^+ \cap Z$ c) $Z^+ \cap Z^-$ d) $Z \setminus N$ e) $Z \setminus (\{0\} \cup Z^+)$ f) $\{0\} \cup Z^+$
3. Bir yaz gününde ölçülen sıcaklık 32°C idi ve daha sonra 3°C değişti. Daha sonra sıcaklık kaç $^\circ\text{C}$ oldu? Cevabınızı sayı doğrusunu kullanarak açıklayınız. Sizce bu problemin kaç çözümü vardır?
4. Sayıları büyüklüklerine göre en küçüğünden başlayarak sıralayınız: $2, -5, -1, 0, 9, -100$
5. $\in$ ve $\notin$ sembollerini kullanarak aşağıdaki kümenin elemanlarının Z kümesine ait olanlarını ve olmayanlarını yazınız: $\{2; -1; 3\frac{1}{2}; 0; -55; 3, 01; \frac{4}{2}\}$
6. $A = \{2, -6, 8, 12, 0, -10\}$ kümesi verilmiştir. Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde yazınız:
 $B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \text{ pozitif tam sayıdır}\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \text{ negatif tam sayıdır}\}$
 $D = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \text{ ne pozitif ne de negatif tam sayıdır}\}$
7. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
a) $N_0 \subset Z$ b) $Z^- \cap Z^+ = \{0\}$
8. Tablo, Kuzey Makedonya'daki bazı şehirlerde ölçülen sıcaklıkları göstermektedir. Hangi şehirlerde sıcaklık pozitif tam sayılarla, hangilerinde negatif tam sayılarla ifade edilmiştir?

Şehirlere Göre Hava Sıcaklığı

Şehirler	Sıcaklıklar
Üsküp	3°C
Bitola	-6°C
Ohri	5°C
Veles	0°C
Strumica	7°C
Prilep	-4°C

9. + ve - işaretlerini kullanarak ifadeleri yazınız:
- Sıfırın altında 11 °C sıcaklık
 - Sıfırın üzerinde 7 °C sıcaklık
 - 5 000 € kayıp
10. Hangileri doğrudur?
- $3 \in \mathbb{N}_0$
 - $0 \in \mathbb{Z}^-$
 - $-22 \in \mathbb{Z}$
 - $0 \in \mathbb{N}$
11. Verilen işlemlerin sonucunu, $\mathbb{N}_0$, $\mathbb{Z}$, $\emptyset$ gibi kümeleri kullanarak belirleyiniz.
- $\mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$
 - $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}^-$
 - $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^-$
12. Dün saat 13'te ölçülen sıcaklık -3 °C idi, bugün ise -5 °C. Hangi durumda sıcaklık daha düşüktür?
13. Sayı doğrusunu kullanarak sayıları karşılaştırınız:
- 2 ve 5
 - 4 ve 0
 - 5 ve 0
 - 2 ve -6
 - 1 ve -2
14. Aşağıdaki soruyu defterinize yazın ve doğru olanı daire içine alın:
- $-116 < +4$
 - $0 > 433$
 - $-34 > 0$
 - $-200 < -199$
15. Sayıları büyüklüklerine göre sıralayınız (en büyükten başlayarak): -4, 0, -49, 32, 15, -5 ve -50
16. $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ ve } -4 < x < 1\}$ kümesi verilmiştir. Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde yazınız:
 $B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x < -1\}$ ve $C = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \geq -2\}$
17. Sıcaklık -10 °C'den -4 °C'ye değişmiştir. Hangi sıcaklık daha yüksektir?
18. Sayıları en küçüğünden başlayarak sıralayınız: -15, 45, 13, 0, -34, -31 ve 14
19. Sayıları karşılaştırınız ve uygun olan "<" ya da ">" işaretini kullanınız.
- 0 ve -234
 - 99 ve -100
 - 14 ve +13
 - +21 ve -30

Mutlak Değer

Bu derste mutlak değer kavramıyla tanışacağız. Mutlak değer, bir sayının sayı doğrusunda sıfırdan olan uzaklığını gösterir. Yönüne bakılmaksızın uzaklığı ifade eder. Bu kavram, pozitif ve negatif sayılar arasındaki farkların anlaşılması açısından temel bir öneme sahiptir ve çeşitli matematiksel problemlerin çözümünde önemli bir rol oynar.

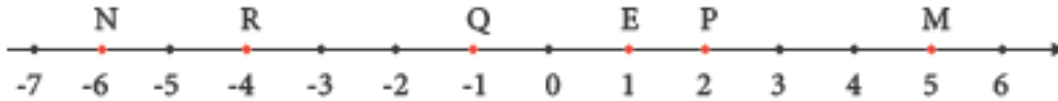


Hatırlayalım:

1. Üzerinde O ve E noktaları seçilmiş bir doğru parçası OE (bir birim uzunluğunda), ayrıca "sol" ve "sağ" kavramları (O, E'nin solundadır ve E, O'nun sağındadır) ile birlikte, birim doğru parçasının O noktasından sola ve sağa taşınmasıyla işaretlenmiş sonsuz sayıda nokta (tam sayı noktaları olarak adlandırılır) ve bu noktalara karşılık gelen tam sayılar (1. örnekteki çizimde olduğu gibi) sayı doğrusu (sayı eksenini) olarak adlandırılır.
2. O ve E noktalarının seçilmesiyle sayı doğrusu yönlendirilmiş olur. O'dan E'ye doğru olan yön, yani sağa doğru olan yön pozitif yön olarak adlandırılır. Ters yön, yani sola doğru olan yön ise negatif yön olarak adlandırılır. OE yarı doğrusuna pozitif tam sayılar yerleştirilir, diğer yarı doğrusuna ise negatif tam sayılar yerleştirilir.
3. Her tam sayı noktası H için, o noktaya karşılık gelen tam sayı a o noktanın koordinatı olarak adlandırılır ve H(a) şeklinde gösterilir. Sayı doğrusu aynı zamanda koordinat eksenini olarak da adlandırılır ve O noktası koordinat başlangıcı olarak adlandırılır.

Örnek 1

- a) Çizimde M, N, P, Q ve R noktaları verilmiştir. Bu noktaların koordinatları nelerdir?



- b) M, N, P, Q ve R noktalarının her biri için, O noktasının hangi tarafında olduğunu ve O noktasına olan uzaklığını yaz.

Çözüm:

- a) M noktasının koordinatı 5'tir, yani M(5). Sonra N(-6), P(2), Q(-1) ve R(-4).
- b) M noktası, O noktasının sağındadır ve O noktasına 5 birim uzaklıktadır. N noktası, O noktasının solundadır ve O noktasına 6 birim uzaklıktadır. Defterine P, Q ve R noktaları için de yazmaya devam et.

$A(a)$ sayı doğrusu üzerindeki bir nokta olsun. O hâlde:

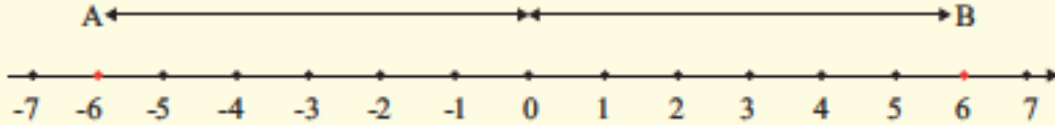
1. Eğer a pozitif bir tam sayı ise, yani $a = n$ ise, A noktası O 'nun sağındadır ve O noktasına olan uzaklığı n birim uzunluğa eşittir.
2. Eğer a negatif bir tam sayı ise, yani $a = -n$ ise, A noktası O 'nun solundadır ve O noktasına olan uzaklığı n birim uzunluğa eşittir.
3. Eğer $a = 0$ ise, A noktası O noktası ile çakışır.

Örnek 2

Çizimde sayı doğrusu üzerindeki $A(-6)$ ve $B(6)$ noktalarını incele. Ne fark ediyorsun?

Çözüm:

Bu noktalar O noktasına göre simetriktir ve koordinatları birbirinin zıt tam sayıları olan 6 ve -6 'dır. Ayrıca, her ikisi de O noktasına eşit uzaklıktadır; ancak biri O 'nun sağında, diğeri solundadır.



Bir tam sayı koordinatına sahip $A(a)$ noktasının koordinat başlangıcı O 'ya olan uzaklığı, A noktası O 'nun sağında veya solunda olmasına bakılmaksızın, a tam sayısının mutlak değeri (veya modülü) olarak adlandırılır ve $|a|$ şeklinde gösterilir.

Örneğin:

$$|-35| = 35; |135| = 135; |-453| = 453; |0| = 0; |47| = 47.$$

Alıştırma 1

Şu sayıların mutlak değerlerini bulun: 11, -15 , -34 , 15, -11 , 20 ve -20 .

Tam sayıların mutlak değerleri için aşağıdaki özellikler geçerlidir. Her tam sayı a için:

1. $|-a| = |a|$
2. $|a| = 0$ ancak ve ancak $a = 0$ ise olur.
3. $|a| \in \mathbb{N}_0$.

Alıştırma 2

Aşağıdaki koşulları sağlayan tüm tam sayıları a bulun: a) $|-a| = 3$; $|a| = 8$; $|a| = 0$.

Alıştırma 3

$a, b \in \mathbb{Z}$ olsun. Aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu kontrol et ve cevabını açıkla:

- Eğer $|a| > |b|$ ise, o zaman $a > b$.
- Eğer $a > b$ ise, o zaman $|a| > |b|$.
- Eğer $a < b$ ise, o zaman $|a| < |b|$.

Alıştırma 4

Aşağıdaki ifadeler verilmiştir:

- Her negatif tam sayı sıfırdan küçüktür ve sıfır her pozitif tam sayıdan küçüktür.
- Her negatif tam sayı her pozitif tam sayıdan küçüktür.
- En küçük tam sayı yoktur ve en büyük tam sayı da yoktur.
- En küçük pozitif sayı -1 'dir ve en büyük negatif tam sayı 1 'dir.
- Herhangi iki tam sayı arasında ya hiç tam sayı yoktur ya da sonlu sayıda tam sayı vardır.
- İki farklı tam sayıdan biri diğerinden büyüktür veya küçüktür.
- İki pozitif sayıdan mutlak değeri büyük olan daha büyüktür, iki negatif sayıdan mutlak değeri büyük olan daha küçüktür.
- Her tam sayının mutlak değeri sıfıra eşit veya sıfırdan büyüktür.
- Bir sayı sıfırdan küçükse pozitif, sıfırdan büyükse negatiftir.
 - Hangi ifadeler doğrudur?
 - Yanlış olan ifadeleri doğru hâle getirerek yaz.

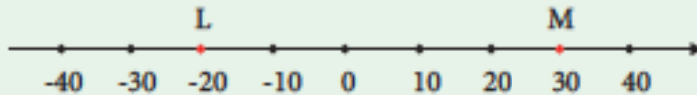
Örnek 3

Meryem ve Luka, bir yardım kuruluşu için para toplama yarışmasına katılıyorlar. Meryem 50 avro toplamış, ancak malzemeler için 20 avro masraf yapmıştır. Luka ise 30 avro toplamış ama 50 avro masraf yapmıştır.

- Hangisinin net sonucu daha iyidir?
- Her birinin net sonucunun mutlak değeri nedir?

Çözüm:

- Meryem 50 avro toplamış ve malzemeler için 20 avro harcamışsa, geriye 30 avrosu kalır. Bu durumda net sonucu $+30$ avrodur. Luka ise 30 avro toplamış ama 50 avro harcamışsa, net sonucu -20 avro olur. Sayı doğrusunda sonuçlar şu şekilde gösterilebilir:



- Meryem'in net sonucunun mutlak değeri $|30| = 30$ 'dur. Luka'nın net sonucunun mutlak değeri $|-20| = 20$ 'dir.

Alıştırma 5

Kış aylarında sıcaklıkların çok düşük olabildiği bir şehirde yaşadığınızı hayal edin. Örneğin: 1 Ocak'ta sıcaklık -5°C , 2 Ocak'ta sıcaklık 3°C 'dir.

Bu iki günde sıcaklıkların sıfırdan uzaklığı nedir?

Mutlak değer ve tam sayıların sıralanması kavramlarını gerçek hayatta nasıl uygulayabilirsin? Spor, ekonomi veya bilim gibi farklı alanlardan, bu kavramların sana karar vermede veya verileri anlamada nasıl yardımcı olabileceğine dair örnekler verebilir misin? Araştır.

I. Kendini 1'den 5'e kadar bir ölçekle değerlendir:

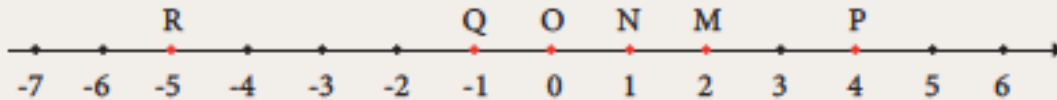
- 1: Hiç anlamadım.
- 2: Biraz anlıyorum ama çok sorum var.
- 3: Temel kavramları anlıyorum ama kendimi emin hissetmiyorum.
- 4: İyi anlıyorum ama daha fazla öğrenebilirim.
- 5: Her şeyi anladım ve kendimi emin hissediyorum.

II. Defterine şu soruları cevapla:

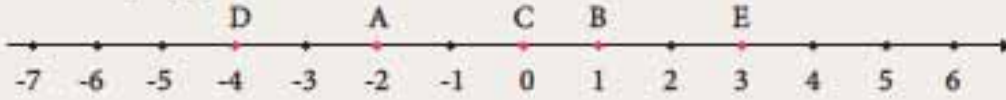
1. Bu derste öğrendiğim üç şey nedir?
2. Mutlak değer ve tam sayıların sıralanması kavramlarını uygulayabildim mi?
3. Örnek verebiliyor muyum?
4. Bu derste öğrendiğim en zor kısım neydi ve neden?
5. Dersin hangi bölümünü açıklığa kavuşturmak veya tekrar etmek isterim?

Bireysel çalışma

1. Sayı doğrusunda şu noktaları belirle: A(2), B(-2), C(4), D(-6) ve E(5).
2. Her pozitif ve her negatif tam sayının sayı doğrusu üzerinde bir noktası var mıdır? Cevabını açıkla.
3. Çizimde M, N, P, Q ve R noktaları işaretlenmiştir. Bu noktaların koordinatları nedir?

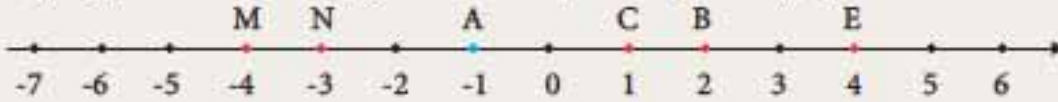


4. Verilen sayı doğrusunda A, B, C, D ve E noktalarının koordinatlarını belirle.



5. $K(-5)$, $N(-3)$, $G(+3)$ ve $D(0)$ noktaları sırasıyla Kavadarci, Negotino, Gevgeliya ve Delçevoda bir kış gününde ölçülen sıcaklıkları gösterebilir. Bir sayı doğrusu çiz ve ölçüm sonuçlarını üzerine yerleştir.

6. Sayı doğrusunda A noktası aşağıdaki şekilde taşınırsa hangi noktaya gelir?



- a) İki birim sola? b) Üç birim sağa?
7. Sayı doğrusu kullanarak şu koşulları sağlayan üç ardışık tam sayı yaz:
a) -2 'nin solunda olanlar b) -1 'in sağında olanlar
- 8*. $M(-3)$, $N(2)$ ve $P(4)$ noktaları verilmiştir. MN ve NP doğru parçalarının orta noktaları olan E ve F noktalarının koordinatlarını bulun ve sonra EF doğru parçasının uzunluğunu belirleyin.
9. Sayı doğrusunda A noktası -1 'in iki birim sağında bulunsun. A noktasından 3 birim uzaklıktaki B noktasını belirle. B noktasının hangi koordinatları alabileceğini belirt!
10. $M(-1)$ noktası AB doğru parçasının orta noktasıdır. $B(2)$ ise A noktasının koordinatını bulun. A noktasının koordinatını belirle!

11. Tabloları doldur:

a)

a	3	-5	10	-3	-12	0	14
$-a$							

b)

a	3	-5	10	-3	-12	0	14
$ a $							

12. Şu koşulları sağlayan tüm tam sayıları a bulun:

a) $|-a| = 3$ b) $|a| = 8$ c) $|a| = 0$

13. $x \in \mathbb{Z}$ olsun. Aşağıdaki durumlarda nasıl bir sayı olur:

- a) $-x$, eğer x negatif bir sayı ise? b) x , eğer $-x$ pozitif bir sayı ise?
c) $|x|$, eğer x pozitif bir sayı ise?

- 14.* Verilen denklemin çöz $|x| = 10$.

Aynı veya Farklı İşaretleli Tam Sayıların Toplanması

Günlük yaşamda sık sık pozitif ve negatif sayılarla karşılaşırız. Sıcaklıklar sıfırın üzerinde veya altında olabilir, finansal işlemler kazanç veya kayıp içerebilir, yükseklikler deniz seviyesinin üstünde veya altında olabilir. Tam sayılarla yapılan işlemler günlük yaşamımızda sürekli yer alır.

Bu tür değerleri doğru bir şekilde hesaplayabilmek için, işaretleri aynı veya farklı olan tam sayıların nasıl toplanacağını bilmek gerekir. Bu derste tam sayıların nasıl toplandığını, hangi kuralları izlemen gerektiğini ve bunları gerçek hayatta nasıl uygulayabileceğini öğreneceksin. Örnekleri inceleyip alıştırmalar yaparak pozitif ve negatif sayılarla işlem yapma konusunda güven kazanacaksın.



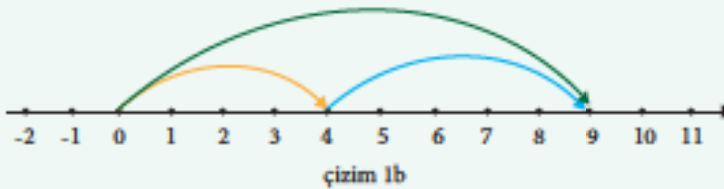
Örnek 1

Saat 7'de hava sıcaklığı sıfırın üzerinde 4°C idi. Saat 14'te sıcaklık 5°C arttıysa sıcaklık kaç derece olur?

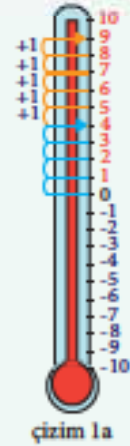
Çözüm:

Gösterim çizimlerle verilmiştir (çizim 1a, 1b).

Sayı doğrusunda gösterildiğinde, bu durum termometrede de olduğu gibi görünür: $+4$ sayısını sayı doğrusunda göstermek için sağa (pozitif yönde) 4 birim ilerlenir ve $+5$ sayısı için 5 birim daha sağa gidilir (sıcaklık artar) (çizim 1b).



Çizimde görüldüğü gibi: $(+4) + (+5) = +9 = +(4+5) = +9$



Alıştırma 1

Hesapla:

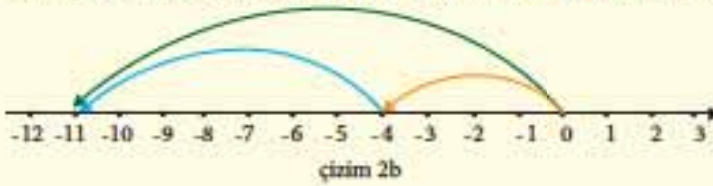
- a) $(+73) + (+29)$ b) $(+247) + (+113) + (+310)$

Örnek 2

Soğuk bir kış gününde, öğle saatlerinde sıcaklık sıfırın altında 4°C idi ve akşam 19.00'a kadar 7°C daha düştü. 19.00'daki sıcaklık kaç derece olur?

Çözüm:

Öğle saatinde sıcaklık sıfırın altında 4°C idi (negatif sayı -4°C). ardından 7°C daha düştü (yine negatif bir değer -7°C). Bu, 19.00'da havanın daha soğuk olacağı anlamına gelir. Yani 19.00'daki sıcaklık, öğlen sıcaklığından daha düşük olur ve sıfırın altında 11°C , yani -11°C olur (çizim 2a). Bu durumda iki negatif tam sayıyı toplamış oluruz. Sonuç olarak yine negatif bir tam sayı elde edilir. Bu örnek sayı doğrusunda da gösterilebilir (çizim 2b).



Sayı doğrusunda önce 4 birim sola (negatif yönde) hareket ederiz, sonra -7 eklemek için 7 birim daha sola gideriz (yine sayı doğrusunun negatif yönünde, çizim 2b'de görüldüğü gibi): $(-7) + (-4) = -(7 + 4) = -11$.

Örnek 1 ve 2'den çıkarılacak sonuç:

Aynı işaretli iki tam sayının toplamı, her iki sayının mutlak değerlerinin toplamına eşit bir tam sayıdır ve işareti de toplama giren sayıların ortak işareti olur (pozitif veya negatif).

Alıştırma 2

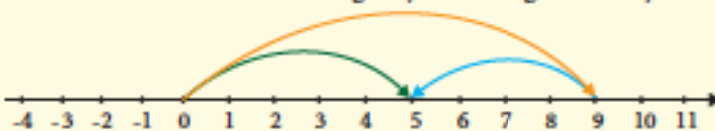
Hesapla: a) $(+5970) + (+3730)$ b) $(-6100) + (-1370) + (-2806)$

Örnek 3

- Öğle saatinde sıcaklık sıfırın üzerinde 9°C idi. Saat 20.00'ye kadar 4°C düştü. Saat 20.00'de sıcaklık kaç derece olur?
- Öğle saatinde sıcaklık sıfırın üzerinde 9°C idi. Akşam 20.00'ye kadar 12°C düştü. Saat 20.00'de sıcaklık kaç derece olur?

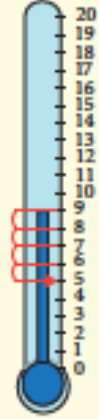
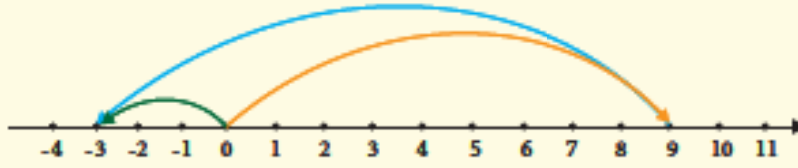
Çözüm:

a) Bu örnek de önceki iki örnek gibi çizimlerle gösterilmiştir.



Termometre ve sayı doğrusu çizimlerini kullanarak şu çözümü açıkla:
 $(+9) + (-4) = +(9 - 4) = +5 = 5$. Parantez içindeki fark $9 - 4 \in \mathbb{N}$, çünkü sayı doğrusunda da görülebileceği gibi bu aslında bir noktadan diğerine olan mesafeyi (yani mutlak değeri) gösterir. Burada sadece hareketin yönü, sayının işaretine göre değişir (pozitif veya negatif sayı).

- b) Çözümü yalnızca sayı doğrusu ile gösterelim. Önce ilk terimi temsil ederiz: $+9$ için sağa doğru 9 birim hareket ederiz. Ardından -12 için sola doğru 12 birim hareket ederiz. Böylece: $(+9) + (-12) = -(12 - 9) = -3$ olur. Buradaki fark $12 - 9 \in \mathbb{N}$. Neden?



Alıştırma 3

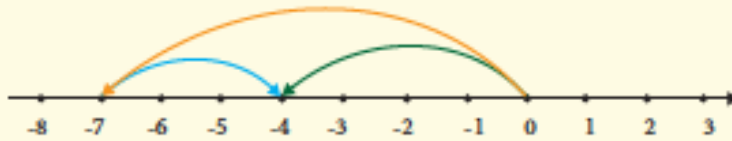
Hesapla: a) $(+85) + (-30)$ b) $(+497) + (-589)$

Örnek 4

- a) Soğuk bir kış gününde sabah sıcaklığı sıfırın altında 7°C idi. Aynı gün öğle saatlerinde sıcaklık 3°C arttıysa öğle sıcaklığı kaç derece olur?
 b) Soğuk bir kış gününde sabah sıcaklığı sıfırın altında 7°C idi. Aynı gün öğle saatlerinde sıcaklık 11°C arttıysa öğle sıcaklığı kaç derece olur?

Çözüm:

- a) Bu problemin çözümü çizimde gösterilmiştir.



Sıfırdan başlayarak sayı doğrusunda sola doğru 7 birim gideriz çünkü sabah sıcaklığı sıfırın altında 7°C idi.

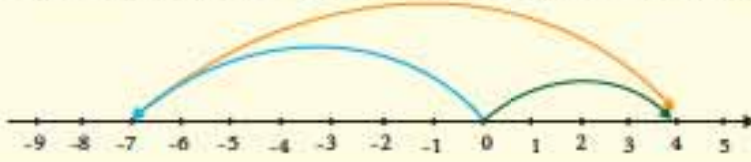
Sonra sağa doğru 3 birim ilerleriz çünkü sıcaklık 3°C arttı.

Bu şekilde öğle saatindeki sıcaklık sıfırın altında 4°C olur.

Bu şu şekilde de yazılabilir: $(-7) + (+3) = -(7 - 3) = -4$.

Fark $7 - 3 \in \mathbb{N}$. Neden?

- b) Bu durumda da çözüm sayı doğrusu ile gösterilmiştir. Önce sola doğru 7 birim hareket ederiz (-7°C sıcaklık için), ardından sağa doğru 11 birim ilerleriz (sıcaklığın 11°C artması için). Böylece: $(-7) + (+11) = +(11 - 7) = +4$. Yani öğle saatinde sıcaklık $+4^{\circ}\text{C}$ olur.



Örnek 3 ve 4'ün çözümünden şu sonuç çıkarılabilir:

İşaretleri iki tam sayının toplamı, mutlak değeri bu iki sayının mutlak değerlerinin farkına eşit olan bir tam sayıdır (doğal sayılar gibi düşünülerek büyükten küçüğün çıkarılmasıyla bulunur) ve bu toplamın işareti, mutlak değeri büyük olan sayının işareti ile aynıdır.

Bir tam sayının 0 ile toplamı veya 0'ın herhangi bir tam sayı ile toplamı yine o tam sayının kendisidir. $0 + a = a + 0 = a$, $a + (-a) = (-a) + a = 0$, burada a bir $\mathbb{Z}$ elemanıdır vb.

Bir tam sayı ile onun tersinin toplamı sıfırdır.

Alıştırma 4

Tabloyu doldurunuz:

a	26	-65	-182	200	1670	0	34
b	-12	19	243	-497	0	-195	-34
a+b							

Alıştırma 5

Saat 14.00'te sıcaklık sıfırın üzerinde 6°C idi. Saat 19.00'a kadar sıcaklık 6°C düştüyse, 19.00'daki sıcaklık kaç derece olur? Sayı doğrusu kullanarak ve iki tam sayının toplamı şeklinde cevabını açıkla. Ne sonuç çıkarabilirsin?

Toplananların işaretleri	Sonucun işareti	Mutlak değerler arasında yapılan işlem	Örnek
$\oplus + \oplus = \oplus$	+	Toplama	$(+6) + (+4) = +10$
$\ominus + \ominus = \ominus$	-	Toplama	$(-4) + (-6) = -10$
$\oplus + \ominus = \oplus$	+	Çıkarma	$(+6) + (-4) = +2$
$\ominus + \oplus = \ominus$	-	Çıkarma	$(+4) + (-6) = -2$

Örnek 5

- a) Anita'nın banka kartında 1 200 denar negatif bakiyesi vardır. 5 700 denar para girişi olmuştur. Para girişi sonrasında kartının bakiyesi ne olur?
- b) Miloş'un banka kartında 1 000 denar negatif bakiyesi vardır, ayrıca internetten alışveriş yaparak 280 denar daha harcama yapar. Alışveriş sonrasında kartının bakiyesi ne olur?
- c) Anita ve Miloş birlikte, arkadaşları İtir için seçtikleri 3 300 denarlık hediyeyi almak için yeterli paraya sahip mi?

Çözüm:

- a) Anita'nın kartının başlangıç bakiyesi -1 200 denardır. 5 700 denar giriş (+5 700) sonrası durumu: $(-1\,200) + (+5\,700) = +4\,500$ denar.
- b) Miloş'un başlangıç bakiyesi -1 000 denardır ve buna -280 denar daha ekler: $(-1\,000) + (-280) = -1\,280$ denar.
- c) Hediyeyi almak için 3 300 denar gerekiyor ama toplam paraları: $(+4\,500) + (-1\,280) = +3\,220$ denar.
Bu miktar hediyeyi almak için yeterli değildir.
Anita ve Miloş, Miloş daha önce internetten alışveriş yapmamış olsaydı, seçtikleri hediyeyi almak için yeterli paraya sahip olurlar mıydı?

Alıştırma 6

Yanlış beslenme alışkanlıkları ve uygunsuz diyetler nedeniyle Pece, normal vücut ağırlığının 6 kilo altında kalmıştır. Genel fiziksel durumunu iyileştirmek ve eski kilosuna dönmek için doğru ve sağlıklı beslenmeyle kilosunu 7 kilo artırmıştır. Pece'nin vücut ağırlığı açısından son durumu nedir?

Alıştırma 7

Merita yüksek katlı bir binada asansörle hareket ediyor.

- a) Bodrum otopark katında, -2. katta bulunuyor ve asansörle 6 kat yukarı çıkıyor. Hangi kata ulaşır?
- b) 4. kattan bodrumdaki -3. kata inmek istiyor. Kaç kat hareket etmesi gerekir? Bu durumu iki tam sayının toplamı olarak nasıl gösterirsin?

Yalnızca pozitif sayıları toplamak yerine negatif sayıları da eklediğinde toplam nasıl değişir? Bu son toplamı nasıl etkiler?

Öğrendikleriniz hakkında bu soruların cevaplarını defterinize yazınız:

1. Aynı veya farklı işaretli tam sayıların toplanmasıyla ilgili öğrendiğin üç şeyi yaz.
2. Günlük hayattan, öğrendiğini uygulayabileceğin bir örnek yaz.
3. 1'den 5'e kadar bir ölçek kullanarak kendini değerlendir: Bu dersi anlama konusundaki özgüvenin nasıl? (1 - Hiç anlamadım, 5 - Tamamen anlıyorum).
4. Anlamadığın veya daha fazla öğrenmek istediğin bir soru yaz.

Bireysel çalışma

1. Sayı doğrusu kullanarak şu toplamı hesapla

- a) $(+2) + (+3)$ b) $(-4) + (-2)$ c) $(+3) + (-7)$ d) $(-5) + (+4)$
e) $(+23) + (+32)$ f) $(+17) + 0$ g) $(-140) + (-8)$ h) $0 + (-54)$
i) $(-18) + (+23)$ j) $(+2) + (-2)$ k) $(+51) + (-68)$ l) $(-153) + (+153)$

2. +15 sayısını üç pozitif sayının toplamı olarak göster.

3. -24 sayısını iki negatif tam sayının toplamı olarak göster.

4. -11 sayısını iki farklı işaretli tam sayının toplamı olarak yaz.

5. +6 sayısını iki farklı işaretli tam sayının toplamı olarak yaz.

6. Hesapla:

- a) $(-45) + (-13) + (-23)$ b) $(+12) + ((+99) + (+1))$ c) $(+41) + (+23) + (+87)$
d) $(-14) + (-21) + (-10) + (-15)$ e) $(+22) + (-43) + (+1)$ f) $(+16) + (-31) + (+2)$
g) $(-43) + (+41) + (+5)$ h) $(+7) + (-71) + (+15)$

7. Mirko, Ana'ya 60 denar, Petar'a 90 denar borçludur. Mirko toplamda kaç denar borçlu? Borcunu tam sayılarla bir ifade olarak yaz.

8. Biljana'nın cari hesabında 1 000 denar vardı. 1 200 denar harcadı ve bir süre sonra hesabına 3 000 denar yatırdı. Şimdi Biljana'nın hesabında kaç denar var?

9. -45 ve +57 sayıların toplamı ile -2 ve -16 sayıların toplamı toplanırsa hangi sayı elde edilir?

10. Bir akşam hava sıcaklığı -11 °C idi, gece boyunca 5 °C daha düştü. Düşüşten sonra sıcaklık kaç °C oldu?

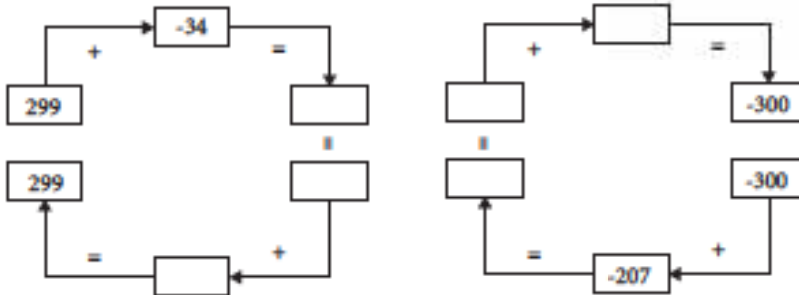
Tam Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri

Toplama, temel matematiksel işlemlerden biridir ve günlük yaşamda önemli bir rol oynar. Marketten ürün alırken, zamanı veya miktarı ölçerken toplama işlemi kaynaklarını düzenlemene ve yönetmene yardımcı olur. Bu derste toplanmanın özelliklerini, örneğin değişme (komutatif) ve birleşme (asosiyatif) özelliklerini öğreneceksin ve bu özelliklerin matematiksel problemleri çözme biçimini nasıl etkilediğini keşfedeceksin. Uygulamalı örnekler ve etkinliklerle bu özellikleri kullanarak farklı durumlarda nasıl yararlanacağını anlayacaksın.



Örnek 1

Boş yerleri doldurunuz.



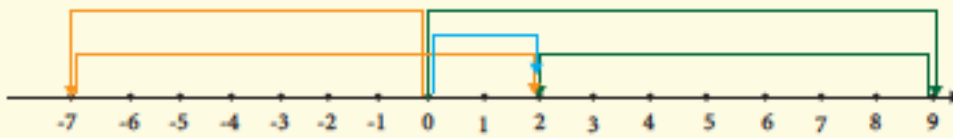
Yönerge: Diyagramlardaki boş alanları doldurmak için gerekirse önceki derste aynı veya farklı işaretli tam sayıların nasıl toplandığını hatırlayınız.

Örnek 2

Şu toplamları Hesapla: $9 + (-7)$ ve $(-7) + 9$.

Çözüm:

Çizim 1'deki sayı doğrusunu kullanarak her iki toplamı da gösterdiğinizde şu sonuca varırsınız:
 $9 + (-7) = 9 - 7 = 2 = (-7) + 9$.



çizim 1

İki tam sayının toplamı, toplananların yerleri değiştirildiğinde değişmez; yani toplama işlemi için değişme (komutatif) kuralı geçerlidir. Başka bir deyişle:

Her $a, b \in \mathbb{Z}$ için şu eşitlik sağlanır: $a + b = b + a$.

Alıştırma 1

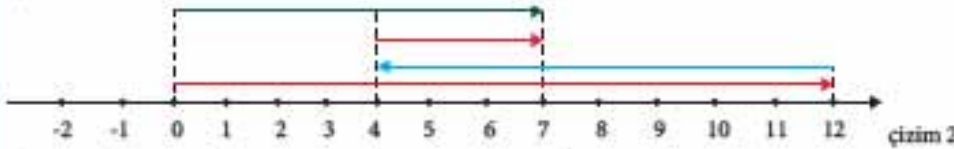
$a + b = b + a$ eşitliğinin doğruluğunu aşağıdaki sayılar için kontrol ediniz:

- a) $a = 81, b = -5$; b) $a = -3540, b = 3075$; c) $a = 220, b = -220$.

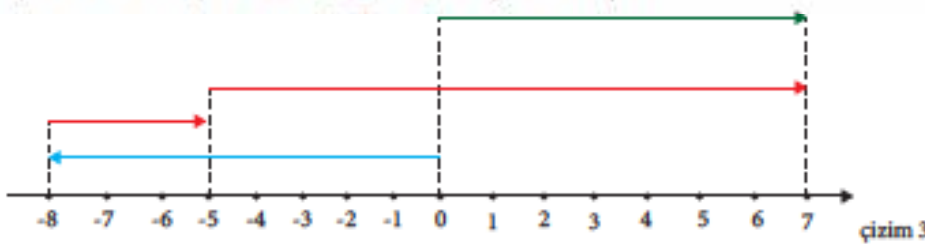
Örnek 3

Şu toplamları Hesapla: $(12 + (-8)) + 3$ ve $12 + ((-8) + 3)$.

Çizim 2'de toplam $(12 + (-8)) + 3 = 7$.



Çizim 3'te ise toplam $12 + ((-8) + 3) = 7$ gösterilmiştir.



Koordinatların eşitliğinden iki sonucun eşit olduğu çıkar, yani şu sonuç çıkar:

$$(12 + (-8)) + 3 = 12 + ((-8) + 3).$$

Her $a, b, c \in \mathbb{Z}$ için toplama aynıdır. $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Başka bir deyişle: Üç tam sayının toplamı, gruplandırılma şekline bağlı değildir; yani tam sayılarda toplama işlemi için birleşme (asosiyatif) kuralı geçerlidir. Bu nedenle $(a + b) + c$ veya $a + (b + c)$ yerine $a + b + c$ yazacağız. Aynı şekilde $a + b + c + d$, $a + b + c + d + e$ vb. şeklinde yazacağız. Sonlu sayıda tam sayının toplamı, nasıl gruplandırıldığına bağlı değildir.

Alıştırma 2

Aşağıdaki toplamları en basit şekilde Hesapla:

- a) $7300 + (-4900) + (-2300) + 900$ b) $1600 + (-9600) + (-1600) + 4600$

Örnek 4

Bir şehir içi otobüsünde, başlangıç durağında 17 yolcu binmiştir. İlk durakta 10 yolcu binmiş ve 3 yolcu inmiştir. İkinci durakta 7 yolcu binmiş ve 5 yolcu inmiştir. Üçüncü durakta 4 yolcu binmiş ve 12 yolcu inmiştir. Üçüncü duraktan sonra otobüste kaç yolcu kalmıştır?

Çözüm:

Başlangıçta otobüste 17 yolcu vardır.

İlk durakta 10 yolcu biner, 3 yolcu iner. Yeni yolcu sayısı:

$$17 + 10 - 3 = 27 - 3 = 24.$$

İkinci durakta 7 yolcu biner, 5 yolcu iner. Yeni yolcu sayısı:

$$24 + 7 - 5 = 26.$$

Üçüncü durakta 4 yolcu biner, 12 yolcu iner. Yeni yolcu sayısı:

$$26 + 4 - 12 = 18.$$

Sonuç: Üçüncü duraktan sonra otobüste 18 yolcu kalmıştır.

Örnek 5

Petar, Ana ve Boris bir matematik oyununda puanlar almışlardır. Petar -7 puan, Ana $+12$ puan ve Boris -5 puan almıştır. Üçü toplam puanlarını birlikte hesaplamak ister, ama her biri farklı bir sırayla toplama yapar.

- Petar $(-7) + (+12) + (-5)$, Ana $(+12) + (-7) + (-5)$ ve Boris $(-5) + (-7) + (+12)$ şeklinde yazmıştır. Her biri toplamda kaç puan bulmuştur? Hangi özellik kullanılmıştır?
- Toplamı birleşme (asosiyatif) özelliğini kullanarak Hesapla.

Çözüm:

- Her biri önce kendi puanını yazarak toplamı bulmuştur ve hepsi aynı sonuca ulaşmıştır:

$$\text{Petar: } (-7) + (+12) + (-5) = (+5) + (-5) = 0 \quad \text{Ana: } (+12) + (-7) + (-5) = (+5) + (-5) = 0$$

$$\text{Boris: } (-5) + (-7) + (+12) = (-12) + (+12) = 0 \quad \text{Her biri toplananların yerini değiştirmiştir ve toplamının değişme (komutatif) özelliğini kullanmıştır. Toplam puan her durumda 0'dır.}$$

- Birleşme (asosiyatif) özelliğini kullanarak gruplandırmayı farklı yapınız:

$$(-7 + (-5)) + 12; (-7) + ((-5) + (+12)); (-7 + (+12)) + (-5)$$

Her durumda sonuç yine 0'dır. Sonuç: Toplamın sırası (komutatiflik) veya gruplandırılması (asosiyatiflik) değişse de sonuç değişmez. Oyuncuların toplam puanı 0'dır; ne kazanç ne kayıp vardır!

Alıştırma 3

İlk terimi 11 olan ve her sonraki terimi bir önceki terime -5 ekleyerek elde edilen altı tam sayıdan oluşan bir dizi yazınız. Her yeni terimi iki farklı şekilde Hesapla. Hangi özelliği kullanacaksınız?

İki negatif sayıyı topladığınızda sonuç nasıl olur? Daha büyük (daha küçük değerde) bir negatif sayı mı elde edersiniz yoksa sonuç toplananlardan daha küçük mü olur? Cevabınızı örneklerle açıklayınız. Ayrıca düşününüz: Toplamanın değişme (komutatif) ve birleşme (asosiyatif) özellikleri tam sayıların toplanmasında nasıl etki eder? Bu özellikleri günlük yaşamınızdaki hangi durumlarda uygulayabilirsiniz?

Defterinize şu soruları cevaplayınız:

1. Bugün ne yeni şey öğrendim?
2. Dersin hangi bölümleri bana en anlaşılır geldi?
3. Nerelerde zorlandım?

Kendinizi 1'den 5'e kadar bir ölçekle değerlendiriniz:

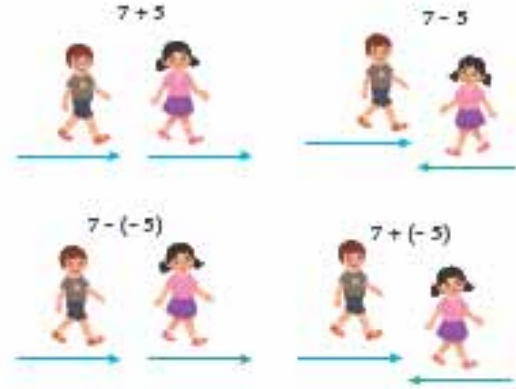
- 1 - Hiç anlamadım
- 2 - Kısmen anladım
- 3 - Anladım ama ek yardıma ihtiyacım var
- 4 - Anladım ve uygulayabilirim
- 5 - Tamamen anladım ve başkasına öğretebilirim

Bireysel çalışma

1. Eğer $(-199) + (+101) = -98$ ise, $(+101) + (-199)$ kaçtır?
2. $a = -54$, $b = -15$ için $a + b = b + a$ eşitliğinin doğru olduğunu gösteriniz.
3. Aşağıdaki eşitlik doğru olsun diye x yerine hangi sayı yazılmalıdır:
 $((-32) + (+17)) + (-20) = (-32) + (x + (-20))$?
4. Tam sayılarda toplama işleminin birleşme (asosiyatif) özelliğini yazınız ve sonra bunu -14 , $+11$ ve -10 sayıları için doğrulayınız.
5. Aşağıdaki ifadeyi değişme (komutatif) ve birleşme (asosiyatif) özelliklerini kullanarak Hesapla: $(-3) + (-2) + 0 + (+1) + (+2) + (+3) + (+4)$
6. Hangi sayı $*$ yerine yazılmalıdır? Hangi özellik kullandın?
a) $(-23) + (+17) = (+17) + *$ b) $(-217) + * = (-15) + (-217)$
7. $((-16) + (+11)) + (-30) = -35$ olduğu biliniyorsa, $(-16) + ((+11) + (-30))$ kaçtır?
8. $A = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$ olsun. Tam sayılarda toplama işleminin özelliklerini kullanarak A kümesinin elemanlarının toplamını bulunuz.

$x + a = b$ Şeklindeki Denklemler. Tam Sayılarda Çıkarma İşlemi

Bugün, $x + a = b$ şeklindeki denklemlerle ve aşağıdaki temel işlemlerle tanışacaksınız: $x + a = b$ şeklindeki denklemler, matematiksel problemleri çözmenin önemli bir parçasıdır. Bu tür bir denklem, a ve b sayıları bilindiğinde x adlı bilinmeyen değeri bulmanıza yardımcı olur. Bu süreçte tam sayılarda çıkarma işlemini nasıl uygulayacağınızı ve x 'in değerini nasıl bulacağınızı öğreneceksiniz. Bir denklem $x + a = b$ şeklindeyse amaç, x değişkenini denklemin bir tarafında yalnız bırakmaktır. Bunu başarmak için çıkarma kurallarını kullanırsınız ve böylece denklemin çözümünü bulabilirsiniz.



Bu ders, yalnızca denklemlerin nasıl çalıştığını anlamanızı sağlamakla kalmayacak, aynı zamanda matematiksel işlemleri günlük hayatınızda nasıl uygulayabileceğinizi de gösterecek.

Örnek 1

Z kümesinde denklemini çözünüz: $x + 36 = 44$

Çözüm:

x bilinmeyen toplanandır ve toplama işleminin bilinen elemanları yardımıyla şu şekilde bulunur:

$$x = 44 - 36 \quad x = 8$$

$$\text{Kontrol: } 8 + 36 = 44$$

Tam sayılar kümesinde bu kavramlar nasıl işler?

Örnek 2

Tam sayılar kümesinde denklemini çözünüz: $x + 17 = 11$

Çözüm:

Denklemini çözmek için her iki tarafa -17 ekleyelim:

$$x + 17 + (-17) = 11 + (-17), \text{ yani } x + 0 = -(17 - 11). \text{ Bundan: } x = -6 \text{ elde ederiz.}$$

$a, b \in Z$ için $x + a = b$ şeklindeki her denklem, Z' 'de $x = b + (-a)$ çözümüne sahiptir.

Alıştırma 1

Z kümesinde şu denklemleri çözünüz:

- a) $x + (-53) = 108$ b) $x + 136 = 190$ c) $103 + x = -82$ d) $-160 + x = 115$.

$x + a = b$ denklemindeki çözüm, Z' de b ile a 'nın farkı olarak adlandırılır.

Aynı şekilde, iki tam sayı arasındaki farkı, yani Z de çıkarma işlemini de bu şekilde tanımlarız.

Bir tam sayı b 'yi başka bir sayı a 'dan çıkarmak demek, eksilene çıkarılan sayının zıt işaretlisini eklemek anlamına gelir. $a, b \in Z$ için fark şu şekilde tanımlanır:

$$a - b = a + (-b)$$

Örnek 3

Hesapla: a) $54 - 38$ b) $(-48) - 23$ c) $139 - (-110)$ d) $(-305) - (-227)$.

Çözüm:

a) $54 - 38 =$ Tam sayılarda çıkarma işleminin tanımına göre $= 54 + (-38) = 16$

b) $(-48) - 23 = (-48) + (-23) = -71$ c) $139 - (-110) = 139 + (+110) = 249$

d) $(-305) - (-227) = (-305) + (+227) = -78$

Alıştırma 2

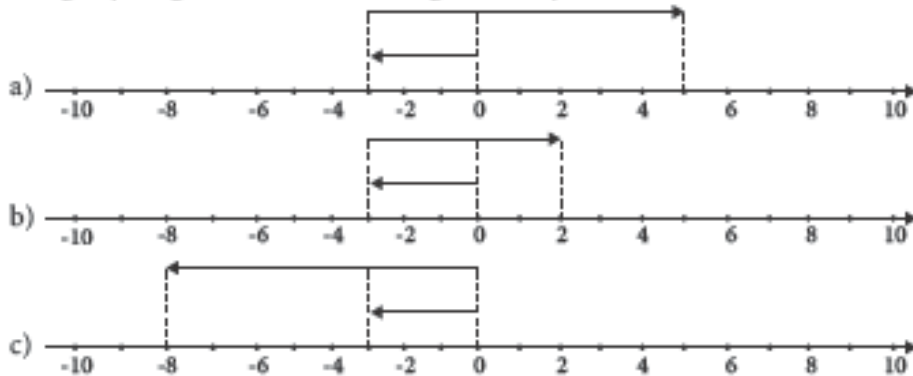
Şu ifadeyi açıklayınız: İki tam sayının farkı yine bir tam sayıdır.

Alıştırma 3

Hesapla: a) $35 - 457$, b) $(-97) - 38$ c) $244 - (-310)$; d) $(-125) - (-98)$.

Alıştırma 4

Hangi sayı doğrusunda $-3 - 5$ farkı gösterilmiştir?



Örnek 4

Marko'nun elinde belli bir miktar para vardı. Kartıyla 236 denar harcadıktan sonra bankaya 43 denar borçlu olduğunu fark etti. Başta kaç denarı vardı?

Çözüm:

x Marko'nun başlangıçtaki parasını gösterebiliriz. Şu denklemi kurabiliriz:

$$x - 236 = -43$$

$$x' \text{ i bulmak için her iki tarafa } +236 \text{ ekleriz: } x - 236 + 236 = -43 + 236 \quad x = +193$$

Marko'nun başlangıçta 193 denarı vardı.

Örnek 5

- a) Yeton'un 2 300 denar borcu var. Bir süre sonra borcunu 1 400 denar azaltmayı başarıyor. Bu durumu tam sayılarda çıkarma işlemiyle nasıl ifade edersiniz? Geriye ne kadar borcu kalır?
- b) Yasna'nın 2 300 denar borcu var ve üzerine 1 420 denar daha borçlanıyor. Bir süre sonra toplamda 3 800 denar borcunu kapatıyor. Bu durumu tam sayılarla nasıl ifade edersiniz? Yasna'nın borcu bu ödemediği sonra ne olur?

Çözüm:

a) Yeton'un durumu şu şekilde ifade edilir: $(-2300) - (-1400) = (-2300) + (+1400) = -900$
Sonuç: Yeton'un ödemesi gereken borç 900 denar kalır.

b) Yasna'nın durumu:

$$(-2300) + (-1420) - (-3800) = (-2300) + (-1420) + 3800 = (-3720) + (+3800) = +80.$$

Sonuç: Yasna'nın borcu kalmaz ve hesabında 80 denar fazlalık olur.

Örnek 6

Mite'ye, 3 792 ile -4 657'nin toplamına, -8 461 ile 4 966'nın farkını eklemesi görevi verilmiş. Mite'nin işleminin doğru olup olmadığını kontrol ediniz ve gerekirse düzeltiniz.

Çözüm:

Mite önce 3 792 ve -4 657 sayıların toplamını hesaplamış, yani: $3\,792 + (-4\,657) = -865$

Sonra -8 461 - 4 966 sayıların farkını bulmuş, yani: $-8\,461 + (-4\,966) = -13\,427$

Görevin isteğine göre bu iki sonucu toplamış:

$$-865 + (-13\,427) = -14\,292$$

Sorudaki isteğe göre, o ilk iki sayının toplamını diğer iki sayının farkıyla toplamış, yani:

$$-865 + (-13\,427) = -14\,292.$$

Alıştırma 5

Yovana'nın banka hesabında -330 denar (yani "eksi bakiye") vardır. Arkadaşından masraflarını karşılamak için 48 denar daha borç alır. Daha sonra kardeşi ona borçlu olduğu 470 denarı geri öder. Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleriyle bir sayı ifadesi yazınız ve bu ifadenin sayısal değerini belirleyiniz. Bu değişimlerden sonra Yovana'nın hesabında kaç denar olur?

Alıştırma 6

En küçük pozitif iki basamaklı sayı ile en küçük negatif iki basamaklı sayının toplamından, en küçük pozitif üç basamaklı sayı ile en büyük negatif üç basamaklı sayının farkını çıkarınız.

$x + a = b$ şeklindeki denklemi tam sayılar kümesinde nasıl çözersiniz?

Neden tam sayılarda çıkarma işlemi "zıt sayı ile toplama" şeklinde yazılabilir? Açıklayınız.

Defterinize yazınız:

Anladım mı? Kendinizi 1'den 5'e kadar bir ölçekte değerlendiriniz:

- 1: Hiç anlamadım.
- 2: Biraz anladım.
- 3: Anladım ama kendimi emin hissetmiyorum.
- 4: İyi anladım, başkalarına anlatabilirim.
- 5: Her şeyi çok iyi anladım, kendimi uzman gibi hissediyorum!

Düşünme soruları:

1. Bugün öğrendiğim en ilginç şey neydi?
 2. Bu bilgiyi günlük hayatımda nasıl kullanabilirim?
 3. Anlamadığım veya sormak istediğim bir şey var mı?
- veya 5 puan vererseniz bir yıldız çizin, "bilgi yıldızı".

Kendi puanınızı ve öğrendiğiniz ilginç bir bilgiyi arkadaşlarınızla paylaşabilirsiniz.

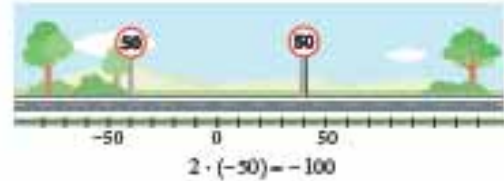
Bireysel çalışma

- Verilen denklemi çözünüz: $x + 15 = 27$ İpucu: Her iki tarafa 15'in zıt işaretlisini ekleyerek çözünüz.
- Şu denklemleri çözünüz:
a) $x + (-34) = -29$ b) $(+32) + x = -8$ c) $x + (+11) = -33$ d) $(-76) + x = 5$
- Verilen hesaplamaları yapınız:
a) $(+24) - (+25)$ b) $(-67) - (+60)$ c) $(+55) - (-5)$ d) $(-102) - (-2)$
e) $(+8) - (-13)$ f) $(-49) - (+11)$ g) $(-84) - (-10)$ h) $(-200) - (+10)$
- Şu denklemleri çözünüz:
a) $x - (+14) = -37$ b) $(-200) - x = -7$ c) $(+31) - x = +40$ d) $x - (-22) = -13$
- 15 sayısına hangi sayı eklenirse -7 ve +15 sayıların farkı elde edilir?
- 15 ve +10 sayıların farkından, bu sayıların toplamını çıkarınız.
- 88 ve -52 sayıların toplamına hangi sayı eklenirse -44 ve -52 sayıların toplamı elde edilir?

Tam Sayılarla Çarpma

Bu derste, aynı ve farklı işaretli tam sayıları nasıl çarpacağınızı inceleyeceksiniz.

Çarpma, yalnızca problemlerinizi çözmenize yardımcı olan değil, aynı zamanda mantıksal düşünmenizi geliştiren önemli bir matematiksel işlemdir. Aynı veya farklı işaretli tam sayıları çarpmaya yönelik kurallar, çarpma ile ilgili çeşitli matematik problemlerini nasıl çözeceğinizi anlamanıza yardımcı olacaktır.



Bu derste, bu kuralları uygulamanızı sağlayacak problemlere çalışacak ve tam sayılarla işlem yapma konusundaki becerilerinize güven kazanacaksınız.

Örnek 1

Çarpımı hesapla $(+72) \cdot (+9)$.

Çözüm:

Pozitif tam sayılar kümesi, doğal sayılar kümesi ile aynıdır, yani $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$. Bu nedenle, doğal sayılarda çarpma işlemini aynı şekilde pozitif tam sayılar kümesinde de uygularız. Başka bir deyişle, pozitif tam sayıların çarpılması, doğal sayıların çarpılması gibidir:

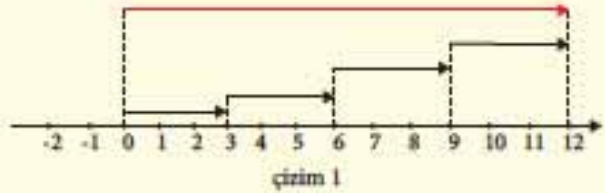
$$(+72) \cdot (+9) = 72 \cdot 9 = 648, \text{ çünkü } +72 = 72 \text{ ve } +9 = 9.$$

Örnek 2

Bir noktanın sayı doğrusu üzerinde soldan sağa doğru hareketini inceleyiniz. Nokta her saniyede 3 birim giderse ve şu anda 0 noktasındaysa, 4 saniye sonra nerede olur?

Çözüm:

Hareket sayı doğrusu üzerinde sağa (pozitif yönde) olduğuna göre, 4 saniye sonra nokta 12 sayısında olur. $(+3) \cdot 4 = +|3 \cdot 4| = +12 = 12$
Bu durum sayı doğrusu üzerinde çizim 1'de gösterilmiştir.



Örnek 3

Bir noktanın sayı doğrusu üzerinde sağdan sola hareketini inceleyiniz. Nokta her saniyede 3 birim gidiyorsa ve şu anda 0 noktasındaysa, 4 saniye önce nerede bulunuyordu?

Çözüm:

Hareket sayı doğrusu üzerinde sola (negatif yönde) olduğuna göre, 4 saniye önce (geçmiş, negatif yön) nokta sayı doğrusunun pozitif kısmında olur.

Şöyle düşünelim:

- 1 saniye önce 3 birim sağdaydı.
- 2 saniye önce $2 \cdot 3 = 6$ birim sağdaydı.
- 3 saniye önce $3 \cdot 3 = 9$ birim sağdaydı.
- 4 saniye önce $4 \cdot 3 = 12$ birim sağdaydı.

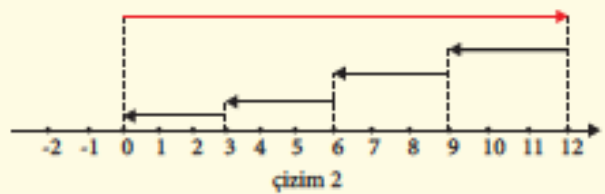
Hareket hızı -3 birim/saniye (sola), süre -4 saniye (geçmiş) olduğundan:

$$(-3) \cdot (-4) = +|3 \cdot 4| = +12 = 12$$

Bu sayı doğrusu üzerinde çizim 2'de gösterilmiştir.

Sonuç:

Aynı işaretli iki tam sayının çarpımı, mutlak değerlerinin çarpımına eşittir ve pozitif olur.



Örnek 2 ve 3'e göre genel kuralı yazabiliriz:

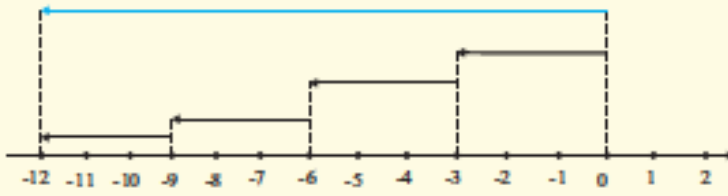
$a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, her iki sayı da aynı anda pozitif veya negatif ise şu kural geçerlidir: $a \cdot b = |a| \cdot |b|$. Başka bir deyişle: İki sayının işaretleri aynı olduğunda çarpımları, mutlak değerlerinin çarpımına eşittir.

Örnek 4

Bir noktanın sayı doğrusu üzerinde sağdan sola hareketini inceleyiniz. Nokta her saniyede 3 birim gidiyorsa ve şu anda 0 noktasındaysa, 4 saniye sonra nerede bulunur?

Çözüm:

Bu durumda hareket sayı doğrusu üzerinde sola (negatif yönde) olur ve 4 saniye sonraki konumu (gelecek, "pozitif zaman") soruluyor. Çizim 3'ten de görülebileceği gibi, 4 saniye sonra nokta -12 sayısında bulunur. Şöyle hesaplanır: $(-3) \cdot 4 = -(3 \cdot 4) = -12$

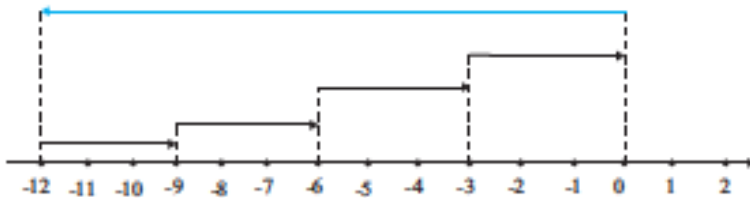


Çizim 3

Örnek 5

Bir noktanın doğrultu üzerinde soldan sağa hareketini inceleyiniz. Nokta her saniyede 3 birim gidiyorsa ve şu anda 0 konumundaysa, 4 saniye önce nerede bulunuyordu?

Bu durumda hareket sayı doğrusu üzerinde sağa (pozitif yönde) olur ancak 4 saniye önceki konumu sorulmaktadır. Çizim 4'ten görüldüğü gibi, 4 saniye önce nokta -12 konumunda bulunuyordu. Bunu şu şekilde yazabiliriz: $3 \cdot (-4) = -[3 \cdot 4] = -12$



Çizim 4

Örnek 4 ve 5'in çözümünden şu sonuç çıkar:

Farklı işaretli iki tam sayının çarpımı, mutlak değerlerinin çarpımına eşit olan negatif bir sayıdır (tıpkı doğal sayılardaki çarpım gibi). Başka bir deyişle, $a \cdot b \in \mathbb{Z}$ ve a ile b farklı işaretli (biri pozitif, diğeri negatif) ise: $a \cdot b = -(|a| \cdot |b|)$.

Çarpanların işaretleri	Sonucun işareti	İşlem (mutlak değerlerle)	Örnek
$(+) \cdot (+)$	+	Çarpma	$(+2) \cdot (+3) = +6$
$(-) \cdot (-)$	+		$(-2) \cdot (-3) = +6$
$(+) \cdot (-)$	-		$(+2) \cdot (-3) = -6$
$(-) \cdot (+)$	-		$(-2) \cdot (+3) = -6$

Alıştırma 1

Şu çarpımları Hesapla:

- a) $(+72) \cdot (+27)$ b) $(+108) \cdot (+49)$ c) $(-105) \cdot (-63)$ d) $(-5086) \cdot (-309)$
e) $(+12) \cdot (-6)$ f) $(-36) \cdot (+5)$ g) $(-256) \cdot (+28)$ h) $(+408) \cdot (-105)$

Örnek 6

-62 ve +806 sayılarını çarpıp sonucu -2 686 kadar azaltınız.

Çözüm:

-62 ve +806'nın çarpımını $(-62) \cdot (+806) = -(62 \cdot 806) = -49\,972$

Daha sonra elde ettiğimiz sonucu -2686 ile azaltıyoruz:

$-49\,972 - (-2\,686) = -49\,972 + (+2\,686) = -47\,286$

Örnek 7

Soğuk bir kış günü öğlen sıcaklık -7°C idi, akşam ise 3 kat daha soğuktu. Akşam sıcaklığı kaç $^\circ\text{C}$ oldu?

Çözüm:

$(-7) \cdot 3 = -21$, Buna göre, sonuç: Akşam sıcaklığı -21°C 'dir.

Alıştırma 2

Daniela yüksek bir binada tasarımcı olarak çalışıyor. Binanın katları -3'ten 18'e kadar numaralandırılmış. Daniela tüm katlarda çalışacağı için asansörle defalarca yukarı ve aşağı hareket ediyor. 10. kattan başlayarak 3 kez 4 kat aşağı iniyor. Daniela şimdi hangi katta?

İki pozitif tam sayının çarpımı ile bir pozitif ve bir negatif tam sayının çarpımı arasındaki farkı nasıl açıklarsınız? Çarpma işlemi sonucunda işaretlerin sonuca nasıl etki ettiğini anlamak neden önemlidir?

Defterinize üç sütunlu bir tablo yapınız. Başlıklar şunlar olsun:

• Ders Başlığı • Anlama Düzeyi • Sorular/Yorumlar

Ders Başlığı kısmına şu başlığı yazınız: “Tam Sayılarda Çarpma İşlemi”

İkinci sütunda, konuyu anlama düzeyinizi aşağıdaki seçeneklerden biriyle belirtiniz:

✓ Çok iyi anlıyorum + İyi anlıyorum ? Bazı yerleri anlamadım X Hiç anlamadım

Üçüncü sütuna, konu hakkında en az bir soru veya yorum yazınız. Bu, anlamadığınız bir nokta, size ilginç gelen bir şey ya da günlük hayatla kurduğunuz bir bağlantı olabilir.

Son olarak: Cevaplarınızı – özellikle sorularınızı veya yorumlarınızı – arkadaşlarınızla paylaşabilirsiniz. Bu, fikir alışverişinde bulunmanıza ve konuyu daha iyi anlamınıza yardımcı olur.

Bireysel çalışma

1. $(+3) \cdot (-2)$ çarpımını sayı doğrusu üzerinde göster.
2. $+15$ ve $+3$ sayılar şu şekilde çarpılmıştır:
 $(+15) \cdot (+3) = +(|+15| \cdot |+3|) = +(15 \cdot 3) = +45$
 Aynı şekilde şu çarpımı hesapla: $(-9) \cdot (-12)$
3. Şunları hesapla:
 a) $(+9) \cdot (+2)$ b) $(+21) \cdot (+31)$ c) $(-11) \cdot (-6)$ d) $(-15) \cdot (-15)$ e) $(-11) \cdot (-18)$
4. Hangi sayı * yerine yazılmalıdır?
 a) $(-13) \cdot 0 = *$ b) $* \cdot (+456) = 0$ c) $(-237) \cdot 0 = *$
5. Bir sayıya $+37$ eklenince -13 ve -2 sayılarının çarpımı elde ediliyor. Bu sayı kaçtır?
6. Şu sayı çiftlerinin çarpımını bul 1) $+3$ ve -2 2) $+4$ ve -2
 a) sayı doğrusu üzerinde göstererek
 b) sayıların mutlak değerlerini kullanarak
7. Çarpma işleminin sonucu (pozitif, negatif veya sıfır) nasıl olur?
 a) Bir pozitif ve bir negatif sayı çarpılırsa?
 b) İki negatif ve bir pozitif sayı çarpılırsa?
 c) Üç negatif sayı ve sıfır çarpılırsa?
 d) Üç negatif sayı ve iki pozitif sayı çarpılırsa?

8. $<$, $>$ veya $=$ sembollerini kullanarak karşılaştır!

- a) $(-11) \cdot (+3)$ ve 0 b) $(-12) \cdot (-4)$ ve 0
c) $(-17) \cdot 0$ ve 0 d) $(+97) \cdot (-97)$ ve 0

9. $(-9) \cdot x$ ifadesinin değerini bu, x için:

- a) $x = +14$ b) $x = +1$ c) $x = 0$ d) $x = -1$

10. $(-4) \cdot (+5)$ çarpımını bir toplam şeklinde yaz ve sonra hesapla.

11. -23 ve 2 sayılarını çarpınız ve sonucu, -16 ile $+14$ sayıların farkının sıfırla çarpımına göre azalt.

12. Şu toplamı çarpım olarak yazınız ve hesapla

- a) $(-15) + (-15) + (-15) + (-15)$ b) $(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7)$

13. Verilenleri hesapla:

- a) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-5)$ b) $(-8) \cdot (-7) \cdot (-6) \cdot (+2) + (-4) \cdot (-3)$

Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

Bu derste, tam sayılarla çarpma işleminin özelliklerini öğreneceksiniz. Bildiğiniz gibi çarpma, temel matematiksel işlemlerden biridir ve günlük yaşamda en sık kullanılan işlemlerden de biridir. Pozitif veya negatif sayılarla çalışsanız da çarpma kurallarını bilmek, matematiksel problemleri doğru çözmek için önemlidir. Bu derste çarpmanın farklı özelliklerini inceleyeceksiniz: değişme (komutatif), birleşme (asosiyatif) ve dağılım (distribütif) özellikleri. Ayrıca bu özelliklerin tam sayılarla çalışırken nasıl uygulandığını göreceksiniz. Bu özellikleri kullanarak hesaplamaları nasıl kolaylaştırabileceğinizi öğreneceksiniz.



Defterinize, doğal sayılar kümesinde bildiğiniz çarpma özelliklerinin bir kavram haritasını yapınız.

Doğal sayılarda çarpmanın komutatif, asosiyatif ve toplama işlemi üzerine dağılım özelliklerine sahip olduğunu biliyorsunuz. Aynı özellikler negatif olmayan tam sayılar için de geçerlidir. Peki, bu özellikler tüm tam sayılar için de geçerli midir?

Örnek 1

Aşağıdaki çarpımları hesapla ve ardından karşılaştırınız: $(-5) \cdot (-4)$ ve $(-4) \cdot (-5)$

Çözüm:

Çarpmanın tanımından şunu elde ederiz: $(-5) \cdot (-4) = 20 = (-4) \cdot (-5)$.

Her $a, b \in \mathbb{Z}$ için şu eşitlik geçerlidir: $a \cdot b = b \cdot a$, yani iki tam sayının çarpımı, çarpanların yerleri değiştirildiğinde değişmez.

Başka bir deyişle: Tam sayılarda çarpma işlemi komutatifdir.

Alıştırma 1

$a \cdot b = b \cdot a$ eşitliğini aşağıdaki değerlerle kontrol ediniz:

a) $a = 352, b = -52$ b) $a = -589, b = 67$ c) $a = -2080, b = -84$

Örnek 2

Verilen çarpımları hesapla: $[(-43) \cdot (+6)] \cdot (-9)$ ve $(-43) \cdot [(+6) \cdot (-9)]$.

Çözüm:

$[(-43) \cdot (+6)] \cdot (-9) = (-|43 \cdot 6|) \cdot (-9) = (-258) \cdot (-9) = |258 \cdot 9| = 2322$.

$(-43) \cdot [(+6) \cdot (-9)] = (-43) \cdot (-|6 \cdot 9|) = (-43) \cdot (-54) = |43 \cdot 54| = 2322$.

Sonuç: Çarpımlar eşittir..

Her $a, b, c \in \mathbb{Z}$ için şu eşitlik geçerlidir: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, yani tam sayıların çarpımında sonuç, çarpanların nasıl gruplandığına bağlı değildir.

Başka bir deyişle: Tam sayılarda çarpma işlemi asosiyatifdir.

Alıştırma 2

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ eşitliğini aşağıdaki değerlerle kontrol ediniz:

a) $a = (-198), b = -50, c = 22$ b) $a = 115, b = -48, c = 75$.

Örnek 3

$(156 + 82) \cdot (-7)$ ve $[156 \cdot (-7)] + [82 \cdot (-7)]$ Hesaplayın. Ne fark ettiniz?

Çözüm:

$$(156 + 82) \cdot (-7) = 238 \cdot (-7) = -|238 \cdot 7| = -1666;$$

$$[156 \cdot (-7)] + [82 \cdot (-7)] = (-|156 \cdot 7|) + (-|82 \cdot 7|) = (-1092) + (-574) = -(1092 + 574) = -1666.$$

İki sayısal ifadenin değerlerinin eşit olduğu görülebilir.

Her $a, b, c \in \mathbb{Z}$ için şu eşitlikler geçerlidir:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \text{ ve } (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Çarpma ve toplamanın değişme özelliği nedeniyle şu eşitlikler de geçerlidir:

$$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b \text{ ve } c \cdot (a - b) = c \cdot a - c \cdot b$$

Başka bir deyişle: Tam sayılarda çarpma işlemi, toplama ve çıkarma (çıkarma işleminin yapılabilir olduğu durumlarda) işlemleri üzerine dağılıcıdır.

Alıştırma 3

$a = -12$, $b = 40$, $c = -15$, $m = 25$, için şu eşitliğin doğruluğunu kontrol ediniz:

$$(a + b - c) \cdot m = a \cdot m + b \cdot m - c \cdot m$$

Örnek 4

Bir sıcak giysi üreten şirket, kış aylarında zarar etmektedir (şirket "eksi" dedir). Ocak ayında şirketin zararı 3000 avro, Şubat ayında ise 2000 avrodur. Şirket iki ayın toplam zararını hesaplamak ve ayrıca yaz sezonunda bu zararın Ocak ve Şubat toplamına göre 3 kat artması durumunda oluşacak zararı da hesaplamak ister. Yaz sezonundaki toplam zararı iki farklı şekilde Hesapla.

Çözüm:

1. Yöntem: $((-3000) + (-2000)) \cdot 3 = (-5000) \cdot 3 = -15\ 000$ Ocak ve Şubat aylarının toplam zararı:

$(-3000) + (-2000) = -5000$ Yaz sezonunda bu zarar 3 katına çıkarsa:

$(-5\ 000) \cdot 3 = -15\ 000$ avro toplam zarar.

2. Yöntem: $((-3000) + (-2000)) \cdot 3 = (-3000) \cdot 3 + (-2000) \cdot 3 = (-9000) + (-6000) = -15\ 000$

$-3000 \cdot 3 = -9000$ (Ocak ayına göre yaz sezonundaki zarar)

$-2000 \cdot 3 = -6000$ (Şubat ayına göre yaz sezonundaki zarar)

Toplam yaz sezonu zararı: $(-9000) + (-6000) = -15\ 000$ avro.

Alıştırma 4

Bir öğrenci restoranı, öğrencilere uygun fiyatlı bir menü sunuyor. Menüde 3 börek ve 2 bardak sebze smoothie'si bulunuyor. Bir öğrenci bu menüden 4 tane alıyor, diğeri ise 12 börek ve 8 bardak smoothie alıyor. İki öğrenci de aynı sayıda ürün mü almış oluyor?

Aşağıdaki sayısal ifadede hangi özellik, nasıl kullanılarak işlemi kolaylaştırmıştır?

$$1997 \cdot (-4) = (2000 - 3) \cdot (-4) = 2000 \cdot (-4) - 3 \cdot (-4)$$

Günlük hayattan bir durumda, tam sayılarda çarpmanın özelliklerini kullanarak işlem yapmaya örnekler veriniz.

Defterinize aşağıdaki tabloyu çizin ve her özellik için bir işaret koyunuz:

☒ - Anlıyorum ve anlatabilirim, ☐ - Biraz karışık ☒ -Anlamıyorum

Komutatif Özellik	Asosiyatif Özellik	Dağılıcı Özellik

Tablonun altına ☒ işareti koyduğunuz özellik(ler) için birer örnek yazınız.

Bireysel çalışma

1. a) Tam sayılarda çarpma işleminin komutatif (değişme) özelliğini yaz.
b) Eğer $(-11) \cdot (+12) = -132$ ise $(+12) \cdot (-11)$ kaçtır?
2. Asosiyatif (birleşme) özelliğini kullanarak aşağıdaki eşitliklerde hangi sayı * yerine yazılmalıdır?
a) $((-99) \cdot (+28)) \cdot (-14) = * \cdot ((+28) \cdot (-14))$
b) $(+19) \cdot ((* \cdot (-47))) = ((+19) \cdot (-38)) \cdot (-47)$
3. Aşağıdaki eşitlikte dağılıcı özelliği kontrol et: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$,
eğer $a = -9$, $b = -4$, $c = -10$ ise.
4. a) $(-45 + x) \cdot (-2) = (-45) \cdot (-2) + (-3) \cdot (-2)$ ise x kaçtır?
b) Eğer $(-18 + 8) \cdot (-3) = 30$ ise, $(-18) \cdot (-3) + (+8) \cdot (-3)$ kaçtır?
5. Şu işlemi en kolay şekilde hesapla: $(+50) \cdot (-25) \cdot (-2) \cdot (+4)$
6. Dağılıcı özelliği kullanarak hesapla:
a) $3 \cdot 11 + 3 \cdot 22$ b) $(-14) \cdot (-8) + (-14) \cdot (-2)$
7. Aşağıdaki ifadeyi önce dağılıcı özelliği kullanarak yeniden yaz ve sonra değerini hesapla:
 $4 \cdot (-8) + 2 \cdot (-8) + 5 \cdot (-8)$

Tam Sayılarla Bölme İşlemi

Günlük yaşamda, bir şeyi eşit parçalara bölmenizi gerektiren durumlarla sıkça karşılaşsınız.

Örneğin, 12 elmanız varsa ve bunları 4 arkadaşınıza eşit olarak paylaşmak isterseniz, her biri 3 elma alır. Bu, doğal sayılar kümesinde yapılan bölme işleminin basit bir örneğidir.

Peki, negatif sayılar içeren tam sayılarla çalıştığımızda ne olur? Negatif bir sayıyı bölerken de aynı kurallar geçerli midir? Bu derste, tam sayılar kümesinde bölmenin nasıl çalıştığını, işaret kurallarının neler olduğunu ve bu bilgiyi farklı durumlarda nasıl uygulayabileceğinizi inceleyeceksiniz.

Önemli bir nokta şudur: Bölme işlemi doğal sayılar kümesinde her zaman yapılabilir değildir; aynı şekilde tam sayılar kümesinde de bazı sınırlamalar vardır. Doğal sayılarda (N) bölme işlemi çarpma ile tanımlandığı gibi, tam sayılarda (Z) bölme işlemi de aynı ilkeye dayanır.

Bu derste: Hangi bölmelerin mümkün (tanımlı), hangilerinin mümkün olmadığını ayırt etmeyi, Bölüm (kolayca) nasıl bulunur. Tam sayılarla yapılan bölme işlemlerini günlük örneklerde nasıl doğru uygularsınız — bunları öğreneceksiniz.



Örnek 1

Ana, Boyan ve Viktor meyve bahçesinden 168 meyve toplamış ve bunları üç pakete eşit olarak paylaşmaya karar vermişler.

- Her bir paketdeki meyve sayısı bir doğal sayı olur mu?
- Her pakette kaç meyve olur?
- İki arkadaşları daha katılırsa ve toplamda 5 paket yapmak isterlerse, bölme işlemi doğal sayılar kümesinde mümkün olur mu?

Çözüm:

- Üç kişinin doğal sayıda meyve alabilmesi için 168'in 3'e bölünebilir olması gerekir. 168, 3 ile tam bölünebilir (çünkü rakamları toplamı 15'tir ve 15, 3'e bölünür). Yani her pakette doğal sayı kadar meyve olur.
- $168 : 3 = 56$
Sonuç: 3 paket yapılırsa her birinde 56 meyve olur.
- İki arkadaş daha katılırsa toplam paket sayısı 5 olur.
 $168 : 5$ işlemi tam sayı vermez. Neden? Çünkü 168 sayısı 5'e bölünemez. Sonuç doğal sayı olmaz.
Doğal sayılar kümesinde bölme işlemi, nesneleri eşit gruplara ayırmaya yardımcı olur. Bu örnekte, paket sayısı paylaşan kişi sayısına bağlıdır.

$a, b \in \mathbb{Z}$ iki tam sayı olsun. Bir sayıyı a 'yı b 'ye bölmek demek, $b \cdot c = a$ olacak şekilde bir tam sayı c bulmak anlamına gelir (eğer böyle bir tam sayı varsa). Bu c sayısına bölüm denir. a bölünen, b ise bölen olarak adlandırılır. Böyle bir durumda b, a 'yı böler deriz ve şu şekilde gösteririz: $b \mid a$.

Örnek 2

$12 \cdot x = 84$ eşitliğini sağlayan tam sayı x 'i varsa bulunuz.

Çözüm:

$84 : 12 = 7$ olur. Dolayısıyla $x = 7$.

Tam sayılarda bölme işlemi iki duruma ayrılır: Bölünen ve bölen aynı işaretliyse (her ikisi de pozitif veya her ikisi de negatif), bölünen ve bölen farklı işaretliyse.

Örnek 3

Aşağıdaki bilinmeyen sayıları bulunuz:

- a) $8 \cdot x = 128$ b) $(-15) \cdot x = 165$

Çözüm:

a) $8 \cdot x = 128$ ifadesinde sonuç pozitif. Pozitif bir sonuç elde etmek için iki çarpanın da aynı işaretle olması gerekir. 8 pozitif olduğuna göre x de pozitif olur: $x = |128 : 8| = 16$
Çünkü $16 \cdot 8 = 128$.

b) $(-15) \cdot x = 165$ ifadesinde çarpanlardan biri negatif. Sonuç ise pozitif (+165). Pozitif bir sonuç için iki çarpanın işaretleri farklı olamaz - ama burada -15 negatif olduğuna göre, x de negatif olmalıdır negatif $\cdot$ negatif = pozitif olsun diye: $x = 165 : (-15) = -(165 : 15) = -11$
Kontrol: $((-11) \cdot (-15) = +|11 \cdot 15| = +165$

Örnekteki özellik genel olarak şu şekilde ifade edilir:

Aynı işaretli iki tam sayının bölümü ($\mathbb{Z}$ kümesinde varsa) pozitiftir. Eğer $a, b \in \mathbb{Z}^+$ veya $a, b \in \mathbb{Z}^-$ ve $b \mid a$ ise: $a : b = |a| : |b|$

Örnek 4

Aşağıdaki bilinmeyen x sayıları bulunuz:

- a) $(-13) \cdot x = -260$ b) $x \cdot 23 = -184$

a) Sonuç -260 negatif. Çarpma işlemi sonucunun negatif olması için çarpanların işaretlerinin farklı olması gerekir. -13 negatif olduğuna göre x pozitif olmalıdır.

$$x = (-260) : (-13) = |260 : 13| = 20$$

Kontrol edersek: $(-13) \cdot (+20) = -260$.

- b) Denklemin çözümü negatif bir sayıdır. Çünkü çarpım -184 negatif bir sayı olduğundan, çarpanların farklı işaretleri olması gerekir. 23 sayısı pozitif olduğuna göre, x negatif olmalıdır.
 $x = (-184) : 23 = -|184 : 23| = -8$.
 Kontrol edersek: $(-8) \cdot 23 = -184$.

İşaretleri farklı olan iki tam sayının bölümünün (Z kümesinde varsa) sonucu negatif bir sayıdır. Eğer $a \in Z^+$, $b \in Z^-$ veya $a \in Z^-$, $b \in Z^+$ ve $b|a$ ise o zaman: $a : b = -(|a| : |b|)$ şeklinde olur; burada $|a| : |b|$ doğal sayılarla yapılan bölme işlemini ifade eder.

Örnek 5

$7 \cdot x = 37$ denklemini sağlayan bir tam sayı varsa bulun.

Çözüm:

37 sayısı 7 ve başka bir tam sayının çarpımı olarak yazılamaz. Bu nedenle böyle bir tam sayı x yoktur. Bu bölmenin Z kümesinde mümkün olmadığını (yapılamayacağını) söyleriz.

Alıştırma 1

Aşağıdaki bölme işlemlerini hesaplayınız:

- | | | | |
|----------------|-------------------|------------------|---------------------|
| a) $1248 : 24$ | b) $(-96) : (-8)$ | c) $2016 : 32$ | d) $(-338) : (-26)$ |
| e) $(-80) : 5$ | f) $1856 : (-29)$ | g) $(-364) : 14$ | h) $2117 : (-73)$ |

Alıştırma 2

Eğer $a \in Z$, ise, aşağıdakileri soruları açıklayınız:

- | | | |
|--------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $a : 1 = a$ | b) $a : 0$ Yoktur veya tanımsızdır | c) $a : (-1) = -a$ |
| d) $a : a = 1$ eğer $a \neq 0$ | e) $0 : a = 0$ eğer $a \neq 0$ | f) $a : (-a) = -1$ eğer $a \neq 0$ |

Örnek 6

Bir firma, başarısız bir reklam kampanyası nedeniyle $84\,000$ denarlık bir mali kayıp yaşamıştır. Bu kayıp, negatif bir sayı $(-84\,000)$ olarak ifade edilir ve 7 pazarlama projesine eşit olarak dağıtılmıştır. Her projenin ne kadar zarara uğradığını bulunuz.

Çözüm:

Kayıp negatif bir sayı $(-84\,000)$, proje sayısı ise pozitif bir sayıdır $(+7)$. İşaretleri farklı iki tam sayının bölümünde sonuç negatif olur.

$$x = (-84\,000) : 7 = -12\,000$$

Kontrol: $(-12\,000) \cdot 7 = -84\,000$ verilen kayıpla uyumludur.

Sonuç olarak, her pazarlama projesi $12\,000$ dinar zarar etmiştir.

Alıştırma 3

Oyunda Tome başarısız atlayışlar nedeniyle (-90) puanlık negatif bir sonuç almıştır. Bu negatif sonuç 5 atlayışa eşit olarak dağıtılsa, Tome her atlayışta kaç puan kaybetmiştir, bulunuz.

Ne düşünüyorsunuz? Tam sayıların bölme işlemini, özellikle negatif sayılarla çalışırken, doğru şekilde anlamak sizce günlük yaşamda nasıl daha net kararlar almanıza yardımcı olabilir? Örneğin, masrafları veya kaynakları bölüştürürken bunu nasıl kullanabilirsiniz?

“Matematik Trafik Lambası”

Defterinize yazın:

1. Kırmızı  (Yardıma ihtiyacım var! Anlamına gelir!)
Size en anlaşılmaz gelen bir soru veya kısmı yazın.
2. Sarı  (Kısmen anlıyorum ama bazı şüphelerim var! Anlamına gelir.)
Çözebildiğiniz bir problemi ve size zor gelen bir problemi yazın.
3. Yeşil  (Anlıyorum ve bir arkadaşınıza açıklayabilirim! Anlamına gelir!)
Tam sayılarla bölme işlemiyle ilgili kendi örnek ve çözümlerinizi yazın!

Bireysel çalışma

1. Verilenleri hesaplayın:
a) $(+56) : (+8)$ b) $(-36) : (-12)$ c) $(+117) : (-1)$ d) $(-585) : (-15)$ e) $(+54) : (-9)$
f) $0 : (-12)$ g) $(+374) : (-1)$ h) $(-148) : (+37)$ i) $(-32) : (+8)$ j) $(+200) : (-10)$
2. $y : 12$ ifadesinin değerini bulunuz: a) $y = 48$ için b) $y = -156$ için
3. Aşağıdaki denklemleri çözünüz
a) $(-88) : x = 8$ b) $(+45) \cdot x = -540$ c) $(-533) \cdot x = +41$ d) $x \cdot (+79) = -790$
4. -27 ve 9 sayıların farkını, bu sayıların toplamına bölünüz.
5. Bir sayı -24 ile çarpıldığında, -8 ve 21 sayıların çarpımına eşit bir sonuç elde ediliyor. O sayıyı bulunuz.
6. Bilyana bir sayı düşünmüştür. Bu sayıyı -14 ve 44 sayıların toplamı ile çarptığında, -390 ve 13 sayıların bölümünü elde etmiştir. Bilyana'nın düşündüğü sayıyı hangisidir.
7. Aşağıdaki durumlarda iki tam sayının böleni ve bölüneni nasıl bir ilişki içinde olduğunu siz çıkarınız:
a) Bölümleri $+1$ ise b) Bölümleri -1 ise c) Bölümleri 0 ise
8. $+65$ ve -13 sayıların bölümüne, -50 ve -10 sayıların bölümünü eklediğinizde hangi sayı elde edilir, bulunuz.

Çoğu zaman iki sayısal ifadenin, sayısal değerleri eşit olduğunda eşit oldukları söylenir.

Örnek 2

Aşağıdaki ifadenin sayısal değerini hesapla $5 \cdot [(-21) - (60 - 12) : (-8)]$

Çözüm:

$$5 \cdot [(-21) - (60 - 12) : (-8)] = 5 \cdot [(-21) - 48 : (-8)] = 5 \cdot [(-21) - (-6)] = 5 \cdot [(-21) + (+6)] = 5 \cdot (-15) = -75$$

Sayısal bir ifadenin değerini hesaplarken şunları bilmeniz gerekir:

1. Toplama ve çıkarma işlemleri birinci dereceden işlemler olarak adlandırılır, çarpma ve bölme işlemleri ise ikinci dereceden işlemler olarak adlandırılır. Üslü işlemler ise genellikle üçüncü dereceden işlemler olarak adlandırılır.
2. Parantez kullanılmadan yazılmış sayısal ifadelerde, eğer yalnızca birinci dereceden işlemlerden veya yalnızca ikinci dereceden işlemlerden oluşuyorsa, şu kural geçerlidir: Solda bulunan işlemlere öncelik verilir ve işlemler yazıldıkları sıraya göre soldan sağa doğru yapılır.
3. Parantez içermeyen ve farklı dereceden işlemleri içeren sayısal ifadelerde bir kural vardır: daha yüksek dereceden işlemler önceliklidir ve aynı dereceden işlemler yazıldıkları sıraya göre soldan sağa doğru yapılır.
4. Parantezli sayısal ifadelerde, önce parantez içindeki ifadenin değeri 2 veya 3. maddelerde anlatıldığı gibi hesaplanır, sonra elde edilen parantezsiz ifadeye yine 2 veya 3. madde uygulanır.

Kısaca, bir sayısal ifadede işlemlerin yapılma sırası şöyledir:

1. Parantezler
2. Üslü işlemler
3. Çarpma, bölme (soldan sağa)
4. Toplama, çıkarma (soldan sağa)

Örnek 3

Aşağıdakileri Hesapla: a) $(-24) - [48 : (-6)]$, b) $[(-24) - 48] : (-6)$ ve c) $(-24) - 48 : (-6)$. Hesaplarken ne kullanacağınızı açıklayınız.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } (-24) - [48 : (-6)] &= \text{Parantez içi hesaplanır, ifadenin geri kalanı aynen yazılır} \\ &= (-24) - (-8) = (-24) + (+8) = -16 \end{aligned}$$

b) $[(-24) - 48] : (-6) =$ Parantez içi hesaplanır, ifadenin geri kalanı aynen yazılır
 $= (-72) : (-6) = 12$

c) $(-24) - 48 : (-6) =$ Daha yüksek dereceden işleme öncelik verilir, ifadenin geri kalanı aynen yazılır $= (-24) - (-8) = (-24) + (+8) = -16$

Ne düşünüyorsunuz, neden sayısal ifadeler $(-24) - [48 : (-6)]$ ve $(-24) - 48 : (-6)$ aynı sayısal değere sahiptir? İlk ifadede parantezler atılabilir mi ve neden?

Alıştırma 2

Aşağıdaki sayısal ifadelerin değerini hesaplayın:

a) $(+23) + (-48) - (-79)$

b) $7 \cdot (-21) + 52 : (-13)$

c) $(-60) \cdot (-5) : 6 \cdot (-9)$

d) $294 : [(-18) - (-15)] + (-47) \cdot 2$

e) $5 \cdot (-21) - [(-21) - (60-12) : (-8)]$

f) $18 - 34 + 27 - 52 + 18 - 13$

Örnek 4

Aşağıdaki ifadeleri hesaplayın:

a) $(-15) + (-7)$

b) $(-15) - (-7)$

c) $-(-15) + (-7)$

d) $+(-15) - (+7)$

Çözüm:

a) $(-15) + (-7) = -15 - 7 = -22$

b) $(-15) - (-7) = -15 + 7 = -8$

c) $-(-15) + (-7) = +15 - 7 = +8$

d) $+(-15) - (+7) = -15 - 7 = -22$

Sayısal ifadeler hesaplanmadan önce parantezler olmadan yazılmıştır. Ne gözlemliyorsunuz?

$-(-a) = +a$ karşıtı (zıttı) olan sayı $-a$ 'nın karşıtı $+a$ sayısıdır.

$-(+b) = -b$ karşıtı (zıttı) olan sayı $+b$ 'nin karşıtı $-b$ sayısıdır.

Örnek 5

Aşağıdaki ifadelerin değerini hesaplayın:

a) $(-14) + (-28) + (+40)$

b) $125 - (-49) - (+25)$

Çözüm:

a) $(-14) + (-28) + (+40) = -14 - 28 + 40 = -42 + 40 = -2$

b) $125 - (-49) - (+25) = 125 + 49 - 25 = 174 - 25 = 149$

Bir ifadede bir parantezin önünde + işareti varsa, bu işaret ve önündeki parantez atılır (silinir) ve diğer her şey aynı kalır.

Bir ifadede bir parantezin önünde – işareti varsa, bu işaret ve parantez silinir, ancak parantez içindeki sayıların işaretleri zıtlarına çevrilir (+ işareti – olur, – işareti + olur).

Alıştırma 3

(-62) ve $(+130)$ sayıların toplamını, bu sayıların farkıyla çarpınız.

Örnek 5

Aşağıdaki sayısal ifadenin değerini bulunuz: $|-8| + 3 \cdot |-5| - 12$.

Çözüm:

Verilen ifadede önce mutlak değerleri hesaplıyorsunuz: $|-8| = -8$ ve $|-5| = -5$. Sonra ifadede yerlerine koyuyorsunuz: $8 + 3 \cdot 5 - 12$. İfade içinde önce daha yüksek dereceden işlem olan çarpma yapılır ve şu ifade elde edilir: $8 + 15 - 12$. Sonra işlemleri soldan sağa doğru yapıyorsunuz: $23 - 12 = 11$. Yani:

$$|-8| + 3 \cdot |-5| - 12 = 8 + 3 \cdot 5 - 12 = 8 + 15 - 12 = 23 - 12 = 11.$$

Alıştırma 4

Aşağıdaki ifadenin değerini bulunuz: $|9 - 11| \cdot 16 - (46 - 2 \cdot (-13)) - |-123|$

Örnek 6

En büyük iki basamaklı tam negatif sayı ile en küçük iki basamaklı tam pozitif sayının farkını, en küçük üç basamaklı tam negatif sayıyla çarpınız.

Çözüm:

Önce her sayıyı verilen şartlara göre yazıyoruz. En büyük iki basamaklı tam negatif sayı -10 'dur, en küçük iki basamaklı tam pozitif sayı $+10$ 'dur ve en küçük üç basamaklı tam negatif sayı -999 'dur. Sonra ifadeyi yazıp hesaplıyoruz::

$$((-10) - (+10)) \cdot (-999) = (-10-10) \cdot (-999) = (-20) \cdot (-999) = 19\,980.$$

Alıştırma 5

200 ve -426 sayıların farkını, -360 ve -12 sayıların bölüm sonucu kadar (ile) azaltınız.

Alıştırma 6

Boyan aynı oyunu 7 kez oynamış ve $+13$, -8 , -16 , $+10$, $+4$, $+18$ ve -7 puan almıştır. Boyan'ın bir oyunda ortalama kaç puan aldığını hesapla.

Alıştırma 7

Deyan yüksek bir binada mühendis olarak çalışmaktadır ve katlar -3'ten 18'e kadar numaralandırılmıştır. Tüm katlardaki çalışmayı gözlemlemesi ve asansörle defalarca yukarı ve aşağı hareket etmesi gerekmektedir. 11. kattan başlayarak 3 kez 4 kat aşağı iner, ardından 2 kez 5 kat yukarı çıkar. Deyan şu anda hangi kattadır?

Alıştırma 8

Vesna'nın kartında Ocak, Şubat ve Mart aylarına ait 963'er denarlık ödenmemiş cep telefonu faturaları bulunmaktadır ve bunları ödemesi gerekmektedir. Ancak bu ödemediği sonra yaptığı bir iş karşılığında kartına 7 800 denar yüklenmektedir. Vesna'nın kart bakiyesini hesaplamak için ifadeyi tam sayılarla yazınız ve Hesapla.

Alıştırma 9

Tasarruf sandığı yıl sonunda bilanço çıkarıyor. 45 müşterisine 12 300'er denar borcu var, 62 müşteriden 10 450'er denar alacaklı ve 213 müşteriden 3 500'er denar alacaklı. Yıl sonu sonucu nedir, tasarruf sandığı yılı kârla mı kapatıyor?

Bir sayısal ifadeye mutlak değerler ile toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin bir kombinasyonu varsa, doğru sonucu elde etmek için işlem sırası kurallarını nasıl uygulamanız gerekir? Mutlak değer uygulaması ifadenin sayısal değerini değiştirebilir mi ve bu sonuca nasıl etki eder?

Defterinize aşağıdaki sorulara cevap veriniz:

1. Bugün ne öğrendim? (Anladığınız temel kavramın kısa bir açıklaması).
2. Benim için en zor olan neydi? (Daha zor bulduğunuz konuları veya kavramları tanımlayınız).
3. Bu bilgileri gelecekte nasıl kullanacağım? (Öğrendiklerinizi pratikte nasıl kullanacağınızı düşünüyorsunuz).

Kendinizi aşağıdaki ölçeğe göre değerlendiriniz:

- 5 – Mükemmel, öğrendiğimi tamamen anlıyorum ve uygulayabilirim.
- 4 – İyi, ama emin olmak için biraz tekrar yapmam gerekiyor.
- 3 – Konunun bir kısmını anladım ama daha çok çalışmam gerek.
- 2 – Hâlâ anlamadığım çok şey var.
- 1 – Anlatılanlardan hiçbir şey anlamadım.

Son olarak öğretmeninizle veya bir sınıf arkadaşınızla kısa bir paylaşım yapabilirsiniz: sorularınız var mı veya derste sizin için en faydalı olan şey neydi?

Bireysel çalışma

- Aşağıdaki sayısal ifadelerin değerini bulunuz:
a) $(-21) + (-1) \cdot (+42) - (+24) : (-8)$ b) $(-32) : (+8) - (+12) + (-21) : (+3)$
- Parantezlerden kurtulduktan sonra ifadeyi hesaplayın!
 $(-18) : (+3) - (-5) + (-17) \cdot (+2)$
- İfadenin değerini değiştirmeden, parantezler kullanarak yazınız.
a) $-15 \cdot 3 - 48 + 2 \cdot 30 - 0:11$
b) $-57 - 18 : 3 + 2 \cdot 17 - 6$
- -10 ve 9 sayıların çarpımı ile -99 ve -33 sayıların bölümünün farkını hesaplayın!
- Hesaplayın:
a) $-12 : 6 - 5 \cdot [14 - (2 - 5)]$ b) $(4 - 9) \cdot 3 - 28 : [-13 - 2 \cdot (-3)]$
- $(3a + b) : c$ ifadesinin değerini hesaplayın, $a = -13$, $b = -69$, $c = -6$ için..
- Aşağıdaki ifadelerin sayısal değerini bulunuz:
a) $(+1) : (-1) + (-2) : (-1) + (+3) : (-1)$ b) $(2 - 18) : [(-2) : 1]$

Doğal Sayılı Üslü İfadeler

Günlük hayatta, özellikle matematikte, fen bilimlerinde ve teknolojiye büyük sayılarla sıkça karşılaşırız. Bu sayıları çok basamaklı olarak yazmak yerine, üslü işlemi kullanarak daha kısa şekilde ifade ederiz. Bu derste şunları öğreneceksiniz: üslü işlemin ne anlama geldiğini ve nasıl kullanıldığını; taban, gösterge (üs) ve üslü sayının değerinin neyi ifade ettiğini ve göstergenin doğal sayı olduğu durumlarda üslü sayının değerini nasıl hesaplayacağınızı. Bu bilgi, çarpanlar, kare ve küp sayılar gibi daha ileri matematiksel kavramlar için bir temel oluşturur.



Örnek 1

Ana çiçek bahçesinin etrafına bir çit yapmak istiyor. Her sıraya 3 tane tahta direk koymaya ve sıraları 7 kez tekrarlamaya karar vermiştir.

- Ana'nın toplam kaç direk kullanacağını aynı toplananların toplamı şeklinde yazınız.
- İfadeyi çarpma işlemi olarak yazınız.

Çözüm:

- Her sırada 3 direk olduğu ve bu sıra 7 kez tekrarlandığı için toplam direk sayısını aynı toplananların toplamı şeklinde şöyle yazabiliriz: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$.
- Aynı işlemi çarpma olarak şu şekilde ifade edebiliriz: $7 \cdot 3 = 21$. Ana böyle 5 tane aynı çiçek bahçesi için aynı çiti yaparsa toplam kaç direğe ihtiyacı olur?

Alıştırma 1

Kütüphanede 12 raf vardı ve her rafta 50 kitap bulunuyordu. Bir hafta içinde 15 öğrenci kişi başı 2 kitap aldı. Öğrenciler ihtiyaç duydukları kitapları aldıktan sonra kütüphanede kaç kitap kalır?

Örnek 2

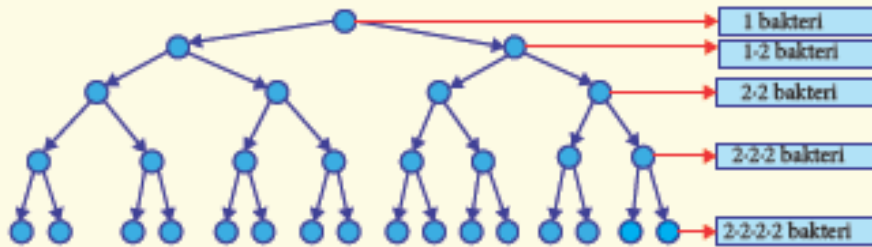
Bilim insanları her 15 dakikada bir ikiye bölünen yeni bir bakteri türünü inceliyorlar. Araştırma tek bir bakteri ile başlıyor.

- 1 saat sonra kaç bakteri olacağını çarpma işlemiyle yazınız.
- 1 saat sonraki bakteri sayısını üslü ifade ile gösteriniz.
- Bu bölünme 3 saat boyunca değişmeden devam ederse, son bakteri sayısını üslü ifade ile yazınız ve değerini Hesapla.



Çözüm:

- Bakteri her 15 dakikada bir ikiye bölündüğü için 1 saatte (60 dakika) 4 bölünme gerçekleşir: $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Yani, 1 saat sonra 16 bakteri olacaktır.



- b) Dört tane ikilinin çarpımını daha kısa olarak üs şeklinde yazabilirsiniz: $2^4 = 16$.
- c) Eğer bu süreç 3 saat devam ederse, o 3 saatte toplam: $3 \cdot 4 = 12$ bölünme gerçekleşir.
Toplam bakteri sayısı şöyle olur: 2^{12} .
Değerini hesaplayalım: $2^{12} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4\,096$.
Yani, 3 saat sonra bakteri sayısı 4 096 olacaktır.

Aynı sayının n kere kendi kendisiyle tekrar tekrar çarpılmasına üslü işlem denir ve şu şekilde yazılır: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-KERE}} = a^n$.
 a^n ifadesinde, $a \in \mathbb{N}_0$ olduğunda a taban, n ise üstel gösterge (üst) olarak adlandırılır.

$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ işlemiyle a^n üslü işleminin değeri elde edilir. Bu değeri hesaplama işlemi üslü işlem (üst alma) olarak adlandırılır.

Karar gereği, her a sayısı için $a^0 = 1$ olarak kabul edilir ve üslü işlem çarpma işlemine göre önceliklidir. Bu nedenle $m \cdot (a^n)$ yerine $m \cdot a^n$ şeklinde yazılır.

Örneğin 2. örnekte (b kısmında): $2^4 = 16$ ise, burada 2 üslü işlemin tabanı, 4 üstel gösterge ve 16 üslü işlemin değeridir.

c kısmı (şıkki) için tabanı, üstel göstergesi ve üslü işlemin değerini yazınız.

Alıştırma 2

Marko ve Petar bir matematik yarışmasına katılıyorlar ve orada kendi uzunluk ölçü birimlerini üslü işlemi kullanarak oluşturmaları gerekiyor. Temel uzunluk birimini 1 adım olarak belirliyorlar ve her sonraki mesafe öncekinin üç katı olacak şekilde artıyor.

- a) İlk beş seviyede her bir sonraki adımın mesafesini çarpma işlemiyle yazınız.
- b) Aynı mesafeyi 3 sayısının üsleriyle ifade ediniz.
- c) Sekizinci seviye toplam kat edilen mesafeyi temsil ediyorsa, bu mesafeyi üslü işlemle ifade ediniz ve değerini hesaplayın.

Alıştırma 3

10 sayısının ilk 10 doğal sayı üstel gösterimini yazınız ve bunların değerlerini hesaplayın. Ne fark ediyorsunuz?

Örnek 3

Marko ilk hafta 3 çiçek dikmeye karar veriyor ve her sonraki hafta önceki haftaya göre diktiği yeni çiçek sayısını iki katına çıkarıyor.

- a) Marko'nun ilk 6 hafta boyunca kaç yeni çiçek dikeceğini çarpma işlemiyle yazınız.
b) Her hafta dikilen yeni çiçek sayısını üslü işlemle gösteriniz.
c) Marko'nun 6 hafta sonunda toplam kaç çiçek dikeceğini hesaplayın.

Çözüm:

- a) Marko her hafta çiçek sayısını iki katına çıkarıyor, bu nedenle şunu elde ederiz:
 $3, 3 \cdot 2, 3 \cdot 2 \cdot 2, 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2, 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2, 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
Haftalara göre çiçek sayısı: 3, 6, 12, 24, 48, 96.
b) Aynı ifadeyi üslü işlemle şöyle yazabiliriz: $3, 3 \cdot 2^1, 3 \cdot 2^2, 3 \cdot 2^3, 3 \cdot 2^4, 3 \cdot 2^5$.
c) 6 hafta sonunda toplam dikilen çiçek sayısını bulmak için her haftadaki sayıları toplarız:
 $3 + 3 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^5 = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 = 189$.
Yani, 6 hafta sonra Marko toplam 189 çiçek dikmiş olacaktır.

Alıştırma 4

Emiliya küçük bir kutu üretim ve paketleme fabrikasında çalışıyor. İlk gün 5 paket kutu ile başlıyor ve her sonraki gün, önceki güne göre üç kat daha fazla paket yapıyor.

- a) Emiliya'nın ilk 4 gün boyunca kaç paket kutu yapacağını çarpma işlemiyle yazınız.
b) Her gün yapılan paket sayısını üslü işlemle gösteriniz.
c) Emiliya'nın 4 gün sonunda toplam kaç paket kutu yapacağını hesaplayın.

Farklı tabanlara sahip ama aynı üstel göstergeye sahip üslerin (örneğin, 2^3 ve 3^3) arasındaki farkı nasıl tanımla ve bunların değerleri nasıldır? Taban aynı kalıp sadece üstel gösterge değişirse ne olur? Adım adım hesaplama sürecini göster ve aynı tabanlı fakat farklı üslü kuvvetlerin, sonucun büyüklüğünü nasıl değiştirdiğini açıkla.

1. Üslü işlemin ne olduğunu ve bileşenlerinin (taban ve üstel gösterge) neler olduğunu açıklayabiliyor muyum?
1 = Açıklayamam
2 = Öğretmenin yardımıyla açıklayabilirim
3 = Kendi başıma açıklayabilirim

2. Farklı tabanlar için doğal sayı üstel göstergeyle üslü işlemi doğru şekilde yazabiliyor muyum?
1 = Üslü işlemi yazamıyorum
2 = Yazabiliyorum ama bazen hata yapıyorum
3 = Üslü işlemi doğru ve hızlı yazabiliyorum
3. Doğal sayı göstergeli üslü işlemin değerini hesaplayabiliyor muyum?
1 = Hesaplayamıyorum
2 = Yardımla hesaplayabiliyorum
3 = Kendi başıma ve doğru şekilde hesaplayabiliyorum
4. Üslü işlemleri günlük hayat bağlamlarında, örneğin nüfus artışı gibi durumlarda uygulayabiliyor muyum?
1 = Üslü işlemi günlük bağlamlarla ilişkilendiremiyorum
2 = Örnekler yardımıyla ilişkilendirebiliyorum
3 = Üslü işlemi farklı durumlarda kendi başıma uygulayabiliyorum
5. Büyük üstel göstergelere sahip üslü işlemlerin neden çok hızlı büyüdüğünü ve bunun matematikte neden önemli olduğunu anlıyor muyum?
1 = Anlamıyorum
2 = Kısmen anlıyorum
3 = Tam olarak anlıyorum ve açıklayabiliyorum

Eğer cevaplarınızın çoğu 3 ise, bu dersi başarıyla tüm standartlara uygun şekilde tamamladınız demektir.

Eğer çoğu cevabınız 2'nin altındaysa, dersin bazı bölümlerini tekrar etmeniz gerekebilir.

Eğer çoğu cevabınız 1 ise, öğretmeninizden ek yardım ve alıştırmalar istemeniz önerilir.

Bireysel çalışma

1. Aşağıdaki çarpımları üslü işlem olarak yazınız:
a) $7 \cdot 7 \cdot 7$ b) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$ c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$
2. Aşağıdaki üslü ifadeleri çarpım şeklinde gösteriniz:
a) 5^4 b) $(-3)^5$ c) $(x + y)^3$
3. Aşağıdaki üslü işlemlerin değerini hesaplayınız:
a) 5^4 b) $(-10)^5$ c) 3^4
4. Aşağıdaki ifadelerin değerini hesaplayınız:
a) $2^3 - 3^3$ b) $5^3 \cdot (-3)^4 + 2^2 - (-7)^2$ c) $2^4 \cdot 3^2 + 5^2 : 5^2$

5.* Doğru olanı kontrol ediniz:

- a) $(-2)^{11} < 0$ b) $(-2)^{22} > 0$ c) $-2^{22} > 0$ d) $(-5)^3 \cdot (-7)^3 > 0$
e) $a^3 \cdot b^3 > 0$, için $a > 0, b > 0$ f) $a^3 \cdot b^3 < 0$, için $a < 0, b < 0$

6. Hangi ifadeler n - doğal sayıları için geçerlidir?

- a) $1^n = 1$ b) $0^n = 0$ c) $2^n > 0$ d) $(-3)^n > 0$ e) $(-5)^n < 0$

7. Hangi n değeri için doğrudur:

- a) $2^n = 16$ b) $(-3)^n = -27$

8. Bir USB aygıtının kapasitesi 2^4 gigabayttır. Aygıt kaç gigabayt kapasitelidir?

9. Bir bakteri her saat başında ikiye katlanır. Başlangıçta 3 bakteri varsa, 5 saat sonra kaç bakteri olur?

- a) 5 saat sonraki bakteri sayısını üslü ifade kullanarak yazınız.
b) n saat sonra bakteri sayısını yazınız.

100'e Kadar Kareler ve Karekökler

Bu dersi işleyerek edineceğiniz bilgi, daha ileri matematiksel kavramları öğrenmeniz için bir temel oluşturacaktır ve farklı soruları ve problemleri çözmenize yardımcı olacaktır.

Kare sayıları nasıl tanıyacağınızı ve bunların kareköklerini nasıl hesaplayacağınızı, ayrıca bu becerileri hem günlük hayatta hem de matematik öğreniminizde nasıl kullanacağınızı öğreneceksiniz.



Örnek 1

Mehmet'in babasının iki deposu vardı. İlk depoda 425 kg un vardı ve ikinci depoda birincinin 3 katı kadar un vardı. Babası depolardaki toplam un miktarının %40'ını sattı. Depolarda toplam kaç kilogram un kaldı?

Çözüm:

İkinci depodaki un miktarı: $3 \cdot 425 = 1275$ kg. Yani ikinci depoda 1275 kg un vardır.

İki depodaki toplam un miktarı: $425 \text{ kg} + 1275 \text{ kg} = 1700 \text{ kg}$.

Satılan un miktarı (toplamın %40'ı): %40'ı 1700 kg'ın:

$0,4 \cdot 1700 = 680$ kg. Mehmet'in babası 680 kg un satmıştır.

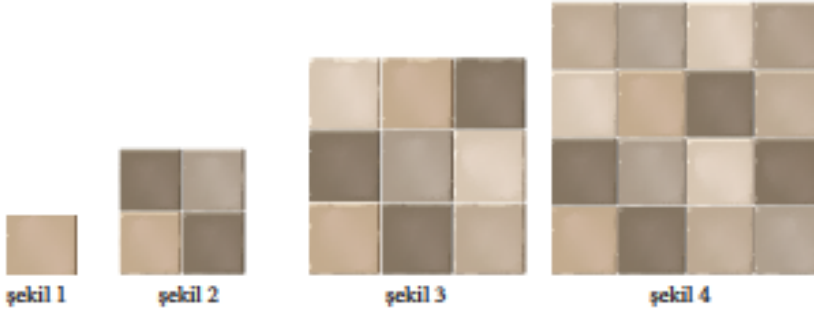
Satıştan sonra iki depoda kalan un miktarı: $1700 \text{ kg} - 680 \text{ kg} = 1020 \text{ kg}$.

Sonuç olarak depolarda toplam 1020 kg un kalmıştır.

Örnek 2

Yanko parkta kare şeklinde fayanslar döşüyor.

Döşediği şekiller aşağıdaki resimde gösterilmiştir.



- Her bir şekilde kullanılan toplam fayans sayısını ayrı ayrı yazınız.
- Her bir şekildedeki kullanılan fayans sayısını bir sayının karesi olarak yazınız.
- Beşinci, altıncı ve yedinci şekilde kaç fayans olacağını yazınız.

Çözüm:

- Şekil 1'de 1 fayans, şekil 2'de 4 fayans, şekil 3'te 9 fayans, şekil 4'te 16 fayans vardır.
- Her bir şekilde kullanılan fayans sayısı bir sayının karesi olarak şöyle yazılır:
 $1^2 = 1$, okunur "1'in karesi 1'dir",
 $2^2 = 4$, okunur "2'nin karesi 4'tür",
 $3^2 = 9$, $4^2 = 16$.
- Şekillerin düzenlenişinde her şeklin satır sayısı, bir satırdaki fayans sayısına eşittir. Böylece:
Beşinci şekil: $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
Altıncı şekil: $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$
Yedinci şekil: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... sayıları tam kareler veya kare sayılar olarak adlandırılır.

İki aynı çarpanın (tam sayı) çarpımı olarak yazılabilen sayıya tam kare veya kare sayı denir.

Alıştırma 1

1'den 100'e kadar olan tüm tam kare sayıları yazınız.

Alıştırma 2

- a) Dokuzuncu tam kare sayı kaçtır? b) 68 herhangi bir sayının tam karesi midir?

Örnek 3

Tam kare bir sayı olarak 64 verilmiştir. 64 hangi sayının karesidir?

Çözüm:

Soruyu yanıtlamak için hangi sayının kendisiyle çarpıldığında 64 sonucunu vereceğini bulmamız gerekir. Bu sayılar +8 ve -8'dir, çünkü $8^2 = 64$ ve $(-8)^2 = 64$.

Şimdilik yalnızca pozitif (doğal) sayılar ve bunların kareleriyle ilgileneceğiz.

Şu şekilde yazacağız: $\sqrt{64} = 8$. Örnekteki gibi siz de şunları yazınız: $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, ...

Bir sayının b, a sayısının karekökü olarak adlandırılır, eğer $b^2 = a$ ise (şu şekilde yazılır: $b = \sqrt{a}$).

Alıştırma 3

16, 25, 36, 49, 64, 81 ve 100 sayılarının kareköklerini yazınız.

Alıştırma 4

Aşağıdaki sayıları iki tam kare sayının toplamı biçiminde yazınız.

- a) 13 b) 29 c) 45

Örnek 4

Marko'nun 49 metrekare alana sahip kare biçiminde bir avlusu vardır. Avlunun bir kenarı kaç metredir?

Çözüm:

Aslında bu soruda 49 sayısının karekökünü bulmanız isteniyor.

Çünkü $7 \cdot 7 = 49$ olduğundan, Marko'nun avlusunun bir kenarının uzunluğu 7 m'dir.

Alıştırma 5

Yankovski ailesinin evindeki üç oda kare biçimindedir ve alanları sırasıyla 25 m^2 , 36 m^2 ve 16 m^2 'dir. Her bir odanın çevresini hesaplayın.

Mile diyor ki tam kare bir sayı asla 3 ile bitmez. Haklı mı? Açıkla.

Defterinize şu soruların yanıtını yazınız:

- 100'e kadar olan kare sayıları tanıyabiliyor musunuz? (Evet/Hayır)
- Bir kare sayının karekökünü bulabiliyor musunuz? (Evet/Hayır)
- Kare sayılar kavramını gerçek örneklerde (örneğin kare biçimindeki nesnelerin alanını hesaplamakta) uygulayabiliyor musunuz? (Evet/Hayır)

Bireysel çalışma

- Hesaplayın:
a) $\sqrt{225}$ b) $\sqrt{625}$ c) $\sqrt{400}$
- Eğer $x^2 = 81$ ise, x 'in alabileceği olası değerler nelerdir?
- Yovan, alanı 144 m^2 olan kare biçiminde bir bahçeyi çit ile çevirmek istiyor. Bahçenin bir kenarının uzunluğu kaç metredir? Bahçeyi çevirmek için Yovan'ın kaç metre tel gerektiğini Hesapla.
- Bir kenarı 11 m olan kare biçimindeki bir bahçenin alanı kaç metredir?
- Ses yankısının uzaklığını hesaplama formülü: $d = \sqrt{t}$. Burada d mesafe (metre cinsinden), t ise zaman (saniye cinsinden) anlamına gelir. Yankı 9 saniyede geri dönerse, engelin uzaklığı kaç metredir?
- Maria, kare biçimindeki çocuk odasının tüm zeminini kaplayacak bir halı almak istiyor. Odanın alanının 81 m^2 olduğunu biliyor. Halının kenar uzunluğu kaç metre olmalıdır ki tüm zemini örtsün?
- Bir depo işçisi, 225 adet aynı boyda kutuyu kare şeklinde (eşit sayıda sıra ve sütun) dizmelidir. Kutular kaç sıra ve kaç sütun halinde dizilmiştir?
- Okuldaki öğrenciler, toplam 256 süs çiçeğini, eşit sayıda sıra ve sütun olacak şekilde kare oluşturarak dikmişlerdir. Her sırada kaç çiçek vardır?

Kesirlerin Karşılaştırılması

Kesirler, bir bütünün parçalarını göstermek için kullanılır.

Günlük yaşamda sık sık kesirleri karşılaştırmanız gerekir; örneğin, pizzanın daha büyük kısmını kimin yediğini veya yolun daha büyük bölümünü kimin kat ettiğini karşılaştırırken.

Kesirleri doğru bir şekilde karşılaştırabilmeniz için, onları daha kolay karşılaştırmak adına neler yapmanız gerektiğini anlamalısınız.

Bu derste, altıncı sınıfta öğrendiğiniz kesirleri karşılaştırma ve sıralama yöntemlerinden bazılarını yeniden hatırlayacaksınız:

- Paydaları eşitleme,
- Payları eşitleme,
- Diyagramlar kullanarak – kesir büyüklüğünü görsel olarak karşılaştırma.

Ayrıca, kesirleri ondalık sayılara dönüştürerek karşılaştırmayı da öğreneceksiniz.

Bu stratejilerden birini kullanarak hangi kesrin daha büyük veya daha küçük olduğunu doğru bir şekilde belirleyebilir ve onları büyüklüğüne göre sıralayabilirsiniz.



Örnek 1

Yasmina çikolatayı çok sever. Aşağıdaki a, b ve c alt sorularında daha büyük parçayı alabilmesi için nasıl seçim yapmalıdır?

- Bir parça çikolatanın $\frac{6}{10}$ u, diğeri ise $\frac{7}{10}$ u idir.
- Bir parça çikolatanın $\frac{5}{8}$ i, diğeri ise $\frac{5}{16}$ i dir.
- Bir parça çikolatanın $\frac{3}{7}$ ü, diğeri ise $\frac{7}{10}$ sidir.

Çözüm:

- Çikolata eşit sayıda parçaya bölünmüş, ancak payı daha büyük olan parça daha büyüktür. Yani yedi parçaya bölünmüş olanda üç parça, beş parçaya bölünmüş olanda üç parça vardır. Beş parçaya bölünmüş olan daha büyüktür çünkü parçalar daha büyüktür. Yasmina, $\frac{7}{10}$ olan parçayı seçecektir. Çünkü $\frac{7}{10} > \frac{6}{10}$ 'dan.
- $\frac{5}{8}$ ve $\frac{5}{16}$ kesirlerinde paylar eşit, fakat paydalar farklıdır. Daha az parçaya bölünen çikolata dilimleri daha büyüktür. Yasmina, $\frac{5}{8}$ olan parçayı seçecektir. Yani $\frac{5}{8} > \frac{5}{16}$
Hatırlatma: Payları aynı olan iki kesirden paydası daha küçük olan kesir daha büyüktür.
- Bu kesirleri nasıl karşılaştırırsınız? Yedide birlik dilimler daha büyük ama beşte üç parça var. Karşılaştırmayı ortak payda kullanarak yapacağız.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{30}{70} \text{ ve } \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 7}{10 \cdot 7} = \frac{49}{70}, \frac{49}{70} > \frac{30}{70}, \text{ yani } \frac{7}{10} > \frac{3}{7}.$$

Örnek 2

$<$, $=$, $>$, işaretlerini kullanarak karşılaştır:

- a) $\frac{2}{3}$ ve 1 b) $\frac{7}{4}$ ve 1 c) $\frac{5}{5}$ ve 1

Çözüm:

- a) $\frac{2}{3}$ bir doğru (basit) kesirdir ve bir bütünü üç eş parçaya ayırıp iki parçasını ifade eder. Bu miktar bütünden küçüktür. Dolayısıyla: $\frac{2}{3} < \frac{3}{3}$, yani $\frac{2}{3} < 1$.
- b) $\frac{7}{4}$ bir bileşik kesirdir, çünkü 1 tam ve $3\frac{3}{4}$ fazlası vardır. Yani: $\frac{7}{4} > \frac{4}{4}$.
- c) $\frac{5}{5} = 1$. neden?

Her doğru kesir 1'den küçüktür ve her yanlış kesir 1'e eşit veya 1'den büyüktür. Genelde "doğru kesir" yerine "basit kesir" ve "yanlış kesir" yerine "bileşik kesir" terimleri kullanılır. Bu iki terim aynı anlama gelir.

Alıştırma 1

Aşağıdaki kesirleri karşılaştırınız:

- a) $\frac{1}{13}$ ve $\frac{7}{11}$ b) $\frac{3}{7}$ ve $\frac{3}{9}$ c) $\frac{5}{14}$ ve $\frac{3}{8}$ d) $\frac{4}{9}$ ve $\frac{7}{9}$ e) $\frac{17}{24}$ ve $\frac{17}{19}$

Örnek 3

Vanya çiçeklerin $\frac{14}{20}$ kadarını buket yapmak için kullanmıştır, Melek ise $\frac{3}{5}$ kadarını kullanmıştır.

- a) Kesirleri ondalık kesir biçiminde yazınız.
- b) Ondalık kesirleri ondalık sayı biçiminde yazınız.
- c) Hangisi daha az çiçek kullanmıştır?

Çözüm:

- a) $\frac{14}{20} = \frac{14 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{70}{100}$ kesrini 5 ile genişletelim. Neden?
- $\frac{3}{5}$ kesrini 20 ile genişletelim. Neden? $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100}$.

- b) $\frac{60}{100} = 0,60$ ve $\frac{70}{100} = 0,70$.

$\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0,6 = 0,60 = 0,600$ şeklinde yazılabilir. Nedenini açıklayınız.

Aynı şekilde, $\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$ veya $0,70 = 0,7$ olarak yazılabilir. Elde edilen sayı $0,70$ 'i $0,7$ olarak da yazabilirsiniz. Neden?

- c) $0,70 > 0,60$ olduğu için $\frac{14}{20} > \frac{3}{5}$. Vanya, Melek'ten daha fazla çiçek kullanmıştır.

Buradan iki özellik çıkarabilirsiniz:

Ondalık bir sayının son ondalık basamağından sonra sağ tarafına sıfırlar eklenirse sayı değişmez.

Ondalık sayı, virgülden sonra sağ tarafındaki sıfırlar (sonunda başka rakam yoksa) çıkarıldığında da değişmez.

Örnek 4

Kole $\frac{2}{5}$ kg patates ve $\frac{3}{8}$ kg soğan aldı? Hangisini daha fazla aldı?

Çözüm:

Kesir çizgisi bölme anlamına gelir. Payı paydaya böldüğünüzde kesri ondalık sayı biçiminde yazabilirsiniz. $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$ ve $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$. Şimdi iki ondalık sayıyı karşılaştırmanız gerekir.

0.4 ve 0.375 sayılarını karşılaştırdığınızda 0.4 daha büyüktür. Dolayısıyla: $\frac{2}{5}$ kg > $\frac{3}{8}$ kg. Bu durumda Kole daha fazla patates almıştır. Ondalık sayılarla karşılaştırma yaparken virgülden sonraki basamaklar dikkate alınır. Örneğin 0.4 sayısını 0.400 olarak da yazabilirsiniz. 0.400 > 0.375 olduğundan sonuç değişmez ve $\frac{2}{5}$ kg > $\frac{3}{8}$ kg olur.

Kesirleri karşılaştırırken önce payı paydaya bölerek ondalık sayı biçimine çevirirsiniz. Daha sonra ondalık sayıları karşılaştırarak hangisinin daha büyük olduğunu belirlersiniz.

Alıştırma 2

Kesirleri önce ondalık sayı biçiminde yazdıktan sonra karşılaştırınız:

- a) $\frac{17}{50}$ ve $\frac{7}{20}$ b) $\frac{103}{1000}$ ve $\frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{125}$ ve $\frac{8}{25}$ d) $\frac{19}{8}$ ve $2\frac{2}{5}$

Örnek 5

Okul spor yarışında dört öğrenci yarışa katılmış ve pistte farklı bölümler koşup dinlenmek için durmuşlardır. Pist uzunluğu herkes için aynıdır. Sonuçlar şu şekildedir: Yana pistin $\frac{3}{5}$ 'ini koşmuştur. Marko pistin $\frac{1}{8}$ 'ini koşmuştur. Ivana pistin $\frac{3}{4}$ 'ünü koşmuştur. Petar pistin $\frac{1}{8}$ 'unu koşmuştur.

- Hangi öğrenci pistin en büyük bölümünü koşmuştur?
- Hangi öğrenci pistin en küçük bölümünü koşmuştur?
- Sonuçları, en az koşandan en çok koşana doğru sıralayınız.

Çözüm:

Kesirleri ondalık sayı biçiminde yazınız:

$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6 = \text{Birinci özelliği kullanarak} = 0,600$ olarak da yazabilirsiniz.

$$\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0,125 \quad \frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75 = 0,750 \quad \frac{5}{10} = 5 : 10 = 0,5 = 0,500$$

Şimdi elde edilen ondalık sayıları karşılaştıralım:

$$0,125 < 0,5 < 0,6 < 0,75$$

- a) Ivana pistin en büyük bölümünü koşmuştur.
- b) Marko pistin en küçük bölümünü koşmuştur.
- c) $\frac{1}{8} < \frac{5}{10} < \frac{3}{4} < \frac{3}{4}$

Alıştırma 3

Bir usta bir işi 8 saatte, diğeri ise 5 saatte bitirebilir. Her biri 1 saatte işin ne kadarını yapabilir? Hangisi 6 saatte daha fazla iş yapar?

Alıştırma 4

Aşağıdaki sayıları en küçükten en büyüğe doğru sıralayınız: $\frac{39}{50}$, 0,45, $\frac{1}{2}$, 1,67, 0,005, $\frac{18}{25}$, $\frac{4}{3}$

Neden kesirleri karşılaştırmayı ve sıralamayı bilmek günlük hayatta önemlidir? Gerçek hayattan bu bilginin size yararlı olacağı bir örnek verebilir misiniz?

Aşağıdaki sorulara defterinize yanıt yazarak kendi çalışmanızı değerlendiriniz:

1. Bir kesirin ne olduğunu ve başka bir kesirle nasıl karşılaştırılacağını ne kadar iyi anlıyorsunuz?
2. Kesirleri nasıl sıralayacağınızı anladınız mı?
3. Kesirleri karşılaştırma stratejilerini uygulayabildiniz mi? (kısa yazınız)

1'den 5'e kadar bir ölçek kullanınız:

- 1 – Hiçbir şey anlamadım.
- 2 – Bir şeyler anladım ama çok sorum var.
- 3 – Dersin bir kısmını anladım ama hâlâ net olmayan yerler var.
- 4 – İyi anladım ama daha fazla alıştırma yapmam gerekiyor.
- 5 – Dersi tamamen anlıyorum ve uygulayabiliyorum.

Bireysel çalışma

1. Verilen kesirleri karşılaştırınız:

a) $\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{7}$ ve $\frac{3}{7}$ c) $\frac{4}{9}$ ve $\frac{8}{9}$ d) $\frac{12}{17}$ ve $\frac{13}{17}$ e) $\frac{36}{47}$ ve $\frac{21}{47}$

2. Verilen kesirleri karşılaştırınız:

a) $\frac{3}{5}$ ve $\frac{3}{7}$ b) $\frac{7}{12}$ ve $\frac{7}{6}$ c) $\frac{10}{10}$ ve $\frac{10}{20}$ d) $\frac{41}{38}$ ve $\frac{41}{38}$ e) $\frac{258}{300}$ ve $\frac{258}{100}$

3. Kesirleri en küçük ortak paydada eşitleyiniz:

a) $\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ b) $\frac{7}{12}$ ve $\frac{13}{15}$ c) $\frac{11}{15}$ ve $\frac{31}{35}$ d) $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{15}$ ve $\frac{1}{20}$ e) $\frac{11}{18}$, $\frac{31}{72}$, $\frac{5}{9}$ ve $\frac{29}{36}$

4. Kesirleri büyüklük sırasına göre yazınız, en küçükten başlayarak < işaretiyle ayırınız:

a) $\frac{12}{18}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{17}{18}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{7}{18}$ ve $\frac{10}{18}$
b) $\frac{13}{15}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{13}{28}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{13}{17}$, $\frac{13}{128}$, $\frac{13}{12}$ ve $\frac{13}{44}$
c) $\frac{8}{140}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{31}{35}$, $\frac{58}{60}$ ve $\frac{253}{420}$

5. Bir usta bir çatıyı günün $\frac{1}{3}$ 'ünde tamamlamış, ertesi gün başka bir çatıda $\frac{3}{8}$ 'ünde çalışmıştır. Hangi çatıyı daha uzun sürede yapmıştır?

6. Bir boyacı bir duvarı 3 günde boyamıştır. İlk gün duvarın $\frac{1}{3}$ 'ünü, ikinci gün $\frac{4}{12}$ 'ünü ve üçüncü gün $\frac{14}{30}$ 'ünü boyamıştır. Hangi gün en az, hangi gün en çok kısmı boyamıştır?

7. Bir terzi bir giysi parçasını 5 saatte, diğeri ise 7 saatte dikişmektedir. İlk terzi 4 saat, ikinci terzi bir saat daha fazla çalışmıştır. Hangisi daha fazla kumaş dikmiştir?

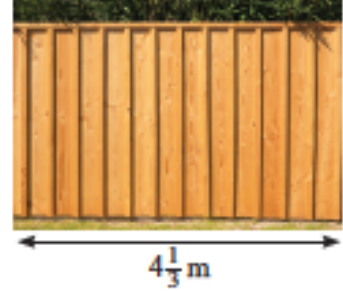
8. Üç çocuk eşit miktarda para sahibidir. Birinci çocuk paranın $\frac{4}{5}$ 'ünü, ikinci çocuk $\frac{13}{15}$ 'ünü, üçüncü çocuk ise $\frac{17}{21}$ 'ini harcamıştır. Kim en çok, kim en az para harcamıştır?

9. Bir su deposu iki boruyla dolmaktadır. Birinci boru depoyu 8 saatte, ikinci boru 11 saatte doldurabilir. Birinci boru 3 saat, ikinci boru 4 saat açık kalmıştır. Hangisi depoya daha fazla su doldurmuştur?

10. Su tasarrufu için Neboyya yağmur suyunu fiçilere topluyor. Her bir fiçi 1 kilolitre kapasiteli. İlk fiçiyi 0.34 kl, ikinci fiçiyi $\frac{4}{5}$ 'ü kadar, üçüncü fiçiyi $\frac{1}{8}$ 'i kadar ve dördüncü fiçiyi 0.6 kl doldurmuş. Hangi fiçide en çok, hangisinde en az yağmur suyu vardır?

Periyodik Ondalık Sayılar

Günlük yaşamda sık sık ondalık sayıları kesire ya da kesirleri ondalık sayıya dönüştürmeniz gereken durumlarla karşılaşsınız. Örneğin, bahçe çitinin uzunluğu $4\frac{1}{3}$ m olarak verilmişse kaç santimetre olduğunu bulmak istersiniz. Bu karma sayıyı ondalık biçime dönüştürdüğünüzde 4 tam ve sürekli tekrar eden 3 ondalık basamağı elde edersiniz; bölme işlemi bitmez. Buna karşılık $4\frac{3}{5}$ sayısı ondalık biçime dönüştürüldüğünde 4.6 olarak yazılır ve sonlu sayıda ondalık basamak içerir.



Bu derste, hangi iki sayıdan elde edilirse edilsin, ondalık sayıları basamak sayısına bakmadan nasıl yazacağınızı ve adlandıracağınızı öğreneceksiniz. Bu bilgilerle ondalık sayılarla çalışma becerinizi geliştirecek ve bu tür problemleri kolayca çözebileceksiniz.

Örnek 1

- Hangi sayı büyüktür: 3.45 mi 3.54 mü?
- Hangi sayı küçüktür: 6.27 mi 6.72 mi?
- En büyük sayı hangisidir: 2.85, 2.58 veya 2.95?
- Sayıları küçükten büyüğe sıralayınız: 4.6; 4.16; 4.61

Çözüm:

- $3,54 > 3,45$
- $6,27 < 6,72$
- En büyük sayı
- $4,16 < 4,6 < 4,61$

Her sorunun cevabını açıklayınız.

Alıştırma 1

18.356248 sayısını aşağıda verilen seçeneklere göre yuvarlayınız:

- bir ondalık basamağa
- iki ondalık basamağa
- dört ondalık basamağa

Örnek 2

Dört kutuda farklı miktarlarda portakal vardır: $\frac{3}{8}$ kg, $\frac{7}{9}$ kg, $\frac{40}{27}$ kg, $\frac{7}{12}$ kg.

- Her bir miktarı ondalık sayı biçiminde yazınız.
- Ne gözlemlediğinizi açıklayınız.

Çözüm:

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 3 : 8 = 0,375 \\
 \begin{array}{r}
 30 \\
 -24 \\
 \hline
 60 \\
 -56 \\
 \hline
 40 \\
 -40 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 : 9 = 0,77777... \\
 \begin{array}{r}
 70 \\
 -63 \\
 \hline
 70 \\
 -63 \\
 \hline
 70 \\
 -63 \\
 \hline
 70 \\
 -63 \\
 \hline
 70 \\
 -63 \\
 \hline
 7
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 40 : 27 = 1,481481... \\
 \begin{array}{r}
 -27 \\
 \hline
 130 \\
 -108 \\
 \hline
 220 \\
 -216 \\
 \hline
 40 \\
 -27 \\
 \hline
 130 \\
 -108 \\
 \hline
 220 \\
 -216 \\
 \hline
 40 \\
 -27 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 : 12 = 0,58333... \\
 \begin{array}{r}
 70 \\
 -60 \\
 \hline
 100 \\
 -96 \\
 \hline
 40 \\
 -36 \\
 \hline
 40 \\
 -36 \\
 \hline
 40 \\
 -36 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \end{array}$$

3 ile 8'i böldüğümüzde oluşan kesir $\frac{3}{8}$ için bölme işlemi tamamlanır ve kalan 0 olur. Elde edilen sayı **sonlu ondalık sayı** olarak adlandırılır. Diğer kesirlerde ise payı paydaya böldüğümüzde bölme işlemi bitmez. Ne kadar sıfır eklerseniz ekleyin, kalan 0 olmaz ve bölme işlemi sonsuza kadar sürer. Bu şekilde elde edilen ondalık sayılar sonsuz basamağa sahiptir ve **sonsuz ondalık sayılar** olarak adlandırılır. Sonsuz ondalık sayılar örneğin 0,77777... ve 1,481481... gibi olabilir. Bunlarda bir rakam (7) ya da bir rakam grubu (481) ondalık noktadan hemen sonra aynı sırayla sürekli tekrar eder. Bu tür sayılar **devirli (periyodik) ondalık sayılar** olarak adlandırılır. Ondalık kısımda tekrar eden rakam dizisine **periyot** denir. Örneğin 0,58333... sayısı (7'yi 12'ye böldüğümüzde elde edilir) farklıdır. Bu sayıda tekrar eden rakam veya rakam grubu ondalık noktadan hemen sonra başlamaz. Bu tür sayılara **karma periyodik ondalık sayılar** denir. Öte yandan 0,583333... sayısında ondalık basamaklarda önce 5 ve 8 gelir, sonra 3 rakamı sonsuza kadar tekrar eder. Bu tür sayılara da **karma periyodik ondalık sayılar** denir. Periyodun başlamasından önce değişmeyen bir basamak veya basamak grubu bulunur.

	Saf periyodik ondalık sayılar		Karma periyodik ondalık sayılar
Sayı	0,777...	0,481481...	0,58333...
Okunuşu	0 tam ve 7 periyotlu,	0 tam ve 481 periyotlu	0 tam, 58 yüzde ve 3 periyotlu (Sıfır tam, elli sekiz tam binde üç periyodik.)
Yazılışı	0,(7)	0,(481)	0,58(3)

Örneğin 0,58(3) sayısında 58 sabit basamaklar, 3 ise periyot olarak sonsuza kadar tekrar eden basamaktır.

Ondalık sayıları (sonlu ve sonsuz) payı paydaya bölerek yazabilirsiniz. Sonuç sonlu ondalık sayı veya periyodik ondalık sayı olarak elde edilir.

İki sayıyı böldüğünüzde şunlar ortaya çıkar:

1. Sonlu ondalık sayı
2. Sonsuz ondalık sayı:
 - a) Devirli (periyodik) ondalık sayı (tekrar hemen başlar)
 - b) Karma periyodik ondalık sayı (tekrar gecikmeli başlar)

Alıştırma 2

Aşağıdaki kesirleri ondalık sayı biçiminde yazınız ve elde edilen ondalık sayının türünü belirleyiniz:

- a) $\frac{37}{25}$ b) $\frac{12}{27}$ c) $\frac{625}{135}$ d) $\frac{152}{41}$ e) $\frac{20250}{1296}$ e) $\frac{19}{9}$

Örnek 3

Ana ve Marko kurabiye yapmak istiyorlar. Tarife göre onlara $\frac{2}{5}$ litre süt, $\frac{3}{4}$ kilogram un ve $\frac{5}{6}$ kilogram şeker gerekiyor.

- a) Verilen kesirleri ondalık sayı biçimine dönüştürünüz.
- b) Elde edilen her ondalık sayının sonlu mu yoksa sonsuz ondalık sayı mı olduğunu açıklayınız.
- c) Kullanılan ölçü kabı her 0.1 litreyi gösteriyorsa, süt miktarını hangi litre ölçüsüne yuvarlayacaksınız?
- d) Terazî 0.01 kg hassasiyetle ölçüm yapabiliyorsa, un ve şeker miktarlarını kaç kilograma yuvarlayacaksınız?

Çözüm:

- a) Kesirlerin ondalık sayı biçimi: $\frac{2}{5} = 0,4$; $\frac{3}{4} = 0,75$ ve $\frac{5}{6} = 0,8333...$
- b) 0.4 sonlu ondalık sayıdır çünkü ondalık noktadan sonra sonlu sayıda rakam vardır.
0.75 sonlu ondalık sayıdır çünkü ondalık noktadan sonra sonlu sayıda rakam vardır.
0.8333... karma periyodik ondalık sayıdır çünkü 3 rakamı sonsuz kez tekrar eder ve bu tekrar ondalık noktadan hemen sonra başlamaz.
- c) Ölçü kabı 0.1 litre aralıklarla işaretli olduğundan 0.4 litre tam olarak ölçülebilir. Bu nedenle değeri yuvarlamaya gerek yoktur çünkü zaten ölçüğe tam uyar.
- d) Un (0.75 kg) zaten iki ondalık basamağa sahiptir, bu nedenle 0.01 hassasiyetinde tekrar yuvarlamaya gerek yoktur. Şeker (0.8333...) ise iki ondalık basamağa yuvarlanır: 0.83 kg. Düşünün ve açıklayınız: Bu durumda neden 0.84'e değil 0.83'e yuvarlıyoruz?

Alıştırma 3

Mariya ve İvan okul projeleri için çeşitli nesnelerin uzunluklarını ölçmüşlerdir. İşte metre cinsinden ölçümler: Masanın uzunluğu $\frac{7}{8}$ m, sandalyenin yüksekliği $\frac{5}{4}$ m, süs şeridinin uzunluğu $\frac{2}{3}$ m.

- Verilen kesirleri ondalık sayı biçimine dönüştürünüz.
- Her sayının sonlu mu yoksa sonsuz ondalık sayı mı olduğunu belirleyiniz.
- Mariya ve İvan her 0.05 m'de bir işaretli bir ölçü bandı kullanıyorsa, her uzunluğu hangi en yakın işarete yuvarlayacaklardır?

Eğer 1'i 3'e bölerseniz, sonsuz periyodik bir ondalık sayı elde edersiniz (0.3333...).
Eğer bu sonucu 3 ile çarparsanız, 0.9999... elde edersiniz. Hem 0.9999... hem 1 nasıl elde ediliyor?
Ama biliyoruz ki $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ 'dir.
Bu nasıl mümkün olur? Sizce neden böyle olur?

"Düşündürten sorular" — defterinize yazınız:

- Bugün sonlu ve sonsuz ondalık sayılar hakkında ne öğrendim? (Bir-iki cümle yazınız.)
- Hangi alıştırmaya bana en kolay, hangisi en zor geldi? Neden? (Zorlukları tanımlayınız.)
- Bu dersle ilgili kendimi nasıl hissediyorum?
(😊 Mükemmel | 😊 İyi | 😊 Daha çok alıştırmaya yapmam gerek)

Bireysel çalışma

- Verilen hesaplamaları yapınız - bölünüz:
a) 2 : 3 b) 5 : 9 c) 2 : 11 d) 14 : 22 e) 16 : 27 f) 50 : 37 g) 8 : 54 h) 73 : 41
Elde edilen sayılar saf periyodik mi yoksa karma periyodik mi?
Her sayının periyodunu belirleyiniz.
- Aşağıdaki kesirleri ondalık sayı biçimine dönüştürünüz, her biri için periyodu, ve varsa önperiyodu belirleyiniz:
a) $\frac{38}{9}$ b) $\frac{13}{15}$ c) $\frac{32}{28}$ d) $\frac{42}{36}$ e) $\frac{118}{123}$ f) $\frac{23}{37}$
- Aşağıdaki sayıları iki ondalık basamağa yuvarlayınız:
a) 0,147 b) 5,6(3) c) 14,009 d) 1,91556 e) 3,(5) f) 0,901 g) 26,863 h) 26,98
- Aşağıdaki sayıları iki ondalık basamağa yuvarlayınız:
a) 6,06132 b) 0,009995 c) 153,0(5) d) 12,561999 e) 0,(9) e) 77,(7)
e) 9,0(173) f) 9,99(8)

Bir Bütünün Parçalarını Kesirlerle ve Yüzdelerle Anlatma, Hesaplama ve Karşılaştırma

Kesirler ve yüzdelere günlük yaşamın önemli bir parçasıdır – bunları mağazada indirim hesaplamak, sonuçları karşılaştırmak, yiyeceklerin besin içeriğini analiz etmek veya bir şeyin ne kadarının kullanıldığını belirlemek için kullanırsınız. Bu derste kesirleri ve yüzdeleri kullanarak şekillerin, bütünlerin ve ölçülerin bölümlerini nasıl ifade edeceğinizi öğreneceksiniz.



Ayrıca, verilen bir bütünün basit yüzdesini nasıl hesaplayacağınızı ve bir şeyin bölümünü nasıl kesir veya yüzde olarak ifade edeceğinizi inceleyeceksiniz. Yüzdelere farklı miktarları karşılaştırmak ve bunların gerçek hayattaki anlamını kavramak için de kullanacaksınız. Bu bilgiler, çevrenizdeki matematiksel ilişkileri daha iyi anlamana ve günlük yaşamda daha iyi kararlar vermenize yardımcı olacaktır.

Örnek 1

Kesirleri, ondalık sayıları ve yüzdelere kullanmanız gereken iki farklı durum verilmiştir:

Durum 1: 1100 öğrenci arasında en sevilen meyve üzerine bir anket yapılmıştır ve şu sonuçlar elde edilmiştir: %12'si elma seçmiştir, %14'ü muz seçmiştir, %15'i portakal seçmiştir, 110 öğrenci meyve seçmemiştir, kalanlar başka bir meyveyi favori olarak seçmiştir.

Durum 2: Park, toplam 141 000 karo ile döşenmiştir. Parkta 1410 karo oyun alanı kısmındadır.

- Verilen yüzde değerlerini %12, %14 ve %15 kesir olarak yazınız.
- 110 öğrencinin toplam 1100 içindeki oranını yüzde ve kesir olarak belirleyiniz. Sonucu hem yüzde hem de kesir biçiminde yazınız.
- Oyun alanının parkın toplam alanındaki oranını yüzde ve kesir olarak belirleyiniz.

Çözüm:

a) $12\% = \frac{12}{100} = \frac{12 \cdot 4}{100 \cdot 4} = \frac{3}{25}$, $14\% = \frac{14}{100} = \frac{14 \cdot 2}{100 \cdot 2} = \frac{7}{50}$, $15\% = \frac{15}{100} = \frac{15 \cdot 5}{100 \cdot 5} = \frac{3}{20}$

b) Öğrencilerin meyve seçmeyen kısmı bir kesir olarak $\frac{110}{1100}$ şeklinde gösterilir. Bu kesir, eğer pay ve payda 110'a bölünürse sadeleşebilir ve şöyle olur: $\frac{110 \cdot 110}{1100 \cdot 110} = \frac{1}{10}$

Kesir $\frac{1}{10}$, eğer pay ve payda 10 ile genişletilirse, payda 100 elde edilir ve şu hale gelir: $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$. Yani, öğrencilerin %10'u ankette verilen meyveden seçmemiştir.

c) İpucu: b) kısmındaki yöntemle aynı şekilde çözünüz

Alıştırma 1

Bir ürün 900 denar fiyatındadır. Ürünün fiyatı %15 indirilmiştir. İndirimden sonra ürünün fiyatı kaç olur?

Örnek 2

Silyanovski ailesinin bahçesinde aile kutlaması için 1000 lamba dekorasyon amacıyla yerleştirilmiştir. %12'si mavi, %24'ü yeşil ve %15'i kırmızı lambalardır. Geri kalan lambalar sarıdır.

- Kaç lamba mavi, yeşil ve kırmızıdır?
- Her bir renk için lamba sayısını kesir olarak yazınız.
- Kaç lamba sarıdır?

Çözüm:

- 1000 lambanın %12'si mavidir. %1 ($\frac{1}{100}$) 1000 lambada 10 lambadır.
O halde $\%12 = 12 \cdot 10 = 120$. Sonuç olarak 120 lamba mavidir.
1000 lambanın %24'ü yeşildir. %24, %12'nin iki katıdır. 120 mavi lamba varsa, $2 \cdot 120 = 240$ yeşil lamba olur.
Benzer şekilde 1000'in %15'i yani $15 \cdot 10 = 150$ lamba kırmızıdır.
Başka bir yöntem de şöyle yapılabilir: $10 = \frac{1}{10}$ olduğuna göre $1000 : 10 = 100$ lamba eder.
%5, %10'un yarısıdır, yani 100'ün yarısı = 50 lamba. Dolayısıyla $\%15 = 100 + 50 = 150$ kırmızı lamba olur.
- Kesir olarak yazarsak: Mavi lambalar: $\frac{120}{1000}$, yeşil lambalar: $\frac{240}{1000}$, kırmızı lambalar: $\frac{150}{1000}$. Bu kesirleri en sade biçimde yazınız.
- Önce toplam mavi, yeşil ve kırmızı lambaları toplayınız:
 $120 + 240 + 150 = 510$ lamba. Sarı lambalar = $1000 - 510 = 490$ lamba.
Sarı lambaları kesir ve yüzde olarak yazınız.

Örnek 3

Bir mağazada yeşil kumaşın $\frac{12}{25}$ 'i ve kahverengi kumaşın %38'i satılmıştır. İki kumaşın başlangıç uzunlukları eşitse, hangisinden daha fazla satılmıştır?

Çözüm:

Bu soruyu birkaç yolla çözebilirsiniz.

I. Yol: Kesir ve yüzdeleri ondalık sayıya çeviriniz. $\frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 0,48$, $38\% = \frac{38}{100} = 0,38$, $0,48 > 0,38$, yani $\frac{12}{25} > 38\%$. Sonuç: Yeşil kumaştan daha fazla satılmıştır.

II. Yol: %38'i kesir olarak yazıyoruz, yani $\%38 = \frac{38}{100} = \frac{19}{50}$. $\frac{12}{25}$ ve $\frac{19}{50}$ kesirleri ortak paydada eşitliyoruz: $\frac{12}{25} = \frac{24}{50}$. Elde edilen: $\frac{24}{50} > \frac{19}{50}$. Sonuç olarak $\frac{12}{25} > \%38$ (eşit başlangıç uzunluklarından).

III. Yol: $\frac{12}{25}$ kesirini yüzde olarak yazınız. $\frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = \%48$.
 $\%48 > \%38$ olduğundan $\frac{12}{25} > \%38$ (eşit başlangıç uzunluklarından).

Alıştırma 2

- a) Diyagramı kullanarak $\frac{5}{6}$ 'sı 24'ün kaç olduğunu yazınız.
 b) Bir diyagram çizerek 14 elmanın $\frac{3}{7}$ 'ünü göster.

•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•

Örnek 4

Bir spor malzemeleri mağazasında toplam 1200 ürün vardır. Mağazada şu kategorilerde ürünler bulunur: %12'si ayakkabı, %18'i tekstil ürünleri, %10'u spor çantaları. Geri kalan ürünler ek spor aksesuarlarıdır.

- a) İlk üç kategoriye (ayakkabı, tekstil ve spor çantaları) kaç ürün ait olduğunu Hesapla.
 b) Ek spor aksesuarlarının sayısını Hesapla.
 c) Tekstil ürünlerinin oranını kesir ve yüzde olarak yazınız.
 d) Ek spor aksesuarlarının ve ayakkabıların yüzdeleri arasındaki farkı Hesapla.

Çözüm:

- a) Toplam ürün sayısı 1 200'dür.
 Ayakkabılar: 1200'ün %1'i yani $\frac{1}{100} \cdot 1200 = 12$, demek ki %12 = $12 \cdot 12 = 144$.
 Tekstil ürünleri: 1200'ün %1'i 12'dir, demek ki %18 = $18 \cdot 12 = 216$.
 Spor çantaları: %10 = $\frac{1}{10} \cdot 1200 = 120$. (veya 1 % i 12 ise, %10 = $10 \cdot 12 = 120$.)
 b) Ek spor aksesuarlarının sayısını bulmak için önce yukarıdaki kategorilerde toplam ürün sayısını Hesapla: $144 + 216 + 120 = 480$ ürün.
 Toplam 1 200 ürün olduğuna göre ek spor aksesuarlarının sayısı: $1 200 - 480 = 720$ ürün.
 c) Tekstil ürünleri 216'dır. Kesir olarak yazınız: $\frac{216}{1200}$.
 Bunu sadeleştiriniz: $\frac{216}{1200} = \frac{216:4}{1200:4} = \frac{54:3}{300:3} = \frac{18}{100} = \%18$. Yüzde olarak: %18.
 d) Ek spor aksesuarları 720'dir. Kesir olarak yazınız: $\frac{720}{1200}$.
 Bunu sadeleştiriniz: $\frac{720}{1200} = \frac{720:12}{1200:12} = \frac{60}{100}$. Yüzde olarak: %60.
 Ürünlerden, ayakkabılar %12, ek spor aksesuarları %60.
 Sonuç: %60 - %12 = %48 fark, bu da ek spor aksesuarları ile ayakkabı yüzdesi arasındaki farktır.

Alıştırma 3

Bir kamyon toplam 2,4 ton taşıma kapasitesine sahiptir ve şantiyeye kum taşımaktadır. İlk seferde $\frac{5}{8}$ 'i kadarını (2,4 tonun) taşımıştır, ikinci seferde ise toplam kapasitesinin %85'ini taşımıştır. Hangi seferde daha fazla kum taşımıştır?

Öğrendiğiniz yüzde ve kesir hesaplama stratejilerini günlük yaşamda bilgi değerlendirmek ve karşılaştırmak için nasıl kullanabilirsiniz? Bu bilginin size daha iyi bir karar vermede yardımcı olacağı somut bir örnek veriniz.

Aşağıdaki soruları evde veya okulda defterinize 10 dakika içinde çözünüz:

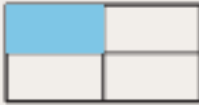
1. 600'ün %23'ü kaçtır?
2. $\frac{34}{50}$ kesirini yüzde olarak yazınız.
3. $\frac{7}{4}$ kesirini ondalık sayı biçiminde yazınız.
4. Bir sınıfta öğrencilerin $\frac{3}{5}$ 'i basketbol oynamış, %15'i tenis oynamıştır. Hangi spora daha fazla öğrenci katılmıştır?

Her sorunun cevabını ve çözüm stratejinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

Bireysel çalışma

1. Aşağıdaki kesirleri yüzde olarak yazınız: $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{6}{50}$
2. Aşağıdaki yüzdeleri kesir olarak yazınız: 3 %, 11 %, 16 %, 24 %, 30 %, 55 %, 76 %, 80 %, 250 %.
3. Aşağıdaki ondalık sayıları yüzde olarak yazınız: 0,06; 0,13; 0,25; 0,5; 0,77; 0,84; 0,9; 0,95; 1,23; 7,7.
4. Şeklin boyalı kısmını kesir ve yüzde olarak ifade ediniz:

a)



b)



c)



d)



5. Bir işçi 20 000 denar maaş almıştır. Maaşı %5 oranında artırılmıştır. Artış miktarı kaç denar olur ve zamlı maaşı ne kadardır?
6. Bir çift ayakkabının fiyatı 1 000 denardır. Sezon sonunda fiyatı %10 indirilmiştir. İndirimden sonra ayakkabıların satış fiyatı kaç denar olmuştur?
7. 7-A sınıfında 25 öğrenci vardı. Dönem sonunda 7 öğrenci matematikten, 9 öğrenci ana dilden ve 12 öğrenci biyolojiden beş almıştır. Matematikte, ana dilde ve biyolojide başarılı olanların yüzdesi kaçtır?
8. Gece yarısına kadar litresi 70 denar olan benzin %4 zamlanmıştır. Benzinin yeni fiyatı kaç denar olmuştur?
9. Bir yaz futbol kampında öğrencilerin $\frac{4}{25}$ 'ü kaleci olmayı, $\frac{6}{13}$ 'ü orta saha ve defans oyuncusu olmayı, $\frac{12}{40}$ 'si forvet olmayı öğrenmiştir. Geri kalanlar hakemlik için hazırlanmıştır. Kesirleri yüzdeye çeviriniz ve hakem olmak isteyen öğrencilerin yüzdesini bulunuz.

Kesirlerde Toplama

Kesirler matematiğin çok önemli bir parçasıdır ve günlük hayatta sıkça kullanırız. Örneğin, yemek tariflerinde malzeme ölçerken, miktarları paylaştırırken veya mesafeleri hesaplarken. Bu derste, farklı paydalara sahip olsalar bile kesirleri nasıl doğru şekilde toplayacağınızı öğreneceksiniz. Bu bilgi, matematiğin ilerleyen konularında, özellikle yüzde, oran-orantı ve cebir konularında size yardımcı olacaktır.



Örnek 1

Bir ilkokulun okul orkestrasında öğrencilerin $\frac{2}{5}$ 'si keman, $\frac{1}{3}$ 'ü viyola çalmaktadır. Bu telli çalgıları çalan öğrencilerin oranı nedir?

Çözüm:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Sonuç olarak, öğrencilerin $\frac{3}{5}$ 'ü bu iki telli çalgıdan birini çalmaktadır.



Alıştırma 1

Bir mağazada sabah bir top kumaşın $\frac{3}{10}$ 'ü satılmış, öğleden sonra bu miktardan $\frac{1}{10}$ 'inden daha fazlası satılmıştır. Gün boyunca top kumaşın toplam ne kadarı satılmıştır?

Örnek 2

Bir okulun spor salonu birkaç bölüme ayrılmıştı. Alanın $\frac{1}{2}$ 'si basketbol için, $\frac{1}{3}$ 'ü tenis için kullanılmıştır. Spor salonunun ne kadarı basketbol ve tenis etkinlikleri için kullanılmıştır?

Çözüm:

Kesirlerin $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ toplamını nasıl buluruz?

Paydaları farklı olan iki kesiri toplamak için önce onları ortak paydada eşitlemeliyiz.

Ortak payda, paydaların en küçük ortak katıdır (EKOK). $EKOK(2,3) = 6$.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ ve $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$. Şimdi paydaları eşit olduğuna göre toplayabiliriz: $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.

Sonuç: Spor salonunun $\frac{5}{6}$ 'sı basketbol ve tenis için kullanılmıştır.

İki farklı paydalı kesir toplanırken önce ortak paydada eşitlenir, sonra paydaları aynı olan kesirler gibi toplanır.

Alıştırma 2

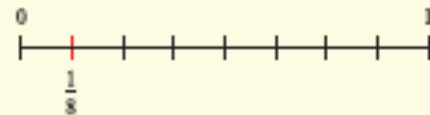
Hesapla: a) $\frac{3}{10} + \frac{2}{9}$ b) $\frac{5}{16} + \frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{9} + \frac{3}{11}$

Kesirleri hesaplamadan önce yaklaşık büyüklüklerini tahmin ediyorsak, buna tahmini toplama deriz.

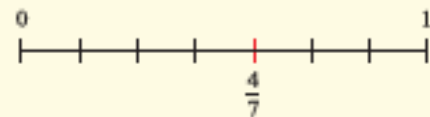
Örnek 3

Yaklaşık olarak Hesapla: a) $\frac{4}{7} + \frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{5}{6}$

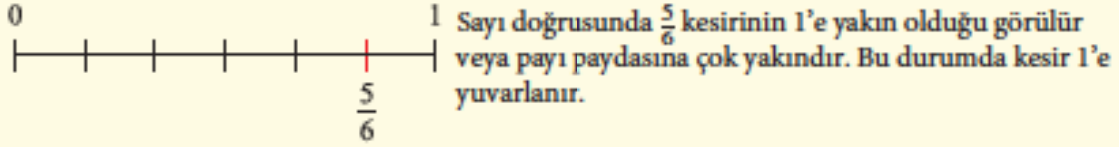
Çözüm:



Sayı doğrusunda kesir $\frac{1}{8}$ 'i 0'a yakın olduğu görülür, payı paydasının yarısından küçüktür. Bu durumda kesir 0'a yuvarlanır.



Sayı doğrusunda $\frac{4}{7}$ 'ü $\frac{1}{2}$ 'ye yakın olduğu görülür veya payı paydasının yaklaşık yarısıdır. Bu durumda kesir $\frac{1}{2}$ 'e yuvarlanır.



Yukarıdaki anlatıma göre:

- a) Sayı doğrusunu ve yaklaşık (yüzdelik) değerleri kullanarak $\frac{4}{7} + \frac{1}{8}$ toplamının yaklaşık olarak $\frac{1}{2}$ olduğunu buluruz.
- b) Bu durumda $\frac{1}{8} + \frac{5}{6}$ toplamının yaklaşık değeri 1 olur.

Alıştırma 3

Yaklaşık olarak hesaplayın: a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{8}$ b) $\frac{9}{10} + \frac{1}{6}$

Örnek 4

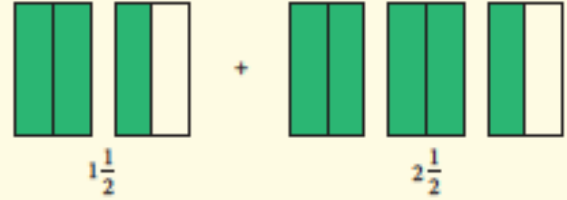
$1\frac{1}{2}$ ve $2\frac{1}{2}$ toplamını hesaplayın.

Çözüm:

Karışık sayıları iki şekilde toplayabiliriz:

I Yol: $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} =$ Tam kısımları ve kesirleri ayrı ayrı toplarız: =
 $(1 + 2) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = 3 + 1 = 4.$

II Yol: $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} =$ Karışık sayıları bileşik kesir olarak yazarız: $= \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2} = 4.$



Örnek 5

Bir kalıp kaşardan $5\frac{1}{2}$ kg satılmıştır. Kalan parça $2\frac{1}{4}$ kg'dır. Kaşar kalıbının baştaki toplam ağırlığı kaç kg idi?

Çözüm:

I Yol: $5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = (5 + 2) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 7 + (\frac{2}{4} + \frac{1}{4}) = 7 + (\frac{3}{4}) = 7\frac{3}{4}$ kg.

II Yol: $5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{11}{2} + \frac{1}{4} = \frac{11 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{1}{4} = \frac{22}{4} + \frac{1}{4} = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}$ kg.

Sonuç: Kaşarın baştaki toplam ağırlığı $7\frac{3}{4}$ kg'dır.

Alıştırma 4

Verilen toplama işlemlerini Hesapla: a) $4\frac{2}{5} + 3\frac{1}{15}$ b) $10\frac{2}{7} + 3\frac{1}{8}$ c) $4\frac{5}{14} + 15\frac{8}{21}$

Örnek 6

Bir bisikletçi ilk saatte 28 km gitmiştir, ikinci saatte ilk saatten $2\frac{7}{15}$ km daha fazla, üçüncü saatte ise ilk saatten $3\frac{1}{30}$ km daha fazla gitmiştir. Üç saatte toplam kaç kilometre gitmiştir?

Çözüm:

İlk saatte 28 km, ikinci saatte $28 \text{ km} + 2\frac{7}{15} \text{ km}$, üçüncü saatte $28 \text{ km} + 3\frac{1}{30} \text{ km}$ gitmiştir. Toplam mesafe şöyle bulunur:

$$28 + (28 + 2\frac{7}{15}) + (28 + 3\frac{1}{30}) = (28 + 28 + 28 + 2 + 3) + (\frac{7}{15} + \frac{1}{30}) = 89 + (\frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} + \frac{1}{30}) = 89 + (\frac{14}{30} + \frac{1}{30}) = 89 + \frac{15}{30} = 89 + \frac{15 \cdot 15}{30 \cdot 15} = 89 + \frac{1}{2} = 89\frac{1}{2} \text{ km}$$

Sonuç: Bisikletçi üç saatte $89\frac{1}{2}$ km gitmiştir.

Alıştırma 5

Bir kirişten 4 parça kesilmiştir: 2 m, $1\frac{1}{3}$ m, $5\frac{1}{2}$ m ve $\frac{5}{6}$ m. Kirişin toplam uzunluğu kaç metredir?

Bir mağazada iki tür çikolata vardır: bir türü standart ağırlığın $\frac{3}{4}$ 'ü, diğeri $\frac{3}{6}$ 'sı kadardır. İkisinden birer tane alırsanız toplam ağırlık 1 çikolatanın standart ağırlığından fazla mı az mı olur? Bunu nasıl hesaplayabilirsiniz?

Soruları çözüp defterinize yazınız. Çözüm stratejinizi arkadaşlarınızla paylaşınız:

1. Hesaplayınız: $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$
2. Ana, ortak birikiminin $\frac{3}{5}$ 'ünü, Petar ise $\frac{2}{7}$ 'sine sahiptir. Geri kalan kısım Diana'nındır. Petar ve Ana'nın toplam payı nedir?
3. Hesaplayınız: $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}$
4. Eğer $\frac{5}{4}$ çikolatanız ve $\frac{1}{3}$ çikolatanız varsa toplamda ne kadar çikolatanız olur? Tablodaki harfleri çözümlerin sırasına göre yerleştirerek gizli kelimeyi bulun:

$3\frac{11}{12}$	$1\frac{7}{15}$	$1\frac{7}{12}$	$\frac{31}{35}$
I	Z	R	B

Bireysel çalışma

1. $\frac{1}{12}$ ve $\frac{5}{28}$ kesirlerinin toplamını $\frac{5}{28}$ kesiri kadar artırınız.
2. $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{8}$ ve $\frac{4}{13}$ kesirlerinin toplamını, $\frac{1}{16}$ ve $\frac{5}{18}$ kesirlerinin toplamı kadar artırınız.
3. Bir traktör sürücüsü ilk gün tarlanın $\frac{4}{13}$ 'ünü, ikinci gün $\frac{7}{20}$ 'sünü ve üçüncü gün $\frac{7}{30}$ 'sini sürmüştür. Tarlanın toplam ne kadarını sürmüştür?
4. Eğer birinci sayı $2\frac{3}{5}$ ise ve her sonraki sayı öncekinden $2\frac{1}{3}$ daha büyükse, dört sayının toplamı nedir?
5. Bir grup madenci pazartesi günü $123\frac{2}{9}$ ton kömür, salı günü $151\frac{5}{6}$ ton, çarşamba günü $128\frac{2}{4}$ ton, perşembe günü $130\frac{7}{12}$ ton ve cuma günü 149 ton kömür çıkarmıştır. Beş günde toplam kaç ton kömür çıkarmışlardır?
6. Bir ekskavatör bir çukuru 10 saatte, diğeri aynı çukuru 15 saatte kazar. Belirleyiniz:
 - a) İki ekskavatör birlikte bir saatte çukurun ne kadarını kazar?
 - b) İki ekskavatör birlikte çukuru kaç saatte kazarlar?

Kesirlerde Çıkarma

Önceki derste kesirleri nasıl toplayacağınızı öğrenmiştiniz, bu derste ise nasıl çıkaracağınızı öğreneceksiniz.

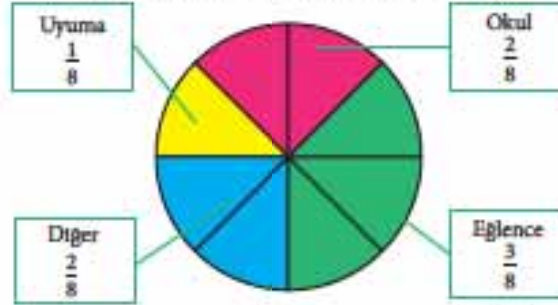
Bir bütün çikolatanın sekiz parçaya bölündüğünü hayal edin. Eğer 3 parçasını yerseniz, geriye kaç parça kalır? Bu, kesirlerin çıkarılmasına bir örnektir: belli sayıda parçayla başlayıp içinden bir kısmını çıkarırsınız. Günlük yaşamdan örneklerle bunun neden yararlı olduğunu ve nasıl pratikte kullanabileceğinizi anlayacaksınız.



Örnek 1

Ayşe'nin bir gününü nasıl geçirdiğini gösteren bir dairesel diyagram verilmiştir. Ayşe gününün ne kadarını uyumadan geçiriyor?

Ayşe'nin günlük aktiviteleri (24 saat)



Çözüm:

Daire grafiğinden Ayşe'nin gününün $\frac{3}{8}$ 'ü uyuyarak geçirdiği görülür. Uyumadığı süre:

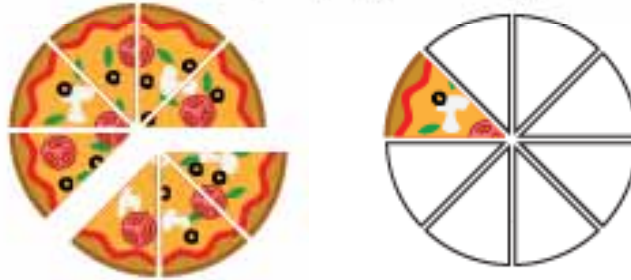
$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

Aynı sonuca başka bir yolla da ulaşabiliriz. Eğer bir gün bir bütün olarak alırsak:

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}. \text{ Neden } 1 \text{ yerine } \frac{8}{8} \text{ yazdığımızı açıklayınız.}$$

Örnek 2

Dairede verilen pastalar var. Bir pastadan işaretli parçayı alırsanız, pastanın ne kadarı kalır?



Çözüm:

Şekilde 1 tam pasta var ve $1\frac{3}{8}$ 'lük bir parça çıkarılmış. İşaretli kısmı çıkarınca kalan parçayı buluruz:

$$1\frac{3}{8} - \frac{3}{8} = \frac{9}{8} - \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4} \text{ Sonuç: } \frac{3}{4} \text{ pasta kalır.}$$

Alıştırma 1

Farkları bulunuz:

a) $\frac{19}{23} - \frac{5}{23} - \frac{7}{23}$ b) $\frac{27}{25} - \frac{9}{25} - \frac{3}{25}$ c) $\frac{14}{17} - \frac{1}{17}$

Alıştırma 2

Hesaplayınız: a) $4 - 1\frac{1}{5}$ b) $3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5}$

Örnek 3

Bir tiyatro gösterisi için salonun $\frac{6}{7}$ 'si kadar bilet satılmıştır. Havanın kötü olması nedeniyle yalnızca $\frac{4}{5}$ 'ü dolmuştur. Salonda boş kalan kısmın oranı nedir?

Çözüm:

Tiyatroda satılan biletlerin olduğu koltuklardan hava muhalefeti nedeniyle dolmayan kısmı bulmak için iki kesirin farkını bulman gerekir, yani salondaki dolu yerlerin farkını bulmak için iki kesirin farkını bulmamız gerekir:

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{5}$$

Kesirlerin paydaları farklı olduğu için önce ortak paydada eşitlenir: Farklı paydalı kesirlerde toplama işlemi nasıl yapılıyorsa, çıkarma işlemi de aynı şekilde önce ortak paydada eşitlenerek yapılır. Bu ortak payda, örneğin paydaların en küçük ortak katı olabilir, böylece kesirleri genişletirken daha küçük sayılarla çalışırız: EKOK(7, 5) = 35. $\frac{6}{7} - \frac{4}{5} = \frac{6 \cdot 5}{7 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{30}{35} - \frac{28}{35} = \frac{2}{35}$

Sonuç: Havanın kötü olması nedeniyle salonun $\frac{2}{35}$ 'si boş kalmıştır.

Farklı paydalı kesirler çıkarılırken önce ortak paydada eşitlenir, sonra paydaları aynı olan kesirler gibi çıkarılır.

Örnek 4

Verilenleri hesapla: a) $3\frac{3}{5} - 1\frac{1}{7}$ b) $4\frac{7}{12} - 1\frac{5}{6}$

Çözüm:

Kesirli sayıların farkını iki şekilde bulabiliriz:

$$\text{a) I. Yol: } 3\frac{3}{5} - 1\frac{1}{7} = (3 - 1) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{7}\right) = 2 + \left(\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} - \frac{1 \cdot 5}{7 \cdot 5}\right) = 2 + \left(\frac{21}{35} - \frac{5}{35}\right) = 2 + \frac{16}{35} = 2\frac{16}{35}$$

$$\text{II. Yol: } 3\frac{3}{5} - 1\frac{1}{7} = \frac{18}{5} - \frac{8}{7} = \frac{18 \cdot 7}{5 \cdot 7} - \frac{8 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{126}{35} - \frac{40}{35} = \frac{86}{35} = 2\frac{16}{35} \text{ EKOK}(5, 7) = 35$$

$$\text{b) I. Yol: } 4\frac{7}{12} - 1\frac{5}{6} = (4 - 1) + \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6}\right) = 3 + \left(\frac{7}{12} - \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2}\right) = 3 + \left(\frac{7}{12} - \frac{10}{12}\right) = 2 + 1 + \frac{7}{12} - \frac{10}{12} = 2 + \frac{19}{12} - \frac{10}{12} = 2 + \frac{9}{12} = 2\frac{3}{4}$$

Çıkarma işleminde şunu elde ederiz: $\frac{7}{12} < \frac{10}{12}$, bu yüzden "bir tam" alırız, bunu $\frac{12}{12}$ olarak yazarız ve kesire $\frac{7}{12}$ ekleriz. Böylece $\frac{19}{12}$ elde ederiz. İşleme tekrar bak.

$$\text{II. Yol: } 4\frac{7}{12} - 1\frac{5}{6} = \frac{55}{12} - \frac{11}{6} = \frac{55}{12} - \frac{11 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{55}{12} - \frac{22}{12} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4} \text{ (neden } \frac{33}{12} = \frac{11}{4} \text{?)}$$

Alıştırma 3

Hangi sayı $\frac{3}{5}$ 'ten çıkarılınca sonuç $\frac{2}{3}$ olur?

Alıştırma 4

Hesaplayın: a) $4\frac{5}{6} - 3\frac{1}{3}$ b) $3\frac{4}{9} - 2\frac{5}{6}$ c) $5\frac{3}{8} - 1\frac{5}{12} - 2\frac{3}{4}$

Örnek 5

Ana'nın $4\frac{2}{5}$ kilogram unu vardı. Kurabiye hazırlamak için $2\frac{5}{6}$ kilogram un kullandı. Ne kadar unu kaldı?

Çözüm:

$$4\frac{2}{5} - 2\frac{5}{6} = \frac{22}{5} - \frac{17}{6} = \frac{22 \cdot 6}{5 \cdot 6} - \frac{17 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{132}{30} - \frac{85}{30} = \frac{47}{30} = 1\frac{17}{30} \text{ kg}$$

Sonuç: Ana'nın $1\frac{17}{30}$ kg unu kaldı.

Alıştırma 5

Martin her sabah $5\frac{3}{4}$ kilometre yürür. Bir sabah belirli bir süre yürüyüp $2\frac{2}{5}$ kilometre sonra durmuş. Her sabah yürüdüğü mesafeden geriye kaç kilometre kalmıştır?

Neden günlük yaşamda farklı paydalı kesirleri çıkarabilmeyi bilmek önemlidir?
Gerçek hayattan bu bilginin işine yarayabileceği bir örnek verebilir misin?

Bilgini değerlendir ve defterine şu sembollerle cevap yaz:

- ☒ - Konuyu mükemmel anlıyorum ve soruları tek başıma çözebilirim.
- ☐ - Kısmen anlıyorum ama biraz daha alıştırma yapmam gerek.
- ☐ - Henüz emin değilim ve daha fazla yardıma ihtiyacım var.

1. Aynı paydalı kesirleri çıkarabiliyorum.
2. Farklı paydalı kesirler için ortak payda bulabiliyorum.
3. Farklı paydalı kesirleri doğru şekilde çıkarabiliyorum.
4. Karışık sayıları çıkarabiliyorum.
5. Kesir çıkarma bilgisini gerçek durumlarda uygulayabiliyorum.

Bireysel çalışma

- Verilenleri hesaplayınız: a) $2 - \frac{4}{7}$ b) $3\frac{1}{2} - 2$ c) $3 - 1\frac{7}{12}$ d) $5\frac{7}{9} - 5$
- Hesaplayınız: a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{8}{9} - \frac{7}{12}$ c) $\frac{1}{10} - \frac{1}{15}$ d) $\frac{27}{40} - \frac{7}{18} - \frac{5}{24}$ e) $\frac{3}{2} - (\frac{5}{6} - \frac{2}{3})$
- Hangi sayı, $4\frac{5}{8}$ ile $2\frac{3}{4}$ farkına eklenince $7\frac{5}{9}$ sonucunu verir?
- Hangi sayı, $11\frac{7}{8}$ ile $13\frac{5}{12}$ toplamından çıkarılınca 19 elde edilir?
- Bir çiftçi ilk gün tarlanın $\frac{2}{3}$ 'sini, ikinci gün $\frac{1}{4}$ 'ini sürmüştür. Tarlanın ne kadarı sürülmeden kalmıştır?
- Bir havuz iki borudan dolarken, üçüncü bir borudan boşalır. Birinci boru havuzu 8 saatte doldurur, ikinci boru 12 saatte doldurur, üçüncü boru ise 6 saatte boşaltır.
 - İlk iki boru birlikte bir saatte havuzun hangi kısmını doldurur?
 - Havuz tamamen kaç saatte dolar?
 - İki boru doldururken ve üçüncü boru boşaltırken bir saatte havuzun ne kadarı dolu kalır?
- Bir yaya 6 saatte 28 km, bir bisikletli ise 3 saatte 33 km yol almıştır. Bisikletli, yayadan bir saatte kaç kilometre daha fazla gider?

Kesirlerde Çarpma

Bu derste kesirleri nasıl çarpacağını öğreneceksin.

Kesirler sana bir bütünün parçalarını göstermeye yarar, kesirlerin çarpılması ise bir parçanın parçasını veya parçaların birleşimini hesaplamayı sağlar.

Önce kesirleri çarpmanın temel kurallarını anlayacak ve sonuçları nasıl sadeleştireceğini göreceksin.

Pizza paylaşmak veya yemek pişirirken malzeme ölçmek gibi günlük yaşamdan örnekler inceleyerek bu hesabın neden önemli olduğunu daha iyi kavrayacaksın.



Örnek 1

Eşit terimlerin toplamı daha kısa şekilde yazılabilir:

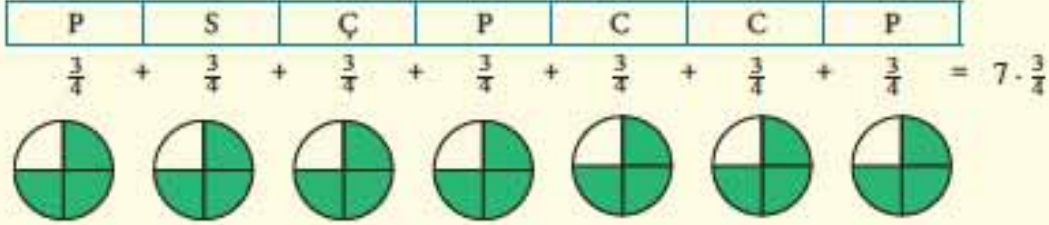
$$7 + 7 = 2 \cdot 7 \quad 7 + 7 + 7 = 3 \cdot 7 \quad \frac{7 + 7 + 7 \dots + 7}{n \text{ -toplamınlar}} = n \cdot 7$$

Örnek 2

Simona her gün $\frac{3}{4}$ saat tenis antrenmanı yapmıştır. Haftada toplam kaç saat antrenman yapmıştır?

Çözüm:

Haftadaki gün sayısı:



Şöyle yaparız: $7 \cdot 3$ dörtte bir = 21 dörtte bir. $7 \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$ şeklinde yazıyoruz.

Sonuç olarak, Simona bir hafta boyunca toplam $5\frac{1}{4}$ saat tenis antrenmanı yapmıştır.

Bir kesri $\frac{a}{b}$ bir doğal sayıyla n çarparken: Kesrin payını doğal sayıyla çarparsınız, payda aynen yazılır: $n \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \dots + \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$.

Alıştırma 1

Dört şişede $\frac{7}{8}$ litre meyve suyu vardır. Toplam kaç litre meyve suyu vardır?

Doğal sayıyla kesri çarparken çarpı işaretini yazmayı unutma! Çünkü çarpı işareti olmadan yazarsan bu ifade karışık sayı gibi görünür.

Ek ipucu: Doğal sayı n ile kesrin paydası b ortak bölen içeriyorsa, sadeleştirerek çarpmak işlemi kolaylaştırır ve daha küçük sayılarla çalışmanı sağlar.

Örnek 3

Aşağıdaki çarpımı hesaplayın: $6 \cdot 1\frac{5}{9}$.

Çözüm:

$6 \cdot 1\frac{5}{9}$ = Karışık sayı önce bileşik kesir olarak yazılır $= 6 \cdot \frac{14}{9} = \frac{6 \cdot 14}{9} = \frac{84}{9} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$.

Alıştırma 2

Her şekil için a) örneğindeki gibi yazınız.



$$5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$



Örnek 4

Marko 12 yaşında, Sara ise Marko'nun yaşının $\frac{3}{4}$ 'ü kadardır. Sara kaç yaşında?

Çözüm:

12'nin $\frac{3}{4}$ 'ünü bulmak için şu adımları izleyebiliriz:

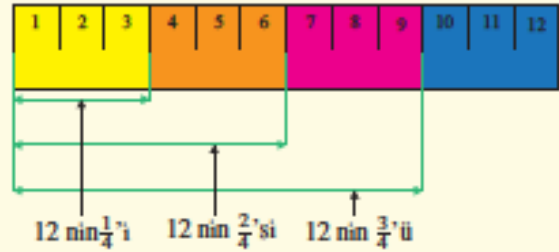
I. Adım:

12 cm'lik bir şerit alırsız. Şeridi 1 cm'lik eşit parçalara böleriz (şekilde gösterildiği gibi).



II Adım:

Şeridi 4 eşit parçaya ayırır ve her bölümü farklı renkle boyarız (şekilde gösterildiği gibi).



III Adım:

Şeridi kullanarak kareleri dolduruyoruz

12 nin $\frac{1}{4}$ 'i = 3, 12 nin $\frac{2}{4}$ 'si = 6, 12 nin $\frac{3}{4}$ 'ü = 9

IV Adım:

$\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ $\frac{2}{4} \cdot 12 = 6$ $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9$

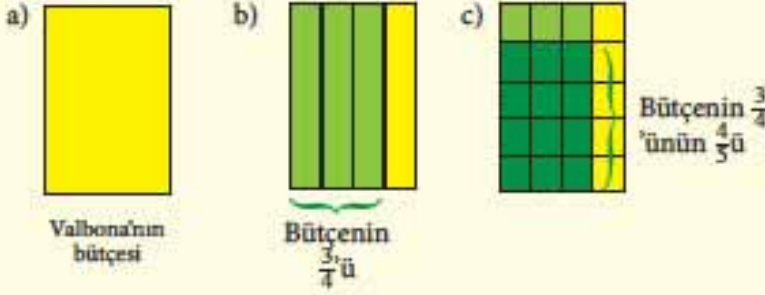
Bir sayının $\frac{a}{b}$ si, o sayının $\frac{a}{b}$ ile çarpımıdır: $\frac{a}{b} \cdot x$.

Örnek 5

Valbona pazara gitmiş ve birikiminin $\frac{3}{4}$ 'ünü yanına almış. Aldığı paranın $\frac{4}{5}$ 'ünü ise hediyelik eşyalara harcamış. Valbona birikiminin ne kadarını hediyelik eşyalara harcamıştır?

Çözüm:

Valbona bütçesinin $\frac{4}{5}$ 'ünü harcadı. Bu $\frac{3}{4}$ 'lük kısmın $\frac{3}{4}$ 'ünü hediyelik eşyalara ayırdı. Şekilde çözüm gösteriliyor;



c) Valbona'nın bütçesini gösteren çizime göre, $\frac{4}{5}$ 'ü $\frac{3}{4}$ birikimin Valbona'nın harcadığı kısmı $4 \cdot 3$ 'ü $5 \cdot 4$ küçük dikdörtgenden ya da 20 dikdörtgenden 12'si ile gösterilmiştir. Şöyle yazarız: $\frac{12}{20}$. Biliyorsun ki $\frac{4}{5}$ 'ün $\frac{3}{4}$ 'ü şöyle yazılabilir: $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ şeklinde yazılabileceğini biliyorsun.

Örnekten yola çıkarak, özet kural:

İki kesirin çarpımı, payların çarpımının paya, paydaların çarpımının paydaya yazılmasıdır.

Örnek 6

Mite doğum günü partisi için $5\frac{2}{3}$ litre meyve suyu aldı. Bunun $\frac{2}{3}$ 'ü tüketildi. Toplamdan kaç litre tüketildi?

Çözüm:

$$\frac{2}{3} \text{ den } 5\frac{2}{3} \text{ L'dir } \frac{2}{3} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{17}{3} = \frac{2 \cdot 17}{3 \cdot 3} = \frac{34}{9} = 3\frac{7}{9}$$

Sonuç: Partide $3\frac{7}{9}$ litre meyve suyu tüketildi.

Çarpmayı yapmadan önce karışık sayıyı bileşik kesre çevirdik. Karışık iki sayıyı çarparken nasıl işlem yaparız?

Gerçek hayatta kesirlerle çarpma becerisi nasıl uygulanabilir?

Örneğin yemek tarifi, malzeme paylaşımı ya da bir etkinlik planlamak gibi bir durum açıklayarak örnek verin.

Aşağıdaki soruların çözümlerini defterinize yazınız!

1. Kesrin ne olduğunu ve bir kesri bir tam sayıyla nasıl çarpacağımı anladım mı? Evet/Hayır
2. Karma sayılı bir kesri bileşik kesre veya tam sayıyı bileşik kesre dönüştürebilir miyim? Evet/Hayır
3. Kesirlerin ve bileşik sayıların çarpımını içeren problemleri çözebildim mi? Evet/Hayır
4. Kesirleri çarpma kurallarını gerçek hayattaki durumlara (örneğin, yiyecekleri, malzemeleri vb. bölerken) uygulayabilir miyim? Evet/Hayır

Soruların çoğuna "Evet" yanıtını verdiyseniz, dersi iyi anlamışsınız demektir.

Bazı sorulara "Hayır" yanıtını verdiyseniz, anlayışınızı geliştirmek için o kısımları tekrarlamanız gerektiği anlamına gelir.

Bu derste sizin için en zor olan şeyi ve üzerinde daha fazla çalışmak istediğiniz şeyleri yazın.

Bireysel çalışma

1. hesaplayınız: a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$ b) $\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{13}$ c) $\frac{3}{10} \cdot 1\frac{1}{9}$ d) $3\frac{1}{8} \cdot 1\frac{4}{13}$
2. 36 öğrencinin $\frac{2}{3}$'s kız. Kaç kız, kaç erkek?
3. $\frac{1}{2}$ ile $\frac{1}{3}$ kesirlerinin çarpımının farklarına eşit olduğunu gösteriniz.
4. Kenarları $4\frac{1}{5}$ cm ve $3\frac{1}{3}$ cm olan bir dikdörtgenin alanını hesaplayınız.
5. Hangisi daha büyük:
 - a) 150'den $\frac{3}{5}$ mü yoksa 180'den $\frac{5}{9}$ mi?
 - b) $2\frac{2}{9}$ 'den $\frac{3}{4}$ mü yoksa $3\frac{3}{4}$ ten $\frac{4}{5}$ mü?
6. Hesaplayınız:
 - a) $\frac{3}{5} \cdot (\frac{2}{3} + \frac{3}{4})$
 - b) $(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{6}) \cdot 1\frac{3}{5}$
 - c) $(4 - 2\frac{5}{6}) \cdot 2\frac{2}{3}$
 - d) $1\frac{3}{4} \cdot (1\frac{1}{7} - \frac{3}{14})$
7. Petar antrenman yaparken önce bir dairesel parkurun $\frac{4}{9}$ 'ünü koştu, sonra parkurun $\frac{2}{3}$ 'sini bisikletle sürdü. Geçtiği toplam mesafenin $\frac{2}{3}$ 'sini gölgede geçti.
 - a) Dairesel parkuru kaç kez geçti (toplam kaç tur attı)?
 - b) Parkurun kaç kısmını(nekadarını) gölgede geçti?

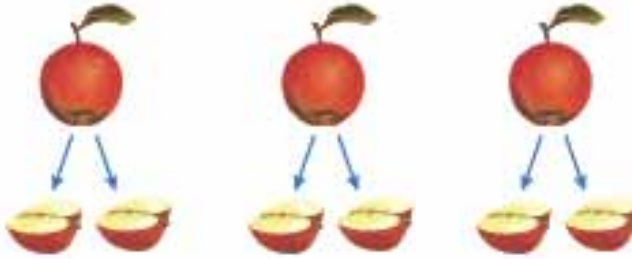
Kesirlerde Bölme

Bu derste kesirlerin bölünmesine odaklanacağız. Bu konu, bölme kavramını günlük hayatta uygulamana yardımcı olacak.

Diyelim ki 3 elman var ve bunlar yarımlara bölünmüş. Kaç kişi yarım elma alır? Bu soruya cevap verebilmek için aslında $3 : \frac{1}{2}$ işlemini yapman gerekir.

Bu, kesirlerle bölmenin günlük hayatta nasıl kullanıldığına dair sadece bir örnektir.

Bu derste çeşitli örnekler üzerinde çalışacak ve kesirlerle bölme becerilerini geliştireceksin.



$$3 : \frac{1}{2} = 6$$

Örnek 1

Vesna pastanın $\frac{4}{5}$ 'üne sahipti. Bu kısmın $\frac{1}{3}$ 'ünü yedi. Pastanın ne kadarını yemiş oldu? Cevabını bir diyagramla da göster.

Alıştırma 1

- 6 portakaldan 2'şerlik kaç grup yapabilirsin? Çözümü uygun matematiksel işlemle yaz.
- Bir yarımda kaç tane çeyrek vardır? Çözümü hangi matematiksel işlemle gösterebilirsin?

Örnek 2

Hesaplayın: a) $3 \cdot \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}$ c) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$

Çözüm:

$$\text{a) } 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad \text{b) } \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} = \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 2} = \frac{14}{14} = 1 \quad \text{c) } 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{21}{21} = 1$$

Verilen örneklerde açıkça görülüyor ki birinci kesrin payı ikinci kesrin paydasıyla, birinci kesrin paydasısı ise ikinci kesrin payıyla aynıdır. Böyle kesirlerin çarpımı 1 eder.

Karşıt kesirler, çarpımları 1 olan iki kesirdir.

Alıştırma 2

Aşağıdaki kesirlerin karşıt (ters) kesirlerini yazınız: $\frac{11}{13}$, $\frac{9}{10}$, 5, $4\frac{3}{5}$, $\frac{21}{25}$.

Örnek 3:

Nataliya ve Petar $\frac{4}{5}$ 'lik bir çikolatayı eşit paylaşımları gerekiyordu

Nataliya şöyle yaptı: $\frac{4}{5}$ 'i 2'ye böldü ve herkes $\frac{2}{5}$ aldı.

Şu şekilde yazdı: $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{2}{5}$



Petar şöyle yaptı: Her beşliği iki eşit parçaya böldü ve her eşlikten iki ondalık aldı.

Sonuçta herkes $\frac{4}{10}$ aldı

Şu şekilde yazdı: $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$



Nataliya ve Petar her iki yöntemle de aynı çikolata miktarını aldılar.

Bu örnek gösteriyor ki bir kesir doğal bir sayıya iki şekilde bölünebilir: Payını bu sayıya bölerek, ya da paydasını bu sayıyla çarparak. Yani:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a \cdot n}{b} \text{ veya } \frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}.$$

Örnek 4

Hesaplayınız $\frac{2}{7} : 3$.

Çözüm:

I. Yol: $\frac{2}{7} : 3 = \frac{2 \cdot 3}{7}$

II. Yol: $\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7 \cdot 3} = \frac{2}{21}$

İlk yöntemde payda doğal sayıya bölünemediğinden, ikinci yöntemde kesri doğal sayıya bölmek daha pratiktir. Dolayısıyla, ikinci yöntemin daha geniş bir uygulama alanına sahip olduğu söylenebilir. Genel kural:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{n}, \text{ burada } \frac{1}{n} \text{ e kesrin karşıtıdır.}$$

Bir kesir, doğal bir sayıya bölünürken o kesir doğal sayının karşıt (ters) değeriyle çarpılır.

Örnek 5

İlir aşağıdaki işlemleri hesaplamalıdır:

a) $\frac{4}{9} : \frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$

Çözüm:

- a) İler iki kesrin nasıl çarpıldığını ve bölmenin çarpmanın tersi işlem olduğunu biliyordu ve şu şekilde hesapladı: $\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{9 \cdot 3} = \frac{8}{27}$. İşlemin doğru olduğundan emin olmak için şu şekilde kontrol etti $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{27} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 27} = \frac{16}{81}$. Diyagramlarla da denemiş. Bu işlemi yaparken şu sorunun cevabını aramış: " $\frac{4}{9}$ ün içinde kaç tane $\frac{2}{3}$ var?"

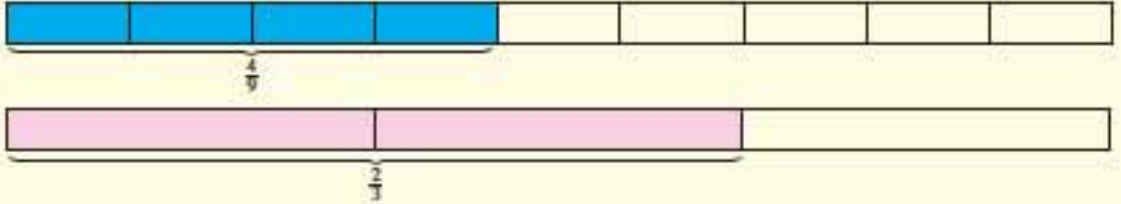
Bu sorunun cevabını, sarı renkle boyalı kısmın mavi renkle boyalı kısmı tamamen kapladığı kısmın büyüklüğünü belirlediğinde bulmuş.

Böylece yeşil renkle boyalı kısmı elde etmiş ki bu $\frac{12}{18}$ 'i temsil ediyormuş.

Kesiri sadeleştirdi ve şunu yazdı: $\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 6}{18 \cdot 6} = \frac{2}{3}$. Yani ilk yolla aynı sonuca ulaştı.

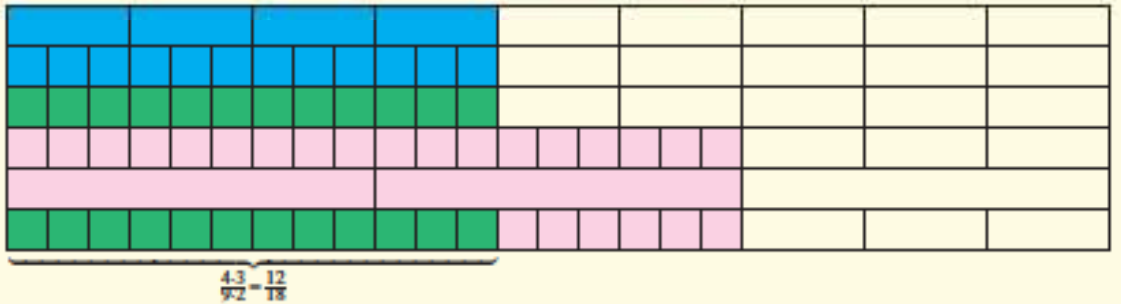
İler diyagramının iki kesri bölme işlemiyle nasıl ilişkili olduğunu açıklayın.

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 6}{18 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$



Dörtte birin her dokuzda biri üçe bölünüyor = $4 \cdot 3$ parça = 12 parça

İki üçte birin her birinde 9 böyle parça var = $9 \cdot 2 = 18$ parça



Diyagramdan gördü ki bu işlem aslında şu şekilde yazılabilir: Bölünen kesir, bölen kesrin karşısı (tersi) ile çarpılıyor.

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 6}{18 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$

bölün kesrin ters ile çarpılıyor $\frac{2}{3}$

- b) İler, a maddesindeki gibi ilk yöntemi kullanmaya çalıştı, yani şöyle yazdı: $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5}$ ama bölmede payda veya paydada tam sayı çıkmayınca ikinci yöntemi denemeye karar vermiş ve şu işlemi yapmış $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$
- Sonuçta şu sonuca vardı: Bir kesri başka bir kesre bölmek için, bölüneni bölenin karşısı (tersi) ile çarpmak daha pratiktir.

Bir kesir başka bir kesre şu şekilde bölünür: Bölünen kesir, bölen kesrin karşısı (tersi) ile çarpılır. Yani: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$, $a, b, c, d \in \mathbb{N}$

Alıştırma 3

Hesaplayınız: a) $1\frac{1}{6} : 3$ b) $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$ c) $\frac{5}{16} : 4\frac{3}{8}$ d) $\frac{7}{12} : \frac{3}{5}$

Örnek 6

Kire'nin annesi $3\frac{1}{4}$ kg un için 260 denar harcamış. 1 kg un kaç denar eder?

Çözüm:

Harcanan para alınan un kilogramına bölünür. Şöyle yaparız:

$$260 : 3\frac{1}{4} = 260 : \frac{13}{4} = \frac{260}{1} : \frac{13}{4} = \frac{260}{1} \cdot \frac{4}{13} = \frac{260 \cdot 4}{1 \cdot 13} = \left\{ \frac{260 \cdot 13}{13 \cdot 13} = \frac{20}{1} \right\} \cdot 4 = \frac{20 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{80}{1} = 80$$

260 ve 13, 13 ile sadeleşebilir (bölünebilir).

Sonuç: 1 kg un 80 denar eder.

Alıştırma 4

Boyan'ın $\frac{2}{7}$ m uzunluğunda tahta parçaları var. Ağaç evinde $\frac{4}{5}$ m uzunluğunda bir pencere yapmak istiyor. $\frac{2}{7}$ m'de kaç tane $\frac{4}{5}$ m'lik parça vardır?

Eğer tam sayıları çarpma ve bölmeyi biliyorsan, neden kesirleri bölerken çarpma kullanıyoruz? Kendi örneğinle açıklayarak düşünceni yaz.

Çözümleri defterinize yazınız.

- Kesirlerde bölme kuralını anlıyor muyum?
 - Evet, böleni kesirin tersi ile çarpmam gerektiğini biliyorum.
 - Kısmen, biraz daha alıştırmaya ihtiyacım var.
 - Hayır, hâlâ tam olarak anlamadım ve ek açıklamaya ihtiyacım var.
- Kesirlerde bölme işlemi içeren bir problemi kendi başıma çözebilir miyim?
 - Evet, hatasız yapabilirim.
 - Yapabilirim, ama bazen hata yapıyorum.
 - Zorlanıyorum ve nasıl başlayacağımı bilmiyorum.
- Kesirlerde bölme işlemi yaparken neden çarpma kullandığımı açıklayabilir miyim?
 - Evet, kendi kelimelerimle açıklayabilirim.
 - Kısmen anlıyorum, ama nasıl açıklayacağımı bilmiyorum.
 - Hayır, hâlâ anlamadım.

4. Bugünkü dersle ilgili kendimi nasıl hissediyorum?

- Bilgilerim konusunda kendime güveniyorum.
- Biraz daha alıştırma yapmam gerekiyor.
- Bu benim için zordu, yardıma ihtiyacım var.

Eğer sorulara verdiğin cevapların çoğu birinci seçenekse, dersi iyi öğrendin demektir.

Eğer cevaplarının çoğu ikinci seçenekse, biraz daha alıştırma yapman gerekiyor.

Eğer cevaplarının çoğu üçüncü seçenekse, ek destek ve açıklama ihtiyacın var demektir.

Bireysel çalışma

1. Hesaplayınız:

a) $\frac{4}{5} : 2$ b) $\frac{3}{4} : 3$ c) $\frac{4}{9} : 6$ d) $3\frac{3}{8} : 9$ e) $5\frac{4}{7} : 9$

2. Bölümü hesaplayınız:

a) $\frac{12}{25} : \frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$ c) $2 : \frac{1}{4}$ d) $1\frac{11}{12} : \frac{9}{14}$ e) $\frac{5}{16} : 4\frac{3}{8}$ e) $6\frac{8}{9} : 4\frac{1}{12}$

3. Hesaplayınız:

a) $(1 - \frac{3}{4}) : \frac{5}{16}$ b) $(2\frac{7}{12} - 1\frac{1}{2}) : 2\frac{3}{11}$ c) $\frac{9}{14} : (1\frac{2}{7} + 1\frac{1}{3})$

4. $3\frac{3}{4}$ kg elma için 300 denar ödendi. 1 kg elmanın fiyatı kaç denar?

5. Bir şeker paketi $\frac{1}{8}$ kg şeker alıyor. $31\frac{1}{4}$ kg şekerden kaç paket doldurulabilir?

6. Bir ekmek için $\frac{3}{4}$ kg un gerekiyorsa 180 kg undan kaç ekmek yapılabilir?

Farklı Ondalık Basamak Sayısına Sahip Ondalık Sayıların Toplanması ve Çıkarılması

Şimdiye kadar ondalık basamak sayısı aynı olan ondalık sayıları nasıl toplayıp çıkaracağını öğrendin. Sayıları ondalık virgöl hizasında alt alta yazarak, doğal sayılar gibi işlem yapıyordun.

Fakat sayılar farklı ondalık basamak sayısına sahipse ne olur?

Örneğin, $12,5 + 3,27$ işlemini nasıl yaparsın? Hemen toplayabilir misin, yoksa önce bir şey yapman mı gerekir? Bu derste, ondalık basamak sayısını eşitlemek için sıfır ekleyerek toplamı veya farkı doğru şekilde nasıl bulacağını öğreneceksin.



Örnek 1

Lana yeni bir kitap için para biriktiriyor. İlk hafta 3,25 €, ikinci hafta ise 4,50 € biriktirmiş.

- İki hafta sonunda toplam ne kadar para biriktirmiş?
- Daha sonra 5,75 € değerinde bir resim malzemesi almaya karar veriyor. Satın aldıktan sonra ne kadar parası kalır?

Çözüm:

$$a) 3,25 + 4,50 = 3\frac{25}{100} + 4\frac{50}{100} = (3 + 4) + \left(\frac{25}{100} + \frac{50}{100}\right) = 7 + \frac{75}{100} = 7,75.$$

Başka bir şekilde çözebilir misin?

Lana toplamda 7,75 € biriktirmiştir.

- Daha sonra Lana 5,75 € değerinde bir resim malzemesi almaya karar verdi.

$$7,75 - 5,75 = 7\frac{75}{100} - 5\frac{75}{100} = (7 - 5) + \left(\frac{75}{100} - \frac{75}{100}\right) = 2 + 0 = 2,00$$

Lana'nın 2,00 € parası kaldı.

Örnek 2

Bir tarım işletmesinin $176,32 \text{ hm}^2$ tarlası, $7,3 \text{ hm}^2$ çayırı, $26,362 \text{ hm}^2$ bağı ve 19 hm^2 meyve bahçesi vardır. İşletmenin toplam alanı kaç hm^2 'dir?

Çözüm:

Toplam alanı bulmak için tüm alanları toplayan gerekir.

$$\begin{aligned} \text{I Yol: } 176,32 + 7,3 + 26,362 + 19 &= 176\frac{32}{100} + 7\frac{3}{10} + 26\frac{362}{1000} + 19 = \\ &= (176 + 7 + 26 + 19) + \left(\frac{32}{100} + \frac{3}{10} + \frac{362}{1000}\right) = \end{aligned}$$

İkinci parantezde ondalık basamak sayısı farklı olan sayılar toplanıyor.

EKOK (10, 100, 1 000) = 1 000

$$= 228 + \left(\frac{32 \cdot 10}{100 \cdot 10} + \frac{3 \cdot 100}{10 \cdot 100} + \frac{362}{1000} \right) = 228 + \left(\frac{320}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{362}{1000} \right) =$$

$$= 228 + \frac{982}{1000} = 228 \frac{982}{1000} = 228,982$$

Sonuç olarak, tarım işletmesinin toplam alanı 228,982 hm²'dir.

II. Yol: Doğal sayılarda olduğu gibi burada da yazarken rakamların basamaklarına dikkat etmek gerekir. Yüzdelikler yüzdeliklerin altına, onda birler onda birlerin altına, birler birlerin altına, onlar onlar basamağının altına yazılmalıdır.

İkinci yöntemde ondalık sayıların birinci özelliğini kullanacağız ki ondalık sayıları alt alta doğru şekilde yazarken hata yapmayalım.

Sonra doğal sayılar gibi toplarsın.

Sadece ondalık kısmı topladıktan sonra virgüli doğru yere koymayı unutma.

$$\begin{array}{r} 176,320 \\ 7,300 \\ 26,362 \\ 19,000 \\ \hline 228,982 \end{array}$$

Örnek 3

27,63 ve 3,796 ondalık sayıların farkını hesapla.

Çözüm:

I Yol:

$$27,63 - 3,796 = 27 \frac{63}{100} - 3 \frac{796}{1000} = (27 - 3) + \left(\frac{27}{100} - \frac{796}{1000} \right)$$

$$= 24 + \left(\frac{27 \cdot 10}{100 \cdot 10} - \frac{796}{1000} \right) = 24 + \left(\frac{270}{1000} - \frac{796}{1000} \right) = \boxed{796 > 270}$$

Neden eksilenin
payı 1270
oluyor?

$$= 23 + \left(\frac{1270}{1000} - \frac{796}{1000} \right) = 23 + \frac{474}{1000} = 23 \frac{474}{1000} = 23,474$$

II Yol: Doğal sayılar gibi çıkar. Virgüle dikkat et.

Örnek 4

Ana markete gitmiş ve şunları almış: 1 litre meyve suyu için 82,5 denar, 300 g çikolatalı kurabiye için 135 denar ve 250 g peynir için 97,75 denar ödemiş. Ana cüzdanında 500 denar taşımış.

a) Ana toplamda kaç denar harcamış? b) Alışverişten sonra ne kadar parası kalmış?

Daha sonra 185,5 denar değerinde bir defter almaya karar vermiş.

c) Bu alışverişten sonra 50 denardan fazla parası kalır mı?

Çözüm:

- a) Satın alınan ürünlerin toplam tutarı:
 $82,5 + 135 + 97,75 = 82,50 + 135,00 + 97,75$
 $= 217,50 + 97,75 = 315,25$
Ana ilk alışverişinde 315,25 denar harcamış.
- b) Kalan para: $500 - 315,25 = 500,00 - 315,25 = 184,75$
Ana'nın 184,75 denar parası kalmış.
- c) Defterin fiyatı $185,50 > 184,75$. Yani Ana'nın defteri alacak parası yok.
Hayır, Ana'nın 50 denardan fazla parası kalmayacak çünkü defteri alacak kadar parası bile yok.

Toplamayı yatay olarak da yapabilirsin.
Toplama yaparken sayılardaki rakamların konumuna dikkat et.

Alıştırma 1

27,8 ve 1364,03 sayılarının toplamından 723,864 daha büyük olan sayı hangisidir?

Alıştırma 2

37,9 ve 3,79 sayılarının toplamı, bu sayıların farkından ne kadar daha büyüktür?

Alıştırma 3

Abdurrahman yolculuğu için para biriktirmiş. Otobüs bileti için 175,5 denar, hediyelik eşya için 120,75 denar ve kahvaltı için 75,20 denar harcıyor.

- a) Abdurrahman tüm bunlar için kaç denar harcamıştır?
- b) Yanında 600 denar taşımış. Tüm bu alışverişlerden sonra kaç denar kalır?
- c) Daha sonra 210,60 denar değerinde bir kitap almaya karar veriyor. Kitabı aldıktan sonra yeterli parası kalır mı?

Senin için alıştırma:

1 000 denarın var ve şunları alman gerekiyor: bir kitap 245,60 denar, bir şapka 385,45 denar, bir öğün yemek 132,75 denar. Paranı nasıl planlayacaksın ve başka bir şey için paran kalır mı? Yaklaşımını açıkla ve masrafları nasıl hesaplayacağını anlat.

Aşağıdaki alıştırmaları defterine çöz:

1. $6,73 + 0,8$ 2. $16,37 - 7,8$ 3. $13 - (7,8 + 0,95)$

Kısa bir değerlendirme ile bitir: Bugün ne öğrendim? Neyi tekrar etmem gerekiyor?

Bireysel çalışma

1. Hesapla:

- a) $0,32 + 1,08$ b) $0,064 + 1,32 + 2,4$ c) $12,056 + 0,8 + 3,25$
d) $357 - 1,02$ e) $1,3 - 0,75$ f) $2 - 0,375$

2. Hesapla:

- a) $7,56 - (3,2 + 1,08)$ b) $15 - (14,3 - 7,28)$
c) $(1,567 - 0,32) + (2,3 - 0,54)$ d) $(5,61 - 1,8) - (0,005 + 1,7)$

3. Dünya'nın kutuplarını birleştiren çapı 12 713 824 km'dir ve ekvator çapı bundan 42,96 km daha uzundur. Ekvatorun çapı kaç km'dir?

4. Serbest düşen bir cisim (yer yüzeyine doğru) ilk saniyede 4,905 m yol alır ve sonraki her saniyede 9,81 m daha fazla yol alır. Cisim toplam ne kadar yol alır:

- a) 2 saniyede b) 3 saniyede c) 5 saniyede

5. İki şekilde hesapla:

- a) $2,75 + \frac{3}{5} + 13,5$ b) $7,2 + \frac{7}{25}$ c) $7,25 + 1\frac{3}{4} + 3,2$
d) $17,6 - 3\frac{21}{40} - 5,725$ e) $12\frac{3}{5} - 7,32 + 3\frac{3}{4}$

6. Bir inşaat malzemeleri deposunda 73,56 ton çimento vardır. İlk gün 25,745 ton, ikinci gün 31,63 ton satılmış, üçüncü gün 17,4 ton getirilmiş ama 23 ton satılmıştır. Depoda kaç ton çimento kalmıştır?

7. 34 m uzunluğunda bir kumaş topundan şu uzunluklarda parçalar kesilmiştir: 3,7 m, 7,25 m, 0,83 m, 5 m ve 13,72 m. Kaç metre kumaş kalmıştır?

8. Bir yaş tuğlanın kütlesi 4,5 kg'dır. Kuruduktan sonra 0,8 kg kaybeder ve pişirme sırasında 0,6 kg daha kaybeder. Tuğlanın pişmiş hali kaç kg olur?

9. Viktor, Marina ve İsmet'in toplam ağırlığı 184,7 kg'dır. Viktor ve Marina birlikte 116,5 kg, Marina ve İsmet birlikte 114,8 kg'dır. Her birinin ağırlığı kaç kg'dır?

10. Aşağıdaki kümeleri tablo şeklinde göster:

- $A = \{x | x \in N \text{ ve } 0,5 < x < 6,5\}$, $B = \{x | 4,82 < x < 4,91 \text{ ve } x \text{ iki ondalık basamağa sahiptir}\}$
 $C = \{x | x < 2,5 < x + 1 \text{ ve } x \in N\}$

Ondalık Sayılarda Çarpılma ve Bölme

Ondalık sayıları günlük hayatta sıkça kullanırsın, özellikle ölçümlerde, para hesaplarında, hız, ağırlık ve daha birçok durumda. Bu işlemleri doğru yapabilmek için, ondalık sayıların nasıl doğru şekilde çarpılıp bölüneceğini anlamak gerekir. Şimdiye kadar ondalık sayılarla temel işlemleri öğrendin. Ancak yeni bir zorluk, farklı ondalık basamak sayısına sahip ondalık sayıların çarpılması olacak. Sayıları daha kolay ve daha doğru hesaplayabilmek için nasıl dönüştüreceğini öğreneceksin.

Bu işlemleri öğrenerek, ondalık sayıları günlük hayatta başarıyla uygulayabilir ve hesaplarını doğru ve hassas yapabilirsin.



Örnek 1

Bir karenin çevresi 18,8 cm'dir.

- Karenin bir kenarını hesapla.
- Kenarı karenin kenarına eşit olan taban uzunluğuna sahip ve her iki kenarı 5,4 cm olan ikizkenar bir üçgenin çevresini hesapla.
- Uzunluğu üçgenin kenarına, genişliği karenin kenarına eşit olan bir dikdörtgenin çevresini hesapla.

Çözüm:

- Karenin çevresi $L = 4 \cdot a$. Formülde yerine koyarsak: $18,8 = 4 \cdot a$.
Kenar uzunluğunu bulmak için çevreyi 4'e bölmeliyiz. Ondalık sayıyı bir doğal sayıya bölerken öğrendiğin kuralları kullanarak kenarı hesapla.
- Üçgenin çevresi: $L = 5,4 \cdot 2 + 4,7 = 10,8 + 4,7 = 15,5$ cm.
- Dikdörtgenin çevresi: $L = 5,4 \cdot 2 + 4,7 \cdot 2 = 10,8 + 9,4 = 20,2$ cm.

Alıştırma 1

328,4 sayısına 61 267 sayısının yüzde biri kadarını ekle.

Örnek 2

3,26 ve 1,8 sayıların çarpımından 1,3 düş.

Çözüm:

Doğal sayılarla çarpma bilgisini kullanarak 3,26'yı 100 katına, 1,8'i 10 katına çıkarınız ve şunu elde ederiz: $(3,26 \cdot 100) \cdot (1,8 \cdot 10) = 326 \cdot 18 = 5868$

Bu 5868 sayısı, 3,26 ve 1,8 sayıların gerçek çarpımından 1000 kat büyüktür.

Neden 1000 kat? Çünkü toplamda üç ondalık basamak vardır (iki basamak + bir basamak = üç basamak). Bu yüzden 5868'i 1000'e böleriz: $5868 : 1000 = 5,868$

Bu, 3,26 ve 1,8'in çarpımıdır. 5,868 sayısının kaç ondalık basamağı var? Yani çarpımın ondalık basamak sayısı kaçtır? Son olarak, bu çarpımı 1,3 azaltmalıyız: $5,868 - 1,3$ işlemini yap.

İki ondalık sayıyı çarparken: Virgülü geçici olarak yok sayar, tam sayılar gibi çarparsın. Sonra elde edilen sonucun sağından sola, verilen sayıların ondalık basamaklarının toplamı kadar basamak ayırırsın.

Örnek 3

Hesapla: a) $5,46 : 2,5$ b) $6,4 : 10,24$

Çözüm:

a) İki ondalık sayıyı bölmek için, ondalık sayıyı doğal bir sayıya bölme bilgisini kullanacağız.

Bu yüzden ondalıklı sayıları bölme işlemini, ondalıklı bir sayıyı doğal bir sayıya bölme işlemine indirgeriz. Böleni doğal sayı yapmak için, bölünen (5,46) ve bölen (2,5) sayıları 10 ile çarpılır.

Her iki sayının da ondalık virgülü sağa bir basamak kayar ve işlem şöyle sadeleşir:

$$5,46 : 2,5 = (5,46 \cdot 10) : (2,5 \cdot 10) = 54,6 : 25$$

$$54,6 : 25 = 2,184$$

$$\begin{array}{r} -50 \\ 46 \\ -25 \\ 210 \\ -200 \\ 100 \\ -100 \\ 0 \end{array}$$

$$8 : 2 = 4$$

$$(8 \cdot 4) : (2 \cdot 4) = 32 : 8 = 4$$

Benzer başka örneklerle de çalış. Bundan hangi sonucu çıkarabilirsin?

$$b) 6,4 : 10,24 = (6,4 \cdot 100) : (10,24 \cdot 100) = 640 : 1024$$

$$640 : 1024 = 0,625$$

$$6400$$

$$\underline{-6144}$$

$$2560$$

$$\underline{-2048}$$

$$5120$$

$$\underline{-5120}$$

$$0$$

(a) ve (b) maddelerindeki bölme işlemlerini yeniden incele. Ondalık sayılar nasıl bölünür?

Bir ondalık sayı bir ondalık sayıya şu şekilde bölünür: Bölünen ve bölen, bölenin ondalık basamak sayısı kadar sıfır içeren bir onluk kuvvetle çarpılır. Sonra işlem, ondalık sayıyı doğal bir sayıya bölme (veya doğal sayıyı doğal sayıya bölme) şeklinde yapılır. Bu bölme işleminin sonucu bir ondalık sayı olur (sonlu ya da sonsuz ondalıklı).

Alıştırma 2

Bir müşteri eğer 2,5 m kumaş için 483,75 denar ödemişse, pantolonluk kumaşın metresi kaç paradır?

Örnek 4

Petra organik gıda satıyor. Elinde toplam 126,4 kilogram ürün var ve bunları paketlemek istiyor. Her bir paket 0,25 kilogram olacak şekilde planlıyor.

- Petra kaç paket hazırlayabilir?
- Bir paketten 1,03 avro kâr ederse, toplam ne kadar kazanır?

Çözüm:

- Petra'nın kaç paket yapacağını bulmak için, toplam kütleyi (126,4 kg) bir paketin kütlesine (0,25 kg) böleriz: $126,4 : 0,25 = (126,4 \cdot 100) : (0,25 \cdot 100) = 12640 : 25$

$$12640 : 25 = 505,6$$

$$\underline{-125}$$

$$140$$

$$\underline{-125}$$

$$150$$

$$\underline{-150}$$

$$0$$

Elde edilen bölüm 505,6 bir ondalık sayıdır. Ancak paket sayısı her durumda bir doğal sayı olacağı için, tam kısmı aşağı yuvarlarız. Yani Petra 505 paket hazırlayacak.

- b) Petra'nın organik gıdadan 505 paket satışıyla ne kadar kazanacağını bulmak için:
 $505 \cdot 1,03 = 520,15$ avro olur.

Problemin bağlamına göre ondalık sayıları tam sayıya yuvarlamak (yukarı veya aşağı) gerekebilir.

Örnek 5

Bir okul gezisine 144 öğrenci katılıyor. Her otobüs 44 öğrenci kapasiteli ise, gezi için kaç otobüs gerekir?

Çözüm:

$$144 : 44 = 3,27$$

Sonuç 3,27... olduğu için yukarı yuvarlayarak 4 otobüs alınır ki tüm öğrenciler sığabilsin. Bazı otobüsler tam dolu olmasa da herkese yer olur.

Alıştırma 3

- a) Petar tasarımcı olarak çalışıyor ve saatte 4,25 avro kazanıyor. Bir gün 6,4 saat çalıştı. O gün kaç avro kazandı?
- b) Sonra kazandığı parayı 4 güne eşit paylaşmaya karar verdi. Günde kaç avro harcayacak?

Alıştırma 4

Bir terzinin her biri 12,56 m uzunluğunda 6 parça kumaş var. Her çocuk elbisesi için 1,57 m kumaş kesiyor. Kaç elbise dikibilir?

Neden ondalık sayıları çarptığımızda sonuçta daha çok ya da daha az ondalık basamak olabilir? Ondalık sayıları bölerken ne olur – sonuçta ondalık virgölün yeri nasıl belirlenir?

Dersi ne kadar iyi öğrendiğini değerlendirmek için aşağıdaki soruların “Evet”, “Kısmen” veya “Hayır” ile cevabını defterinize yaz:

1. Ondalık sayıları çarparken ondalık virgölün nereye konacağını biliyor muyum?
2. Ondalık bir sayıyı doğal bir sayıya doğru şekilde bölebiliyor muyum?
3. Aynı veya farklı ondalık basamak sayısına sahip iki ondalık sayıyı bölmeyi biliyor muyum?
4. Bu hesaplamaları gerçek hayattaki durumlarda uygulayabiliyor muyum?

Eğer tüm sorulara “Evet” cevabı verdiysen, dersi mükemmel şekilde öğrenmişsin!

Eğer “Kısmen” veya “Hayır” cevapların varsa, en çok zorlandığın kısmı düşün ve yardım iste veya tekrar çalış.

Bireysel çalışma

1. Hesapla:
a) $0,2 \cdot 0,3$ b) $0,7 \cdot 4,22$ c) $1,01 \cdot 6,9$ d) $0,072 \cdot 0,8$ e) $2,536 \cdot 1,55$
2. Hesapla:
a) $6,26 \cdot 10 + 3,2 \cdot 0,5$ b) $0,98 \cdot 40 - 2,7 \cdot 6,16$
3. Bir litrelik yemeklik yağ mağazada 61,5 dinar. 1 litrelik 16 şişelik bir kasa almak için ne kadar para gerekir?
4. Bir kilogram ot 0,23 kg saman verir.
a) 23436 kg ottan kaç kilogram saman elde edilir?
b) Samanın kilogramı 20,5 dinara satılırsa, ne kadar para kazanılır?
5. Hesapla:
a) $7,5 : 5$ b) $0,3 : 3$ c) $4,5 : 9$ d) $4 : 0,2$ e) $28 : 0,4$
f) $12 : 0,006$ g) $10,5 : 0,5$ h) $146,3 : 41,8$ i) $9,2 : 0,46$ j) $37,37 : 5,05$
k) $79,2 : 2,88$
6. Bir yolcu 9 saatte 28,305 km yürüdü. Bir saatte ortalama kaç km yürümüştür?
7. Bahçıvan bir sulama pompası için 7589,34 dinar ve ayrıca 41,4 metre hortum aldı. Toplam hesap 8932,77 dinar olduğuna göre, hortumun metre fiyatı ne kadardır?
8. Bir borudan 8 saatte 163,2 litre su akıyor, diğer borudan aynı miktar su 6 saatte akıyor. İki borudan toplam 21 saatte ne kadar su akar?

Bir Bütünün Parçası İle Oran Arasındaki İlişki

Günlük yaşamda, parçalar ile bütünler arasındaki karşılaştırmalarla sık sık karşılaşırız. Örneğin yemek tarifi hazırlarken, bir inşaat planı yaparken veya haritalardaki mesafeleri gerçek mesafelerle karşılaştırırken bu ilişkiyi kurarsın. Bu ilişkiyi oran ve bütünün parçası kavramlarıyla ifade edersin.

Daha önce bütünün parçalarıyla ilgili olarak kesirleri ve yüzde kavramını öğrendin.

Bu derste, oranın bu kavramlarla yakından ilişkili olduğunu keşfedeceksin.

Oranı kullanarak verilen bir bütünün parçasını nasıl hesaplayacağını ve verilen bir parçadan bütünü nasıl bulacağını öğreneceksin.

Bu bilgi, oranı daha iyi anlamana, pratik problemleri çözmene ve günlük hayatta doğru hesaplamalar yapmana yardımcı olacak.



Örnek 1

Bir sınıfta 30 öğrenci var. Bunların 18'i kız, kalanlar erkek.

- Kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı nedir?
- Kızların sayısının toplam öğrenci sayısına oranı nedir?
- Erkeklerin sayısının toplam öğrenci sayısına oranı nedir?

Çözüm:

- Önce erkeklerin sayısını bulalım: $30 - 18 = 12$. Yani sınıfta 12 erkek öğrenci var.
Kızların erkeklere oranı: $18 : 12$.
Bu oranı sadeleştiriyoruz. Her iki sayıyı da 6'ya bölelim: $(18 : 6) : (12 : 6) = 3 : 2$.
Sonuç olarak, kızların erkeklere oranı $3 : 2$ 'dir.
Oranı sadeleştirmek, kesirleri sadeleştirmeye (kısaltmaya) benzer.
- Kızların toplam öğrenci sayısına oranı: $18 : 30$. Oranı sadeleştir: $18 : 6 = 3$ ve $30 : 6 = 5$.
Sonuç olarak oran $3 : 5$ 'tir.
- Erkeklerin toplam öğrenci sayısına oranı: $12 : 30$. Oranı sadeleştir: $12 : 6 = 2$ ve $30 : 6 = 5$.
Sonuç olarak oran $2 : 5$ 'tir.

Alıştırma 1

Bir kutuda 9 kırmızı ve 6 mavi bilye var.

- Kırmızı ve mavi bilyelerin oranını belirle.
- Kırmızı bilyelerin tüm bilyelere oranını belirle.
- Mavi bilyelerin tüm bilyelere oranını belirle.

Örnek 2

Ana, tam buğdaylı bisküvi yapıyor. Bir kasede 24 bisküvi var ve bunları kardeşine $\frac{1}{3}$ oranında vermek istiyor, kalanını kendisi alacak.

- Ana'nın kardeşi kaç bisküvi alır?
- Kardeşinin aldığı bisküvilerin tüm bisküvilere oranı nedir?
- Ana'nın kendisinde kalan bisküvilerin tüm bisküvilere oranı nedir?
- Kardeşinin bisküvileri ile Ana'nın bisküvileri arasındaki oran nedir? Bu oranın $\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{3}$ kesirleriyle nasıl bir ilişkisi vardır?

Çözüm:

- Ana'nın kardeşi, toplam 24 bisküvinin $\frac{1}{3}$ 'ünü alacak. Kesir konusunu hatırla: “dan” kelimesi yerine çarpma yapılır. $\frac{1}{3} \cdot 24 = \frac{1 \cdot 24}{3} = \frac{24}{3} = 8$. Kardeşi 8 bisküvi alır.
- Kardeşinin aldığı bisküvilerin tüm bisküvilere oranı: $8 : 24$.
Bu oran sadeleştirilir: $8 : 24 = (8 : 8) : (24 : 8) = 1 : 3$. Yani oran 1 : 3 olur.
- Ana'nın kalan bisküvileri: $24 - 8 = 16$. Oranı: $16 : 24 = (16 : 8) : (24 : 8) = 2 : 3$.
Yani oran 2 : 3 olur.
- Kardeşi ve Ana'nın bisküvileri arasındaki oran: $8 : 16 = 1 : 2$.
Bu, toplamın 3 parçaya bölündüğünü gösterir: 1 parça kardeşe, 2 parça Ana'ya.
Bu, $\frac{1}{3}$ (kardeşin aldığı kısım) ve $\frac{2}{3}$ (Ana'nın aldığı kısım) kesirleriyle birebir aynıdır.

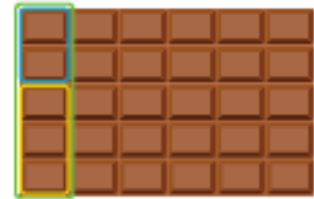
Alıştırma 2

Vesna ve Valbona, 1 800 dinarı 1 : 3 oranında paylaşmak istiyorlar.
Her biri ne kadar para alır?

Örnek 3

Marko ve Milena, 30 parçalık bir çikolata alıp 2 : 3 oranında bölüşmeye karar verdiler. (Marko her 2 parça aldığında Milena 3 parça alacak.)

- Her biri kaç parça çikolata alacak?
- Marko'nun aldığı çikolata parçalarının tüm çikolata parçalarına oranı nedir?
- Milena'nın aldığı çikolata parçalarının tüm çikolata parçalarına oranı nedir?



Çözüm:

- a) Verilen oran 2 : 3'tür. Oranın toplamı $2 + 3 = 5$.
Çikolatanın parça sayısı toplamda 30'dur, yani bir parçada $30 : 5 = 6$ adet 5 parçalık çikolata vardır.
Marko $2 \cdot 6 = 12$ parça alır. Milena $3 \cdot 6 = 18$ parça alır.
- b) Marko'nun aldığı parça sayısının tüm parçaların sayısına oranı: 12 : 30.
Bu oran sadeleştirilir: 2 : 5.
- c) Milena'nın aldığı parça sayısının tüm parçaların sayısına oranı: 18 : 30.
Bu oran sadeleştirilir: 3 : 5.

Ek olarak şunları da hesapla: Marko'nun tüm çikolata parçalarından aldığı pay nedir? Milena'nın tüm çikolata parçalarından aldığı pay nedir?

Eğer 40 bayrak var ve bunları seninle arkadaşın arasında 3 : 5 oranında paylaşmanız gerekirse, her biriniz kaç bayrak alırsınız? Bu paylaşımın verilen orana göre adil olduğunu nasıl açıklarsın?

Ders Sonu Değerlendirme Ölçeği:

1. Farklı oranları verilen örneklerde tanıyabiliyor muyum?
(1 - hayır, 3 - yardımla, 5 - tek başıma yapabiliyorum)
2. Bir bütünü verilen orana göre bölebiliyor ve parça sayısını hesaplayabiliyor muyum?
(1 - hayır, 3 - yardımla, 5 - tek başıma yapabiliyorum)
3. Öğrendiklerimi günlük yaşam örneklerinde uygulayabiliyor muyum (ör. yemek paylaşımı, para bölüşümü vb.)?
(1 - hayır, 3 - yardımla, 5 - tek başıma yapabiliyorum)
4. Oranın bütünü nasıl böleceğimizi nasıl etkilediğini açıklayabiliyor muyum?
(1 - hayır, 3 - yardımla, 5 - tek başıma yapabiliyorum)

Kendi kendini değerlendirdikten sonra, sonuçlarını öğretmenle veya arkadaşlarıyla tartışarak konuyu daha iyi anlayabilirsin.

Bireysel çalışma

1. Bir haritada iki şehir arasındaki mesafe 5 cm olarak gösterilmiştir. Haritanın ölçeği 1 : 200 000 ise gerçek mesafe kaçtır?
2. Bir kek tarifinde un ve şeker oranı 3 : 2. 600 g un kullanılıyorsa kaç gram şeker gerekir?
3. Oyuncak bir arabanın uzunluğu ile gerçek uzunluğu oranı 1 : 10'dur. Oyuncak 45 cm ise gerçek uzunluk nedir?
4. Meyve suyu hazırlamak için önerilen karışım oranı 1 : 4 (1 ölçü şurup, 4 ölçü su). Toplam 2 litre meyve suyu için ne kadar şurup gerekir?
5. 15 cm $\times$ 10 cm ölçülerindeki bir fotoğraf, uzunluğu 30 cm olacak şekilde orantılı olarak büyütülecek. Yeni genişliği ne olur?
6. Azra her ay maaşının $\frac{3}{5}$ 'ini biriktiriyor. Maaşı 500 € ise bir ayda ne kadar biriktirir?
7. Büyük bir çikolata 2 : 3 oranında Maria ve Petar arasında paylaştırıldı. Maria 80 g aldıysa Petar ne kadar alır?
8. Bir duvarı boyamak için boya ve su oranı 3 : 5'tir. 3 litre boya kullanılırsa kaç litre su gerekir?
9. Bir araba deposunun $\frac{2}{7}$ 'sini (14 litre) yakıtla 140 km gitmiş. 100 km'de kaç litre yakar? Ve depo kapasitesi nedir?
10. Öğrenci konseyi seçiminde iki adayın oy oranı 5 : 8. Toplam oy 1300 ise her biri kaç oy almıştır?
11. Ana ve Boyan bisiklet sürüyorlar. Hız oranı 3 : 4 (Boyan daha hızlı). Ana 18 km yol almış. Boyan aynı sürede kaç km gitmiştir?

Doğrudan Orantılılık Kavramının Gerçek Yaşamda Uygulanması

Günlük yaşamda, bir büyüklüğün başka bir büyüklükle aynı oranda değiştiği pek çok durumla karşılaşırız. Örneğin, ne kadar çok meyve alırsak o kadar çok öderiz veya aynı hızla ne kadar uzun süre gidersek o kadar daha fazla mesafe kat ederiz. Bu örnekler, matematikte doğrudan orantılılık kavramına dayanır.

Bu derste, doğrudan orantılı ilişkileri nasıl tanıyacağınızı ve gerçek durumlarda nasıl uygulayacağınızı öğreneceksin. Bu kavramı anlamak, günlük hayatta maliyet hesaplama, çalışma süresi, hız, yoğunluk ve daha pek çok pratik örneği çözmene yardımcı olacak.



Örnek 1

Bir bahçe 50 metre uzunluğunda. Bahçe çiçek ve çim için 4 : 1 oranında iki parçaya ayrılacak. Her parçanın uzunluğu kaç metre olur?

Çözüm:

Oran 4 : 1 $\rightarrow$ toplam parça sayısı = 4 + 1 = 5. Bahçenin toplam uzunluğu = 50 m.

Bir parça = 50 : 5 = 10 m. Çiçek için: 4 · 10 = 40 m. Çim için: 1 · 10 = 10 m

Çiçek bölümü = 40 metre, çim bölümü = 10 metre.

Bulduğun çiçek ve çim bölümlerinin oranını yaz ve sadeleştir. Ne fark ediyorsun?

Alıştırma 1

Yakup 49 çiçekten oluşan bir buket satın aldı, buketin $\frac{3}{7}$ 'ü güllerden ve $\frac{2}{7}$ 'si karanfillerden oluşmaktadır..

- Yakup kaç gül ve kaç karanfil almıştır?
- Yakup'un aldığı güllerin tüm çiçeklere oranı nedir?
- Yakup'un aldığı karanfillerin tüm çiçeklere oranı nedir?

Örnek 2

Sofiya bir kitabı sabit hızda okuyor. 2 saatte 60 sayfa okumuş. Aynı hızda okumaya devam ederse 5 saatte kaç sayfa okur?

Çözüm:

Tabii ki daha fazla saat okursa aynı hızla daha fazla sayfa okur. Okunan sayfa sayısı, Sofiya'nın okuma süresiyle doğru orantılıdır. Önce 1 saatte kaç sayfa okuduğunu bulalım: $60 : 2 = 30$ sayfa / saat 5 saatte okur $30 \cdot 5 = 150$ sayfa okur.

Sofiya $1\frac{1}{2}$ saat okursa kaç sayfa okur? Bu durumda okunan sayfa sayısı artar mı azalır mı?

Orantılılık, iki büyüklük arasındaki ilişkiyi ifade eder: Biri belirli bir oranda değişirken diğeri de o oranda değişir.

Doğru orantılılık, bir büyüklüğün artması veya azalması diğeri de orantılı olarak artmasına veya azalmasına yol açar.

Alıştırma 2

Perde kumaşının 8 metresi 7 192 denar. 15 metre kumaş kaç denar tutar?

Örnek 3

35 çocuk botanik bahçesine otobüsle geziye gitmiş. Hepsi bilet için aynı fiyatı ödemiş. Toplam ücret 8 400 denar olmuş. Ertesi gün 42 çocuk gezmeye gitmiş. Her çocuk için fiyat aynı kalırsa toplam ücret kaç denar olur?

Çözüm:

35 çocuk için toplam ücret = 8400 denar. Bir çocuk için fiyat: $8400 : 35 = 240$ denar

42 çocuk için toplam ücret: $240 \cdot 42 = 10\,080$ denar

Alıştırma 3

Üç arkadaş tatil için Hırvatistan'dan Makedonya'ya gelmiş. Yanlarındaki bazı Hırvat kunasını (HRK), Makedon denarına (MKD) çevirmişler. Hepsi aynı kurdan bozdurmuş. Valeriya 600 HRK bozdurup 4 914 MKD almış.

(a) Carlo 900 HRK bozdurmuş. Carlo kaç denar almıştır?

(b) Lana 5 733 MKD almış. Lana kaç HRK bozdurmuştur?

Alıştırma 4

Yana sık sık kahvaltıya 4 kişilik tarifile krep yapar. Bir gün büyükannesi ve büyükbabası da gelmiş. 6 kişi için her malzemeden ne kadar lazım?

4 kişi için tarif:
2 yumurta , 600 ml süt
1 küçük kaşık karbonat
 $\frac{1}{2}$ bardak şeker, 400 g un

Bisikletle bir gezi planladığınızı düşünün. Sabit bir hızla 2 saatte 24 km yol kat edebileceğinizi biliyorsanız, aynı hızla 60 km uzaklıktaki bir hedefe ulaşmanızın ne kadar süreceğini nasıl hesaplarsınız? Bu durumun neden doğru orantılılığa bir örnek olduğunu açıklayabilir misiniz?

Dersin sonunda, orantılılık kavramına ilişkin anlayışınızı gözden geçir ve aşağıdaki sorulara göre kendini değerlendirin. Her ifade için şunları seç: Aşağıdaki ifadeler seç:

☒ Evet | ☐ Kısmen | ☒ Hayır

1. Gerçek hayatta doğru orantılı bir durumu tanıyabiliyorum.
2. Doğru orantılı bir ilişki içinde bilinmeyi hesaplayabiliyorum.
3. İki büyüklüğün neden doğru orantılı olduğunu kendi sözlerimle açıklayabiliyorum.
4. Doğru orantılılığı farklı bağlamlarda uygulayabiliyorum (alışveriş, zaman, yolculuk, yemek tarifi vb.).

Eğer çoğunlukla ☒ Evet yanıtladıysan → Bu dersi çok iyi öğrendin!

Eğer çoğunlukla ☐ Kısmen yanıtladıysan → Alıştırmaları tekrar yap, anlamadığın yerlerde yardım iste.

Eğer çoğunlukla ☒ Hayır yanıtladıysan → Dersi yeniden oku ve ek örneklerle çalış.

Ek görev / meydan okuma:

Günlük hayattan doğru orantı kullanabileceğin bir örnek düşün ve arkadaşlarınla paylaş!

Bireysel çalışma

1. Markette 2 kilogram portakal 180 denar tutuyor. 5 kg portakal kaç para tutar?
2. Bir otomobil her 100 km' de 8 litre yakıt harcıyor. 250 km'de kaç litre yakıt harcar?
3. Petar bir kitaptan 30 sayfayı 40 dakikada okuyor. Aynı hızda okuyarak 75 sayfa için ne kadar zamana ihtiyacı olur?
4. Bir matbaa 4 günde 500 kitap basıyor. Baskı hızı aynı kalırsa 10 günde kaç kitap basar?
5. Bir fabrika 8 saatte 2 400 maske ürettiyor. Sürekli aynı hızda çalışırsa 5 saatte kaç maske üretir?
6. 20 m² duvarı boyamak için 4 litre boya gerekiyor. 50 m² duvarı boyamak için kaç litre boya gerekir?
7. Bir otelde 3 oda bir gece için 12 000 denara mâl oluyor. Oda başı fiyat aynı kalırsa 5 oda bir gece için kaç para tutar?
8. Pizza tarifi, 4 pizza için 2 bardak un gerektiğini söylüyor. Aynı oranla 10 pizza yapmak için kaç bardak un gerekir?
9. Anita kurabiye yapmaya hazırlanıyor ve porsiyon sayısına bağlı olarak belli miktarlarda malzemeye ihtiyacı var. 6 porsiyon kurabiye için: 200 g şeker, 150 g un ve 2 yumurta gerekiyor. 3, 9 ve 12 porsiyon kurabiye için ne kadar şeker, un ve yumurta gerekeceğini belirlemek için bir tablo hazırla.

K O N U

2

GEOMETRİ



Geometri kelimesi, Eski Yunanca "geo" (yeryüzü) ve "metria" (ölçme) sözcüklerinden gelir. Kelime anlamıyla geometri, yeri ölçme anlamını taşır. Eski zamanlarda insanlar, tarlaları ölçmek, yollar, tapınaklar ve şehirler inşa etmek ve çevrelerindeki dünyanın şeklini anlamak için geometriyi geliştirmişlerdir.

Günümüzde geometri, matematiğin en eski ama en canlı dallarından biridir. Şekilleri, büyüklükleri, konumları ve farklı geometrik şekiller arasındaki ilişkileri incelememizi sağlar. Noktalar, doğru parçaları, açılar, üçgenler, çemberler ve uzaydaki cisimler gibi kavramlarla ilgilenir.

"Geometriye giden kraliyet yolu yoktur."

Öğrenme Sonuçları

Bu konuyu öğrendikten sonra şunları yapabilecek durumda olacaksın:

- Çember, daire, yay kavramlarını; çember ile noktanın karşılıklı konumunu; çember ve doğruyu, iki çemberi günlük yaşam bağlamında kullanmak;
- Nokta, doğru, yarı doğru ve doğru parçası kavramlarını kullanarak günlük yaşamdan problemler çözmek;
- Açı ölçme, açı ölçü birimlerini, merkez açı ve kesenle oluşan açılar kullanarak günlük yaşamdan problemleri çözmek;
- İki boyutlu şekillerin özelliklerini tanımak, karşılaştırmak ve günlük durumlarda kullanmak;
- Verilen koşullara göre üçgen, iç teğet çember ve dış teğet çember çizmek;
- Problemleri çözerken eksen simetrisi, verilen bir nokta etrafında dönme ve öteleme kullanmak.

Çember ve Daire

Günlük yaşamda çember ve daire ile ilişkili şekillere sıkça rastlarız : bisiklet tekerlekleri, saatler, masalar ve hatta gezegenlerin hareket yolları bunlara örnektir. Bu derste çember ve daire ile ilgili bilgilerinizi tekrar edecek ve derinleştirecek, noktalar, doğrular ve diğer çemberlerle karşılıklı konumlarını öğrenecek ve bu kavramları pratik problemleri çözmekte nasıl kullanacağını göreceksin.



Örnek 1

Defterine aşağıdaki yönergelere göre çizim yap:

1. Bir çember k çiz:
 - Çemberin merkezini bir harfle (örneğin O) göster.
 - Merkezle çember üzerindeki bir noktayı birleştir. Bu uzaklığın adını yaz ve bir harfle göster.
 - Çember üzerindeki iki noktayı öyle birleştir ki elde edilen doğru parçası merkezden geçsin. Bu uzaklık nasıl adlandırılır? Bir harfle göster.
2. Noktalar ekle:
 - Çemberin içinde bir nokta seç ve M harfiyle göster ($\overline{OM} < r$)
 - Çemberin üzerinde bir nokta seç ve A harfiyle göster. ($\overline{OA} = r$)
 - Çemberin dışında bir nokta seç ve P harfiyle göster. ($\overline{OP} > r$)
3. Doğrular çiz:
 - Çemberi yalnızca bir noktada T noktasında tangen olarak kesen bir doğru a çiz ($a \cap k = \{T\}$).
 - Çemberi A ve B noktalarında kesen bir doğru çiz ($c \cap k = \{A, B\}$).
 - Çemberi hiçbir noktada kesmeyen bir doğru m çiz ($m \cap k = \emptyset$).
4. Başka bir çember çiz:
 - İlk çembere teğet olan bir çember çiz ve göster.
 - İlk çemberi kesen bir çember çiz ve göster.
 - İlk çemberle ortak noktası olmayan bir çember çiz ve göster.Kaç çözüm vardır?

Örnek 2

Çemberler ve doğruların farklı karşılıklı konumlarını geometrik yazılım kullanarak göster. Not: Uygun bir çizim yazılımına erişimin yoksa, geometrik araçlarını kullanarak defterine çiz.

Çözüm:

- Birbirine teğet olan iki çemberin karşılıklı konumunu göster.
- Uygulamadaki uygun ölçüm aracını kullanarak bu iki çemberin merkezleri arasındaki mesafeyi ölç ve iki çemberin yarıçaplarının toplamı ile karşılaştır. Ne gözlemliyorsun?
- Çemberlerden birinin merkezini hareket ettirerek merkezler arası mesafenin, yarıçaplarının toplamına göre nasıl değiştiğini gözlemle.

Çalışma Yönergesi: Bunu GeoGebra'da nasıl yapabilirsin?

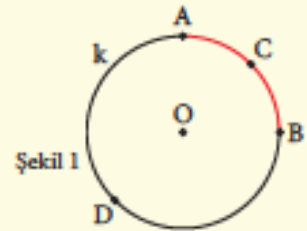
- GeoGebra'yı aç ve çizim seçeneğini seç.
- Çember çizimi:
 - Çember aracı ile çemberin merkezini çizim alanından bir nokta seçerek belirle (eğer cetvelle çiziyorsan merkezi elle seç).
 - Çember çizim aracının açılır menüsünden yaptığın seçime bağlı olarak çember çizimini tamamla. En iyisi, çemberin yarıçapını belirlemek için çember üzerindeki bir nokta seçmendir.
- Nokta taşıma ve mesafe ölçme:
 - Çemberin içinde veya dışında bir nokta oluştur (örneğin, nokta C).
 - Noktayı uygun araçla hareket ettir ve mesafe ölçme aracını kullanarak bu noktanın çemberin merkezine olan uzaklığının nasıl değiştiğini gözlemle. Bu mesafeyi çemberin yarıçapı ile karşılaştır. Elde ettiğin gözlemlere ilişkin genel notlar al.

Örnek 3:

Çember k (O, r) üzerinde A, B, C ve D noktaları seçilmiştir (Şekil 1). A ve B noktaları çemberi kaç parçaya ayırır?

Çözüm:

A ve B noktaları, çizimde görüldüğü gibi, çemberi iki parçaya ayırır: biri C noktasını içeren parça, diğeri D noktasını içeren parça.



Çember üzerinde iki nokta ile sınırlanan kısmı ve bu iki noktayı birlikte çember yayı olarak adlandırırız.

Bir çember üzerindeki iki farklı nokta iki farklı çember yayı belirler.

Bir çember üzerindeki iki farklı noktanın belirlediği iki çember yayını ayırt edebilmek için, onları üç büyük harfle göstereceğiz: iki uç noktası ve yayı tanımlayan çember üzerindeki bir nokta. Şekil 1'deki iki çember yayı şu şekilde gösterilir: $\widehat{ACB}$ ve $\widehat{ADB}$.

Alıştırma 1

İki çember verilmiştir: $k_1 (O_1, 4 \text{ cm})$ ve $k_2 (O_2, 3 \text{ cm})$. Merkezleri arasındaki mesafe şu olduğunda bu iki çemberin karşılıklı konumu nedir:

- a) $\overline{O_1O_2} = 7 \text{ cm}$
- b) $\overline{O_1O_2} = 5 \text{ cm}$
- c) $\overline{O_1O_2} = 9 \text{ cm}$

Cevabını açıkla.

Alıştırma 2

35 mm yarıçaplı bir çember çiz ve sonra şu uzunluktaki kirişe karşılık gelen bir çember yayı işaretle: a) 40 mm b) 3 cm c) o çemberin çapına eşit.

Örnek 4:

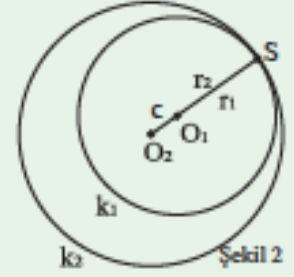
Bir parkta iki yuvarlak fiskiye yerleştirilecektir. Bir fiskiye yarıçapı 5 metre, diğ erinin yarıçapı 7 metredir. Bu fiskiye lerin merkezleri şu durumlar için hangi mesafede olabilir:

- a) iki fiskiye birbirinin dışında olacak şekilde
- b) iki fiskiye dıştan birbirine teğ et olacak şekilde
- c) küçük fiskiye büyük fiskiye nin içinde olup ona içten teğ et olacak şekilde

Çözüm:

- a) Fiskiye lerin merkezleri arasındaki mesafeyi c ile gösterirsek, iki fiskiye birbirinin dışında olacaksa $c > r_1 + r_2$ olmalıdır, yani fiskiye lerin merkezleri arasındaki mesafe iki çemberin yarıçapları toplamından büyük olmalıdır. Çizimini yap!

- b) İki fiske birbirine teğet olacaksa, fiskeyelerin merkezleri arasındaki mesafe yarıçaplarının toplamına eşit olmalıdır, yani $c = r_1 + r_2$. Çizimini yap!
- c) Küçük fiske büyük fiskeyenin içinde olup ona içten teğet olacaksa, merkezleri arasındaki mesafe yarıçaplarının farkına eşit olmalıdır, yani $c = r_2 - r_1$, burada $r_1 < r_2$ 'dir



Alıştırma 3

Bisiklet tekerleğinin yarıçapı 35 cm'dir.

- Bisiklet tekerleğini temsil eden bir çember çiz ve üzerinde çemberin merkezini işaretle. Defterinde yarıçapı 3,5 cm olarak kullan (ölçeği hatırla).
- Tekerleğin çapını ölç. Gerçek boyutu nedir?
- Bisiklet tekerleğinin yarıçapını çiz ve bir harfle göster.
- Lastiğin iç kenarı ve dış kenarı nasıl bir karşılıklı konuma sahiptir?

Bir şehirde iki radyo-televizyon vericisi belirli bir mesafede yerleştirilmiştir. Birinci vericinin anten kapsama alanı 3 kilometre yarıçapında bir sinyal oluştururken, ikinci verici 4 kilometre yarıçapında bir sinyal alanı oluşturur. İki verici birbirinden 5 kilometre uzaklıktadır.

- İki vericinin sinyal alanlarının örtüşüp örtüşmediğini belirle.
- Daha iyi bir alım için sinyal alanlarının örtüşmemesi ve sinyallerin karışmaması gerekir. Sinyallerin karışmadan alınabilmesi için vericiler hangi mesafede yerleştirilebilir?

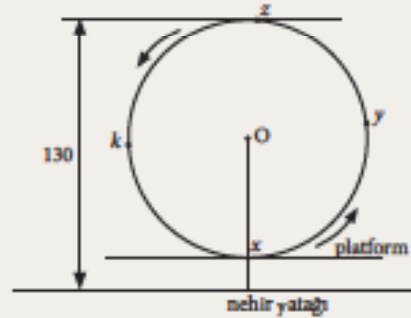
Tercihlerini defterine yaz. Aşağıdaki ifadeler için cevabın EVET olduğu durumlarda bir örnek ver; cevabın HAYIR olduğu durumlarda ilgili ifadelere ait örnek ve alıştırmalara geri dön.

- Bir noktayı çemberin iç noktası, dış noktası veya üzerinde bir nokta olarak tanımlayabilirim. EVET/HAYIR
- Bir doğrunun çembere teğet mi yoksa kesen mi olduğunu belirleyebilirim. EVET/HAYIR
- İki çemberin karşılıklı konumunu belirleyebilirim. EVET/HAYIR
- Çember yayı nedir açıklayabilirim. EVET/HAYIR
- Verilen bir çember üzerinde bir çember yayı işaretleyebilirim. EVET/HAYIR

Bireysel çalışma

1. Bir çember $k(O, r)$ çiz. Bu çemberin yarıçapını OA olarak ve çapını AB olarak çizip göster. Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?
a) Yarıçap, çapın yarısıdır. b) Çap, yarıçaptan büyüktür.
c) Çap, yarıçapa eşittir. d) Yarıçap, çapın iki katıdır.
2. $k(O, 6 \text{ cm})$ çemberini çiz. Uzunluğu 8 cm olan $\overline{BC}$ kirişini çiz. Ölç ve çemberin merkezinden bu kirişe olan uzaklık kaç cm?
a) 4 cm. b) 6 cm.
c) 8 cm. d) 4,5 cm.
3. A noktası, merkezi O ve yarıçapı 5 cm olan bir çemberin merkezinden 6 cm uzaklıktadır. Aşağıdakilerden hangisi A noktasının konumunu doğru açıklar?
a) A noktası çember üzerindedir.
b) A noktası çemberin içindedir.
c) A noktası çemberin dışındadır.
d) A noktası çemberin çapı üzerindedir.
4. İki çemberin merkezleri O ve P noktalarındadır. Birinci çemberin yarıçapı 5 cm, ikinci çemberin yarıçapı 7 cm'dir. Merkezler arası mesafe 12 cm ise bu iki çemberin karşılıklı konumu nasıl olur?
a) Çemberler dıştan teğet olur.
b) Çemberler kesişir.
c) Çemberler biri diğerinin içinde olur.
d) Çemberler içten teğet olur.
5. İki tahrik tekerleğinin farklı yarıçapları ve merkezleri arası 50 cm mesafe vardır. Bir tekerleğin yarıçapı 15 cm, diğerinin 25 cm'dir.
a) Her iki tekerleği temsil eden çemberi çiz. (Ölçek kullan).
b) Bu çemberlerin karşılıklı konumu nedir? Nedenini açıkla.
6. $k(O, 4 \text{ cm})$ çemberini çiz, sonra $\overline{OM}$ yarıçapını ve $\overline{MN}$ kirişini çiz ve bu kirişe karşılık gelen büyük çember yayını işaretlerle. Son olarak, işaretlenen yay üzerindeki iki noktanın uç noktaları olacak şekilde bir çap çiz.
7. İki paralel doğru ve bu iki doğruya teğet olan bir çember çiz. Elde edilen çemberin yarıçapı kaçtır? Çemberin yarıçapı ile iki doğru arasındaki mesafe arasındaki ilişki nedir?
8. Bir restoranın tezgâhı 2 dm ve 2 m boyutlarında bir dikdörtgen şeklindedir. Çapları 5 dm, 1 dm, 1,5 dm ve 2 dm olan yuvarlak tabaklar tezgâha yerleştirilecektir. Her boyuttan en az bir tabak konulacaksa tezgâhın uzun kenarına en fazla kaç tabak yerleştirilebilir?

9. Marko ve Ana parkta bulunuyor ve her birinin kendi oyun çemberi var. Marko'nun çemberinin yarıçapı 5 metre, Ana'nın çemberinin yarıçapı 3 metredir. İki çemberin merkezleri arasındaki mesafe 6 metredir.
- Marko ve Ana'nın çemberleri kesişiyor mu? Soruyu cevaplamak için ölçekli bir çizim yap.
 - Ana'nın çemberinin merkezi Marko'nunkine 2 metre daha yaklaşırsa çemberler daha fazla mı yoksa daha az mı örtüşür? Açıkla.
10. Beti'nin bahçesinde yarıçapı 8 metre olan yuvarlak bir çiçek tarhı vardır. Bahçeden geçen bir yol, tarhın merkezine 6 metre uzaklıktadır. Beti'ye bahçe düzenlemesinde yardımcı olmak için soruları yanıtla ve açıklamayı bir çizimle destekle (ölçek bilgisini kullan):
- Yol çiçek tarhının çemberini keser mi? Eğer keserse, yolun tarhın içinden geçen kısmının uzunluğu ne olur?
 - Yol, merkezi 2 metre daha uzağa taşınırsa çiçek tarhının çemberini keser mi? Açıkla.
 - Yol, merkezi 2 metre daha yakına taşınırsa çiçek tarhının çemberini keser mi? Açıkla.
11. k (O , 3 cm) çemberini çiz, sonra $\overline{OM}$ yarıçapını, $\overline{MN}$ çapını, $\overline{AB}$ kirişini ve $\widehat{ACB}$ yayını çiz ve göster.
12. Şehir parkının merkezinde muhteşem bir dönme dolap yükselmektedir ve çevreye güzel bir manzara sunmaktadır (çizime bak):
- Dönme dolabın çapı 120 m'dir.
 - Dönme dolabın en yüksek noktası park seviyesinden 130 m yüksektir.
 - Dönme dolap, oklarla gösterilen yönde döner.
- Çizimdeki O noktası dönme dolabın merkezini gösterir. O noktası park seviyesinden kaç metre yüksektir?
 - Dönme dolabı sabit bir hızla döner ve bir tam turu 50 dakikada tamamlar. Mila başlangıç pozisyonu X noktasında kabine biner ve yolculuğa başlar. 25 dakika sonra Mila nerede olur?
 - Y noktasında
 - Y ile Z noktaları arasında
 - Z noktasında
 - Z ile X noktaları arasında
 - Eğer bir tam dönüşte dönme dolabın çevresi 377 m ise, Mila 25 dakikada kabinle kaç metre yol alır? Mila'nın geçtiği çember parçası nasıl adlandırılır?



Çemberin Teğeti (Teğet Doğru)

Teğet, geometrinin en ilginç kavramlarından biridir. Mimarlıkta, ulaşımda ve teknolojiye onu günlük yaşamda sıkça görürüz. Bu derste, bir çembere teğet olan doğru nedir, nasıl tanınır, nasıl doğru bir şekilde çizilir ve gerçek yaşam bağlamında problemleri çözerken nasıl uygulanır konularını öğreneceksin.



Örnek 1:

Resimde bir nehir üzerinde uzanan bir köprü gösterilmiştir. Köprü'nün ana taşıyıcı yapısı bir çember yayı şeklindedir. Bu yay üzerinde araçların veya yayaların geçebileceği düz bir platform yer alır.



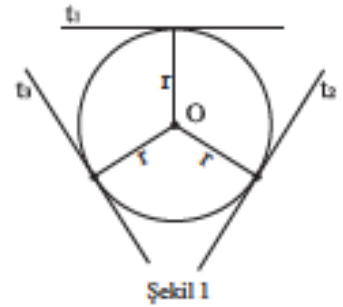
- Köprü'nün üst kısmındaki düz platform ile köprü'nün çember yayı şeklindeki taşıyıcı yapısı nasıl bir karşılıklı konuma sahiptir?
- Taşıyıcı yapının tam bir çemberin parçası olduğunu hayal et. Matematik derslerinde öğrendiğin çember ile doğru arasındaki hangi konumla benzerlik kurabilirsin? Bir çembere teğet doğru, çemberle yalnızca bir ortak noktası olan doğruya denir. Bu ortak nokta teğet noktası olarak adlandırılır.

Bir çemberin teğeti, çemberin merkezini teğet noktasına bağlayan yarıçapa diktir.

Örnek 2

Defterinde merkez O ve rastgele yarıçaplı bir çember çiz. Ardından, çemberin merkezinden uzaklığı çemberinin yarıçapına eşit olan en az 2 farklı doğru çiz (çizim 1).

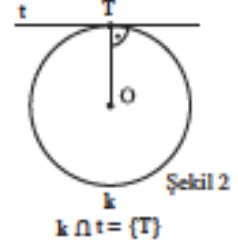
- Çizilen doğruların her biri çemberle nasıl bir konum ilişkisi içindedir?
- Her teğet için, temas noktasını çemberin merkeziyle birleştir. Her teğetin, kendi temas noktasını merkezle birleştirerek elde edilen yarıçapla yaptığı açığı ölç. Araştırmadan ne sonuç çıkarabilirsin?



Şekil 1

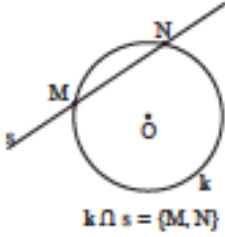
Bir çember $k(O, r)$ çiz ve üzerinde T noktası olacak şekilde OT yarıçapını çiz. T çember üzerinde rastgele bir noktadır. T noktasından geçen çembere teğet bir doğru çiz.

Bir çemberin dışındaki bir noktadan çembere tam olarak iki teğet çizilebilir.



Örnek 3

$k(O, r)$ çemberi üzerinde M ve N olmak üzere iki nokta seç ve bu noktalardan geçen bir kesen doğru çiz.



Çemberi kesen doğruya kesen doğru (sekant) denir.

Alıştırma 1

Bir şehirde yeni bir meydan inşa edilmesi planlanıyor. Meydanda büyük bir çember şeklinde fışkiye olacak. Fışkiyenin yarıçapı 8 metredir. Çembere teğet olacak bir yol yapılması planlanıyor.

- Yol, fışkiyenin merkezinden kaç metre uzaklıktadır?
- Bir çizim yap. Yolu nasıl çizersin? Çizimde ölçek kullan.

Örnek 4

Bir parkta büyük, dairesel bir çiçek tarhı vardır. Çiçek tarhının dışında P noktasına (dekoratif taş) yerleştirilecek bir taş planlanıyor. Daha sonra, bu taşın içinden geçecek ve çiçek tarhına yalnızca bir noktada teğet olacak bir yol yapılması planlanıyor. P noktasından geçen ve çiçek tarhına teğet olacak yolu nasıl çizersin? Üçgen cetveli ve cetveli kullanarak bu yolu çizmenin doğru yöntemi nedir?

Çözüm:

- Önce, merkez O ve yarıçap r olacak şekilde çiçek tarhını (çemberi) çiz.
- Çemberin dışında P noktasını (dekoratif taş) işaretle.
- Üçgen cetvel ve cetvel kullanarak P noktasından geçecek ve çemberi T noktasında teğet olarak kesecek bir teğet doğru çiz. Kaç tane böyle yol (teğet) çizebilirsin? Dekoratif taştan geçen ve çemberi teğet olarak kesen yolun doğru ve hassas çizildiğini nasıl kontrol edebilirsin?

Bir çemberin dışındaki bir noktadan çembere tam olarak iki teğet çizilebilir.

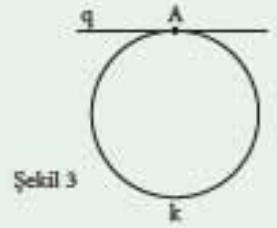
Bu derste cetvel kullanarak çizim yapman bekleniyor.

Örnek 5

Bir araç yolu 50 m yarıçaplı bir çember şeklinde tasarlanmıştır. Bu yol için koruyucu bariyer, yolun belirli bir noktasında ona teğet olacak düz bir doğru şeklinde olmalıdır. Yolu (çemberi) ve koruyucu bariyeri bir çizimle göster.

Çözüm

Çizimde çember (yuvarlak yol) ve bu yolu A noktasında teğet olarak kesen koruyucu bariyer gösterilmiştir.



Alıştırma 2

10 m yarıçaplı yuvarlak bir kayak pisti inşa ediliyor. Bu çemberin merkezinden 25 m uzaklıkta bir yön levhası yerleştirilmiştir. Yön levhasından kayak pistinin çemberine teğet olacak iki yol planlanmıştır. Bu yolların uzunlukları kaç metredir?

Yönerge: Ölçek kullanarak durumu bir çizimle göster ve ardından ölçüm yaparak bu yolların uzunluklarını belirle.

- 1) Çembere teğet bir doğru çizerken aşağıdaki iki durumda çizimin farkı nedir:
 - a) Çember üzerindeki bir noktadan geçecek şekilde
 - b) Çemberin dışındaki bir noktadan geçecek şekildeHer iki durumu da bir çizimle göster.
- 2) Teğet (veya kesen) doğruların çemberle ortak noktalarına olan çember merkezinden uzaklığı, çemberin yarıçapı ile nasıl bir ilişkiye sahiptir?

Defterine aşağıdaki soruları yanıtla:

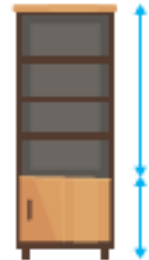
- Bir çembere teğet doğruyu tanıyabilir miyim? EVET/HAYIR
 - Verilen bir noktadan çembere teğet çizilebilir miyim? EVET/HAYIR
 - Teğetleri pratik durumlarda uygulayabilir miyim? EVET/HAYIR
- Cevabını açıkla.

Bireysel çalışma

- Yarıçapı 30 metre olan dairesel bir parkta, kenardan (çemberden) 5 metre uzaklığa lambalar yerleştirilmesi planlanıyor. Aşağıdaki uzunluklardan hangisi lambaların oluşturduğu çemberin yarıçapını temsil eder?
 - 25 metre
 - 35 metre
 - 30 metre
 - 20 metre
- Çapı 30 metre olan dairesel bir bisiklet yolunda, komşu yola bağlanacak bir çıkış yapılması gerekiyor ve bu çıkış yolun teğet noktası olacak. Çıkışın bisiklet yolunun merkezine uzaklığı kaç metredir?
 - 0 metre
 - 15 metre
 - 30 metre
 - 20 metre
 - Çıkış yolunun tasarımında hangi teğet özelliği yardımcı olur?
 - Bisiklet yolunun yarıçapı 20 metreye çıkarılırsa, çıkış yine komşu yola yapılacak olan yolun teğet noktası olur mu?
- Parktaki bir fiske, yarıçapı 12 metre olan bir çember şeklindedir. Çemberin merkezinden 15 metre uzaklıktaki A noktasından başlayarak fiskeye teğet olacak bir yol yapılması planlanıyor.
 - Aşağıdakilerden hangisi, çemberin merkezinden teğet noktasına olan uzaklığa eşittir?
 - 10 m
 - 12 m
 - 15 m
 - 20 m
 - Aşağıdakilerden hangisi, A noktasından teğet noktasına kadar olan yolun uzunluğuna eşittir?
Ölçekli bir çizim kullan.
 - 5 m
 - 8 m
 - 9 m
 - 10 m

Doğru Parçalarında Grafikselleştirme ve Çıkarma

Doğru parçalarının toplanması ve çıkarılması, geometride sıkça kullanılan temel bir konudur. Bu derste, pergel kullanarak doğru parçalarını nasıl toplar ve çıkarırsın öğreneceksin. Ayrıca kolinear noktaları ayırt etmeyi ve verilen bir doğru parçasına eşit uzunlukta bir doğru parçası çizmeyi de öğreneceksin. Bu teknik, uzunlukları hassas şekilde inşa etmene ve bilgilerini farklı durumlarda uygulamana olanak sağlayacaktır.



Örnek 1

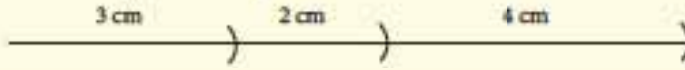
Tomislav evinden okuluna gitmek istiyor, fakat yolda iki durakta durmak zorunda: durak A ve durak B.

- Evinden A durağına olan mesafe 3 km'dir.
 - A durağından B durağına olan mesafe 2 km'dir.
 - B durağından okula olan mesafe 4 km'dir.
- a) Tomislav'ın evinden okula kadar A ve B duraklarından geçen yolunu temsil eden doğru parçalarını çiz.
- b) Tomislav'ın okula ulaşmak için kat etmesi gereken toplam mesafeyi (grafiksel olarak ve aritmetik olarak) hesapla.
- c) Tomislav evinden A durağına kadar olan yolu gittiysen, okula varmak için daha kaç kilometre yol alması gerekir?

Çözüm:

a) Mesafeler hangi ölçekte çizilmiştir?

b) $3 \text{ km} + 2 \text{ km} + 4 \text{ km} = 9 \text{ km}$. Tomislav'ın okula ulaşmak için kat etmesi gereken toplam mesafe 9 km'dir.



c) $9 \text{ km} - 3 \text{ km} = 6 \text{ km}$. Tomislav evinden A durağına kadar olan yolu gittiysen, okula varmak için geriye 6 km kalır.

3 cm

2 cm

4 cm

Örnek 2

Bir mühendis, bir park yoluna aydınlatma lambaları yerleştirecektir. Yol düz bir çizgi şeklindedir ve mühendis lambaları belirli konumlara yerleştirmeyi planlıyor.

- Lamba A, yolun soluna yerleştirilecektir.
 - Lamba B, A ile C arasının tam ortasına yerleştirilecektir.
 - Lamba C, yolun sağına yerleştirilecektir.
- a) Yolu temsil eden bir doğru çiz ve A, B ve C noktalarını işaretle.
- b) A, B ve C lambalarının aynı doğru üzerinde olup olmadığını kontrol et.
- c) A ile B arası mesafe 5 metre ise, A ile C arası mesafeyi hesapla.

Çözüm:

a) A B C

b) A, B ve C noktaları aynı doğru üzerindedir.

Aynı doğru üzerinde bulunan noktalara eşdoğrusal(kolinear) noktalar denir.

- c) A ve C noktaları arasındaki mesafe (A, B ve C noktaları eşdoğrusal ve B noktası A ile C arasında ise), A ile B ve B ile C arasındaki mesafelerin toplamıdır: $5 \text{ m} + 5 \text{ m} = 10 \text{ m}$. A noktasından C noktasına olan mesafe 10 metredir, yani $AB = 10 \text{ m}$ 'dir.

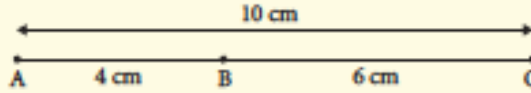
Örnek 3

A, B ve C noktaları aşağıdaki durumlarda kolinear mı?

- a) $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ b) $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$

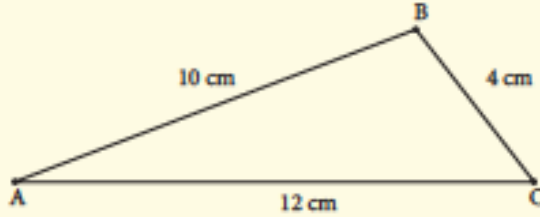
Çözüm:

- a) Eğer doğru üzerinde parçaları AB ve BC toplarsak, AC parçasını elde ederiz, yani $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$. Bu çizimde de gösterilmiştir:



Noktalardan A, B ve C doğrusaldır.

- b) Bu durumda ise hiçbir mesafe diğer ikisinin toplamı olarak ifade edilemez, dolayısıyla A, B ve C noktaları doğrusal değildir. $\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$



Herhangi üç nokta M, N ve P için geçerlidir: M noktasından P noktasına olan uzaklık, M'den N'ye ve N'den P'ye olan uzaklıkların toplamından büyük değildir, yani $\overline{MP} \leq \overline{MN} + \overline{NP}$.

Örnek 4

Yana, kenar uzunlukları farklı olan kare biçiminde iki bahçeye sahiptir.

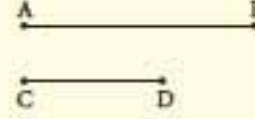
Kenarların uzunluklarını ölçtükten sonra şunu belirlemiştir:

- Birinci bahçenin kenarı $\overline{AB} = 5 \text{ m}$.
- İkinci bahçenin kenarı $\overline{CD} = 3 \text{ m}$.

Yana bu iki uzunluğu birleştirip (toplam çit uzunluğu) bulmak istiyor, ayrıca $\overline{AB}$ kenarının $\overline{CD}$ kenarından ne kadar daha uzun olduğunu da bilmek istiyor.

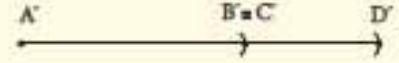
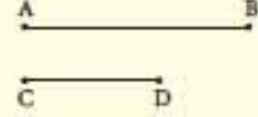
Çözüm:

- a) Cetvelle $\overline{AB} = 5$ m ve $\overline{CD} = 3$ m uzunluklarında doğru parçaları çiziyoruz.



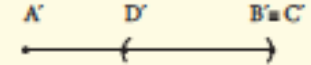
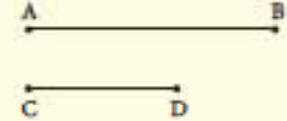
- b) Sen de Yana gibi bu iki doğru parçasının toplamını oluşturmak için şu adımları izle:

- Pergelle $\overline{AB}$ parçasının uzunluğunu ölç.
- Bu uzunluğu çiziceğin bir yarıdoğru üzerine aktar ve $A'B'$ olarak işaretle (burada A' yarıdoğrunun başlangıç noktası olur).
- Pergelle $\overline{CD}$ parçasının uzunluğunu ölç.
- Bu uzunluğu B' noktasından başlayarak aktar (pergelin iğnesini B' noktasına koy, kalem ucuyla yarıdoğru üzerine bir yay çizerek yeni noktayı D' olarak işaretle).
- Yeni oluşan $A'D'$ parçasının uzunluğu $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ parçalarının toplamına eşit olur, yani $A'D' = \overline{AB} + \overline{CD}$.



- c) Yana, $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ parçalarının uzunluk farkına eşit bir doğru parçasını oluşturmak için şu adımları uyguluyor, sen de aynı şekilde yap:

- Bir yarıdoğru çiz ve başlangıç noktası olarak A' seç.
- Pergelle $\overline{AB}$ parçasının uzunluğunu ölç.
- Bu uzunluğu yarıdoğruya aktar ve $A'B'$ olarak işaretle.
- Pergelle $\overline{CD}$ parçasının uzunluğunu ölç.
- Pergelin iğnesini B' noktasına koy ve kalem ucuyla A' yönüne doğru bir yay çiz ($B'C'$).
- Yayın $A'B'$ parçasını kestiği noktayı D' olarak işaretle.
- Yeni oluşan $A'D'$ parçasının uzunluğu $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ parçalarının uzunluklarının farkına eşit olur, yani $A'D' = \overline{AB} - \overline{CD}$.



Alıştırma 1

Kenar uzunlukları 2 cm ve 3 cm olan bir dikdörtgen verilmiştir. Dikdörtgenin çevresini grafiksel olarak hesaplayın.

Alıştırma 2

Ana, oturma odası için iki parça mobilya almayı planlıyor:

- Bir kanep, uzunluğu $\overline{AB} = 2$ m.
- Bir berjer, uzunluğu $\overline{CD} = 1,5$ m.

- a) Mobilyaların uzunluklarını temsil eden $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ doğru parçalarını orantılı olarak çizin.

- b) Kanepe ve berjerin toplam uzunluğuna eşit yeni bir doğru parçası oluşturun.
- c) Eğer oturma odasındaki duvarın uzunluğu 5 m ise, Ana iki mobilyayı (kanepe ve berjeri) yan yana aynı duvara yerleştirirse duvarda boşluk kalır mı, hesaplayın.
- d) Eğer en uzun duvarın uzunluğu 5 m ise ve Ana o duvara yalnızca kanepesi yerleştirirse, başka bir mobilya için ne kadar uzunluk kalır?

Alıştırma 3

David'in dikdörtgen şeklinde bir çiçekliği var. Bir kenarının uzunluğu $\overline{AB} = 4$ m, diğer kenarının uzunluğu $\overline{CD} = 3$ m.

- a) Çiçekliğin kenarlarını temsil eden $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ doğru parçalarını orantılı olarak çiziniz.
- b) $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ parçalarının toplam uzunluğuna eşit yeni bir doğru parçası oluşturun.
- c) Tüm kenarları dahil ederek çiçekliğin etrafına çit çekmek isterse David'in toplam kaç metre çite ihtiyacı olacağını yaparak belirleyin.



Doğru ölçüm ve hat uzunluklarının belirlenmesi, mobilya tasarım sürecini veya mesafeleri haritada gösterme sürecini nasıl etkileyebilir? Cetvel veya pergel gibi doğru ölçüm araçlarının kullanılmasının neden önemli olduğunu ve bunun mobilya yapımı veya mesafe ölçümü gibi gerçek dünya durumlarında sonuçları nasıl iyileştirebileceğini açıklayın.

Cevaplarını defterine yaz. Emin olmadığın konuları tekrar gözden geçirmek için dersin o bölümlerine dön.

- Pergelle doğru parçalarını toplayıp çıkarabilir miyim?
- Doğru parçalarının grafiksel toplama ve çıkarma işlemiyle aritmetik toplama ve çıkarma işlemi arasındaki farkı anlıyor muyum?
- Bu bilgiyi pratik durumlarda nasıl uygulayabilirim?

Bireysel çalışma

Bazı alıştırmalarda ölçek kullanılması gerekmektedir.

1. Bir caddede arabalar için park yeri vardır. Park yerinin uzunluğu 24 metredir ve bir arabanın uzunluğu 4 metredir. İki araba arasında en az 1 metre mesafe olması gerekiyorsa, arabaların düzenini grafiklerle göster ve park yerine kaç araba sığabileceğini hesaplayın.
2. Düz bir otoyolun kenarına M, N ve P noktalarına üç direk yerleştirilmiştir. Direkler arasındaki mesafeler: $\overline{MP} = 5$ km, $\overline{MN} = 7$ km. Direklerin N ve P noktalarındaki mesafesi kaç kilometre olur eğer:
 - a) P direği M ve N direkleri arasında ise
 - b) M direği N ve P direkleri arasında ise
3. Mirko bahçesinin etrafına çit inşa etmeyi planlıyor. Bahçe, uzunluğu 8 metre ve genişliği 5 metre olan bir dikdörtgen şeklindedir.
 - a) Bahçenin toplam çit uzunluğunu grafiklerle belirleyin.
 - b) Çevrelemede kullanılacak bir panel çitin uzunluğu 6,5 metre ise, tüm çiti yapmak için kaç panel gerekeceğini grafiklerle gösterin.
4. Bir mühendis iki bölümden oluşacak bir köprü inşa etmeyi planlıyor:
 - Birinci bölümün uzunluğu 4,2 m.
 - İkinci bölümün uzunluğu 3,8 m.
 - a) Bölümlerin uzunluklarını temsil eden AB ve CD doğru parçalarını çizin.
 - b) Köprünün toplam uzunluğunu temsil eden yeni bir doğru parçası oluşturun.
 - c) Mühendis köprüyü 2 m kısaltmaya karar verirse, kısaltılmış uzunluğu temsil eden yeni bir doğru parçası oluşturun.
5. Yasna, bahçesinde düz bir yol yapmak istiyor. Yolun uzunluğu 10 m olacak, ancak bahçe girişini yerleştirmek için bir ucundan bir kısmın çıkarılması gerekecek. Girişin uzunluğu 4 m olacak. Yeni yol uzunluğunu yaparak belirleyin.
6. Lena'nın toplam uzunluğu $\overline{AB} = 12$ dm olan bir kurdelesı var. Bunu evindeki iki rafı süslemek için kullanmak istiyor. Her raf için gereken kurdele uzunluğu $\overline{CD} = 5$ dm.
 - a) Kurdelenin toplam uzunluğunu temsil eden $\overline{AB}$ doğru parçasını ve bir rafın uzunluğunu temsil eden $\overline{CD}$ doğru parçasını çizin.
 - b) Pergel kullanarak kalan kurdele uzunluğunu temsil eden yeni bir doğru parçası oluşturun.
 - c) İkinci raf süslemesinden sonra kaç santimetre kurdele kalacağını belirleyin.

Paralel ve Dik Doğruların Çizimi. Bir Doğru Parçasının Orta Dikmesi(Simetrali)

Bu derste paralel ve dik doğrular çizmeyi, ayrıca bir doğru parçasının orta dikmesini (simetralini) çizmeyi öğreneceksin. Bu kavramlar, doğruların ve doğru parçalarının geometrik özelliklerini anlamak için çok önemlidir ve çeşitli geometrik problemleri çözmene yardımcı olacaktır. Bu bilgiler sayesinde farklı geometrik çizimler yapabilecek ve daha karmaşık geometrik problemleri çözerken işine yarayacak yeni beceriler kazanacaksın.



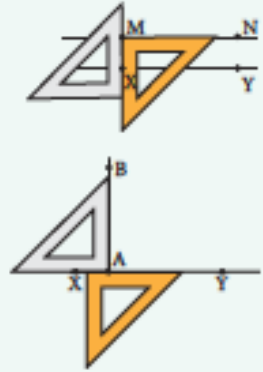
Örnek 1

Marko, mevcut bir caddeye paralel bir cadde ve mevcut caddeyi dik açıyla kesen başka bir cadde çizmek istiyor. Ayrıca yaya geçidinin tam ortasına bir trafik ışığı yerleştirmesi gerekiyor.

- Geometri araçları kullanarak bir doğru çiz ve ardından bu doğruya paralel bir başka doğru çiz.
- İlk doğruya dik bir başka doğru çiz.
- Yaya geçidini temsil eden bir doğru parçası verildiğinde, trafik ışığının yerleştirileceği orta noktayı belirtmek için bu doğru parçasının orta dikmesini çiz.

Çözüm:

- Cetvel kullanarak bir doğru çiz
Paralel bir doğru çizmek için, bir üçgen cetveli diğer bir üçgen cetelin yanına yerleştir ve yukarı ya da aşağı kaydırarak paralel doğruyu elde et.
- Dik bir doğru için üçgen cetveli kullan.
Üçgen cetvelin bir kenarını ilk doğru üzerine yerleştir, diğer kenarı ona dik olacak şekilde ayarla.
- Bir doğru parçasının orta dikmesini çizmek için şu adımları takip et:
 - Cetveli doğru parçası üzerine yerleştir ve uzunluğunu ölç.
 - Uzunluğu ikiye böl ve orta noktayı işaretle.
 - Cetveli öyle yerleştir ki bir kenarı doğru parçası üzerinde, diğer kenarı ise orta noktadan dik açıyla geçsin.
 - Doğru parçasını ortadan ikiye bölen dik doğruyu çiz – bu onun orta dikmesidir.



Örnek 2

Bir pencereye resimdeki gibi iki süs çitası yerleştirilmelidir. Çıtaların biri ortadan geçmeli ve diğerine dik açıyla yerleştirilmelidir. Ustaya çıtaları doğru şekilde yerleştirmesi için yardımcı ol.

Bu gerçek problemi çözerken matematiği kullanmak için pergel ve doğru parçasının orta dikmesi konusundaki bilgilerimizi kullanacağız.



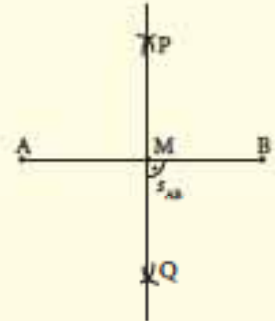
Çözüm:

Pergel kullanarak çıtaların çizimini yapmak için adımlar:

- Cetvelle yatay çıtayı belirli bir uzunlukta (örneğin 4 cm) doğru parçası olarak çiz.
- Doğru parçasının uç noktalarını işaretle ve A ile B olarak adlandır.
- Pergelin ucunu A noktasına koy ve açıklığını doğru parçasının yarısından fazla olacak şekilde ayarla.
- Doğru parçasının her iki tarafından yukarı ve aşağıya yaylar çiz.
- Pergelin açıklığını değiştirmeden aynı işlemi B noktasından yap ve iki çift yayın kesişmesini sağla.
- Yayların kesiştiği üst ve alt noktaları P ve Q olarak işaretle.
- Cetvelle P ve Q noktalarını birleştir.
- Bu doğru, AB doğru parçasını iki eşit parçaya böler ve ona diktir. Bu, AB'nin orta dikmesidir ve SAB olarak gösterilir.
- Orta noktayı M olarak işaretle.

Bu çıta birinci çıtaya diktir, yani onunla 90° açı oluşturur.

Bu adımlarla usta, pencereye çıtaları doğru şekilde yerleştirebilir!



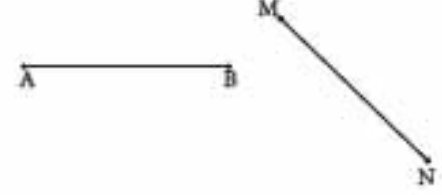
Alıştırma 1

Çizdiğin doğru parçalarını defterine yeniden çiz ve onların orta dikmelerini (simetrallerini) oluştur.



Alıştırma 2

Defterine doğru parçalarını yeniden çiz. $\overline{AB}$ ve $\overline{MN}$ doğru parçalarının orta dikmelerinin kesişim noktası olan S noktasından:



Örnek 5:

Bir caddede yeni bir otobüs durağı yapılacaktır. Durağın platformu kaldırımla dik açı yapacak şekilde yerleştirilmeli, çatı yapısı ise kaldırımla paralel olmalıdır. Mühendis olarak, platformun ve çatının doğru şekilde yerleştirilmesi için kesin bir çizim yapman gerekiyor.

- Platformu kaldırımla dik açı yapacak bir doğru parçası olarak çiz.
- Kaldırıma paralel olacak ve çatı yapısını temsil edecek bir doğru çiz.

Çözüm:

Çizim adımları:

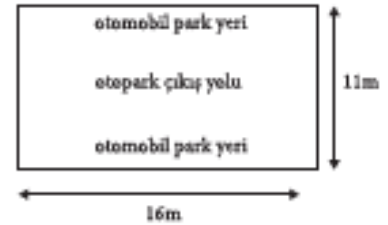
- Kaldırım kenarını temsil eden p doğrusunu çiz.
- Platformun yerleştirileceği A noktasını p doğrusu üzerinde seç.
- Pergelle:
 - A noktasından eşit uzaklıkta p doğrusu üzerinde iki nokta B ve C belirle.
 - Pergelin ucunu B noktasına koy ve BC parçasının yarısından büyük bir yarıçapla yukarıya bir yay çiz.
 - Aynı yarıçapla pergeli C noktasına koy ve ilk yayla kesişen bir ikinci yay çiz.
 - Kesişim noktasını D olarak işaretle ve A ile birleştir. Elde edilen AD parçası p doğrusuna diktir ve platformu temsil eder.
- Çatı yapısı için:
 - Çatının yerleştirileceği E noktasını seç.
 - Pergel kullanarak E noktasından geçen, p doğrusuna paralel q doğrusunu çiz.
 - Bu q doğrusu çatı yapısını temsil eder.

Alıştırma 3

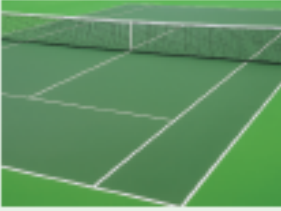
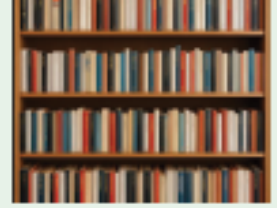
Çizimde bir otopark alanı gösterilmiştir ve burada araçların park yerlerini gösterecek paralel çizgiler çizilmelidir. Park yerleri iki sıra halinde düzenlenmeli ve sıralar arasında otoparktan çıkış için bir alan bırakılmalıdır.

Otopark çizgilerini defterine çiz ve şu soruyu çöz:

Bu otoparka en fazla kaç araç sığar, eğer bir araç için ayrılan park yeri 4 m × 2 m boyutlarında bir dikdörtgen şeklindeyse? (Otoparkın ölçüleri 16 metre × 11 metre olup, 11 metrelik kenar boyunca çıkış için 3 metrelik bir boşluk bırakılacaktır.)



Günlük yaşamda, örneğin mimarlıkta, mobilya tasarımında veya hatta resimde paralel ve dik çizgileri ve bir doğru parçasının açıortayını nasıl kullanabilirsiniz? Bu yapıların, hassas ve düzgün yapılar oluşturmanıza nasıl yardımcı olabileceğini açıklayın.

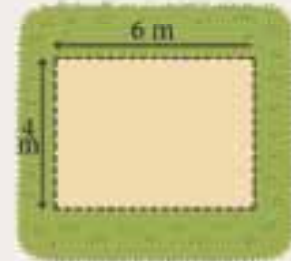


Defterine cevap yaz. Emin olmadığın konuları tekrar öğrenmek için dersin ilgili bölümlerine dön.

1. Paralel ve dik doğrular ile bir doğru parçasının orta dikmesi gibi temel geometrik kavramları ve bunların çizimini ne kadar iyi anlıyorum?
2. Bu çizimleri tasarım, mimarlık veya günlük yaşamla ilgili problemlerde kullanabiliyor muyum?
3. Hangi çizim benim için en zorlayıcıydı ve neden?
4. Hangi çizim en kolaydı ve nasıl uyguladım?
5. Bu geometrik kavramları yeni sorularda veya karşılaşılabilecek problemler için uygulamaya hazır hissediyor muyum?

Bireysel çalışma

1. Bir caddenin aynı tarafında yayalar için iki paralel yol çizmen gerekiyor. (ölçek kullan)
 - a) Pergel kullanarak iki paralel yolu çiz: birinci yol caddeden 3 metre uzaklıkta olsun, ikinci yol ise birinciden 6 metre uzaklıkta olsun.
 - b) Cadde ile ikinci yol arasındaki toplam mesafeyi belirle.
2. Bir bahçe düzenleme projesinde, bahçedeki yaya yoluna dik bir çiçek bahçesi yerleştirmen gerekiyor.
 - a) Ana yaya yolunda çiçek bahçesini başlatacağın bir nokta seç.
 - b) O noktadan geçen ve ana yaya yolunu kesecek dik bir doğru çiz; bu doğru çiçek bahçesinin yerini gösterecek.
3. Birbirinden 8 cm uzaklıkta iki nokta verilmiştir. Bu iki nokta arasındaki orta noktayı, doğru parçasının orta dikmesini çizerek bul.
4. Bir yol yapım projesinde, yolun alt ve üst kenarlarını temsil edecek iki paralel doğru çizmen gerekiyor. Yolun genişliği 2 m. Ardından, sol ve sağ kenarları arasındaki mesafenin 2,5 m olduğu dik bir yol çiz.
5. Bir park, 6 m uzunluğunda ve 4 m genişliğinde dikdörtgen şeklindedir. Parkta yol planlama projesinde iki yol yerleştirmen gerekiyor. Birinci yol, parkın uzunluğu boyunca ve uzun kenara paralel olarak 1 m mesafede ve 8 m uzunluğunda yer almalı. İkinci yol ise birinciye dik olmalı ve onu iki eşit parçaya ayırmalı.

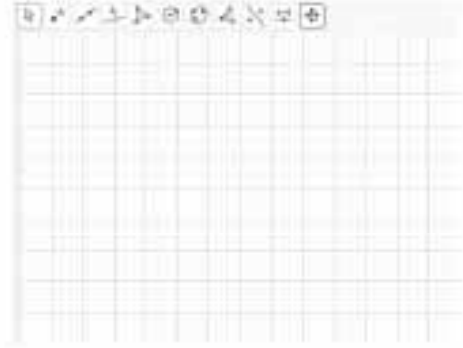


Eğitim Yazılımıyla Geometrik Elemanların İnşası

Bu derste geometrinin önemli bir yönüyle geometrik elemanların yapımıyla, modern eğitim yazılımı yardımıyla tanışacaksın. Dijital çizim ve yapım araçlarını geometrik görevlerde kullanmak, öğrenme sürecini önemli ölçüde kolaylaştırır ve geometrik yapıları daha basit ve etkileşimli bir şekilde görselleştirip incelememizi sağlar.

Bu dersin amacı sadece yazılımla çalışma teknik becerilerini geliştirmek değil, aynı zamanda temel geometrik kavramları anlama yeteneğini de artırmaktır. İnteraktif araçlar sayesinde geometrik problemleri çözerken daha emin ve etkili olacaksın.

Dersin sonunda, yazılım kullanarak geometrik yapıları hızlı ve doğru bir şekilde çizmeye hazır olacaksın ki bu da geometri öğreniminin ilerleyen aşamalarında ve planlama, tasarım ve analiz içeren günlük görevlerde işine yarayacaktır.



Örnek 1

Bir oyuncak fabrikasında çeşitli oyuncak parçaları yapılmaktadır. Görevin, kenarları 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgen şeklinde bir oyuncak parçası çizmektir.

Çözüm:

Bu yapıyı oluşturmak için birkaç geometrik çizim yapman gerekecek.

1. Verilen doğru parçasına eşit bir doğru parçası çizimi: Masada 6 cm uzunluğunda bir doğru parçası belirle. Görevin, verilen doğru parçasına (AB) eşit uzunlukta bir doğru parçası çizmektir.
2. Dik doğruların çizimi: Doğru parçasının uç noktalarından geçen iki dik doğru çiz.
3. Her bir dik doğru üzerinde, doğru parçasının uç noktalarından 4 cm uzaklıkta iki nokta işaretle (C, D).
4. Bu dört noktayı birleştirerek dikdörtgeni oluştur. Ayrıca, bir dikdörtgenin paralel kenar özelliklerini kullanarak önce paralel kenarları çizseydin adımları nasıl yazacağını düşün ve yaz.

Örnek 2

Eğitim yazılımı araçlarını, örneğin GeoGebra'yı kullanarak verilen bir doğru parçasına eşit bir doğru parçası, doğru parçasının orta dikmesini ve paralel ile dik doğrular çiz.

Çözüm:

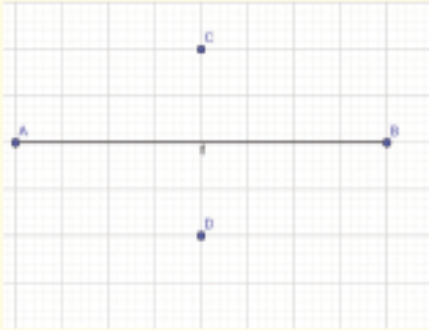
- Verilen bir doğru parçasına eşit doğru parçası çizimi: Bir doğru parçası seç ve kopyalama aracını kullanarak ona eşit ikinci bir doğru parçası oluştur.
- Orta dikme çizimi: Menüden uygun araçı seç ve doğru parçasının orta dikmesini oluştur.
- Paralel ve dik doğruların çizimi: Uygun araçlar sayesinde verilen bir doğruya paralel veya dik doğrular çizebilirsin.

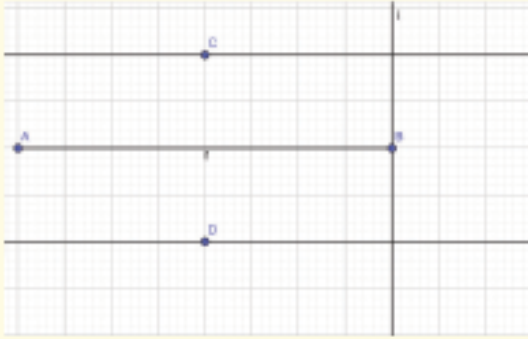
Örnek 3

Eğitim yazılımını kullanarak bir yaya geçidi çiz.

1. Caddenin orta çizgisini temsil edecek bir doğru parçası çizerek başla.
2. Geçidin kenarlarını göstermek için paralel çizgiler kullan:
Caddenin orta çizgisini temsil eden doğru parçasının her iki yanına iki paralel çizgi çiz.
Bu çizgiler yaya geçidinin kenarlarını gösterecek.
3. Geçitteki "zebra" çizgilerini göstermek için dik çizgiler kullan: Paralel çizgilere dik doğrular çizerek yaya geçidinin "zebra" çizgilerini temsil et.

Çözüm:





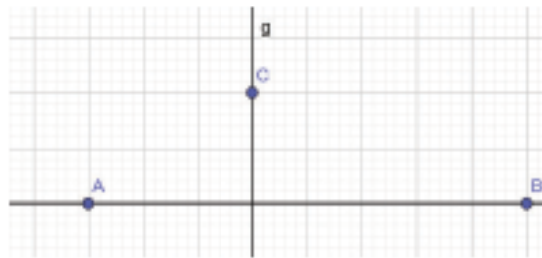
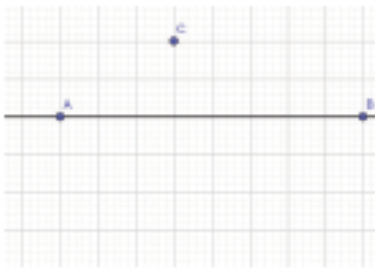
Örnek 4

Bir köprü inşaat planı üzerinde çalışıyorsun. Köprünün koruyucu bir korkuluğu olmalı.

- Köprüyü temsil edecek bir doğru parçası çiz.
- Köprüyü iki eşit parçaya bölmek için orta dikmesini çiz.
- Köprünün kenarlarını göstermek için paralel çizgiler ekle.
- Köprüyü taşıyan sütunları temsil edecek dik doğrular çiz.

Bu görevi eğitim yazılımı kullanarak yap.

Resimlerde, C noktası AB doğrusu üzerinde olmayan bir noktayken AB'ye dik bir doğru çizme adımları gösterilmiştir.



Yeni bir kamusal alan (park, köprü veya cadde) planı çiz. Eğitim yazılımını kullanarak:

- Ana yapıyı temsil edecek doğru parçalarını çiz.
- Detayları tasarlamak için orta dikmeler, paralel ve dik doğrular kullan.
- Alanı temsil etmek için eğitim yazılımındaki diğer araçları da dene.

Ardından şu soruları cevapla:

- Hangi adımları çizmek en kolay, hangileri en zordu?
- Eğitim yazılımı daha doğru çalışmana nasıl yardımcı oldu?
- Bir dahaki sefere neyi farklı yapardın?

Kendini şu ölçekle değerlendir:

- Bir doğru parçası ve onun orta dikmesi kavramını net bir şekilde anlıyorum.
- Yazılım kullanarak paralel ve dik doğrular çizebiliyorum.
- Geometrik çizimleri gerçek hayattaki durumlarda bağımsız olarak uygulayabiliyorum.

Bireysel çalışma

Eğer imkânın varsa, soruları bir geometri yazılımı kullanarak çöz; yoksa defterine çöz.

1. Parkta 6 m uzunluğunda bir yol var. Bu yolun ortasından geçen ve ona dik olan başka bir yol yap.
2. Verilen bir doğru ve bu doğru üzerinde olmayan bir nokta var. Verilen noktadan geçen, verilen doğruya paralel bir doğru çiz.
3. a) Bahçede bir tenis kortunun tabanını temsil eden bir dikdörtgen çiz.
b) Dikdörtgenin iki köşegeni çiz ve işaretle.
c) Bir köşegenin orta dikmesini çiz. Orta dikme nereden geçer? Dikdörtgenin köşegenleri hakkında ne söyleyebilirsin?
4. İki yaya yolu, bir tanesinin üzerindeki belirli bir noktada dik açıyla kesişmeli. Bu durumu defterinde çizerek göster.
5. Bir pencere kare şeklindedir. Karenin bir köşegenini çiz. Köşegenin orta noktasından geçen ve ona dik olan bir doğru çiz.
a) Bu dik doğru hangi noktalardan geçer?
b) Köşegene dik olan bu doğru hakkında ne söyleyebilirsin?
6. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçe iki eşit parçaya bölünmelidir. Hangi geometrik çizimi kullanırsın? Kaç şekilde bölünebilir?

7. İki köprü paralel olmalı ve verilen iki noktadan geçmelidir. Verilen noktalar üzerinden geçen paralel doğrular çiz.
8. Dikdörtgen şeklindeki bir parkta (9 m uzunluğunda ve 6 m genişliğinde) yollar şöyle yerleştirilecektir:
- Dikdörtgenin uzun kenarına paralel yollar her 3 m'de bir.
 - Geniş kenara dik yollar her 2 m'de bir.

Yolları çiz.

Hangi yollar birbirine paralel, hangileri birbirine dik? Neden?

Açılar ve Yarıdüzlemler için Temel Kavramlar

Günlük yaşamda sık sık şekiller, çizgiler ve açılarla karşılaşırız – evlerimizdeki pencere ve kapı tasarımlarından parklardaki kıvrımlı yollara kadar. Bu unsurları anlayıp kullanabilmek için yarı düzlemler ve açılar gibi temel geometrik kavramları bilmek önemlidir.



Bu derste yarı düzlem, içbükey (konveks) ve dışbükey (nekonveks) açı kavramlarını ve bunları günlük yaşamda, mekân tasarımında ve problem çözmede nasıl kullanacağını öğreneceksin.

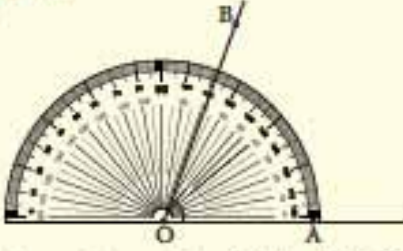
Örnek 1

Ana bahçesine bir güneş paneli yerleştiriyor. Güneş ışığını en iyi şekilde almak için panelin tam olarak 69° açıyla yerleştirilmesi gerekiyor. Kâğıda bir açı çizmiş ama açı ölçüsünü doğru ölçüp ölçmediğini kontrol edebilmek için elemanlarını nasıl işaretleyeceğini bilmiyor. Ana'ya yardımcı olmak için:

- 69° ölçüsünde bir açı çiz.
- Açı elemanlarını (tepe noktası ve kenarları) adlandır.

Çözüm:

a)



- b) Açının tepe noktası O'dur. Her bir kenarda bir nokta seç ve adlandır: bir kenarda örneğin A, diğer kenarda B (açının kenarları OA ve OB olur).

Örnek 2

Parkta, parkı iki bölüme ayıracak bir yol inşa ediliyor – bir bölüm çiçek tarhaları için, diğer bölüm çim alan için. Mühendisler yolu AB doğrusu ile işaretlemeye başlamışlar.

- a) AB doğrusunun iki yanındaki bölümleri farklı renklerle göster.
b) Park düzlemindeki hangi noktaların bir tarafa, hangilerinin diğer tarafa ait olduğunu belirle ve yaz.
c) "Yarı düzlem" kavramının ne olduğunu sözle açıkla.

Çözüm:

- b) P noktası düzlemin yeşil renkle gösterilen kısmında, yani AB doğrusunun sol tarafındadır. Q noktası ise düzlemin kırmızıyla boyanmış kısmında, yani AB doğrusunun sağ tarafındadır. R noktası AB doğrusunun üzerindedir.
c) Yarı düzlem, bir doğru ile sınırlanan ve doğrunun bir yanında yer alan tüm noktalarla birlikte doğrunun kendisini de içeren düzlem parçasıdır.



Bir düzlemde, verilen bir doğrunun aynı tarafında bulunan tüm noktalar ve bu doğru birlikte yarı düzlem adı verilen geometrik şekli oluşturur. m doğrusu, bu düzlemin sınır doğrusu veya kenarı olarak adlandırılır.

Alıştırma 1

Pencere camının veya kapı yüzeyinin bir düzlem olduğunu hayal et. Camı veya kapıyı iki parçaya bölen bir çizgi çizersen, bu çizginin iki yanında kalan parçalar yarı düzlemler olur.

Örnek 3

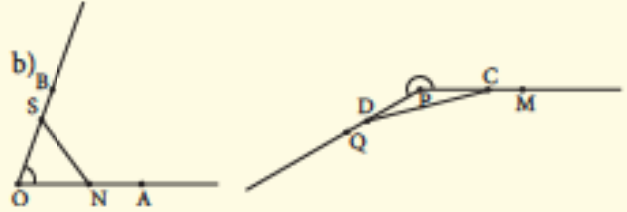
Çizimde iki açı verilmiştir.

- Hangi açı 180° 'den küçük, hangisi 180° 'den büyüktür?
- Açıları defterine yeniden çiz ve her bir açıyı işaretle.
- Her açının kenarları üzerinde noktalar seç ve bu noktaları birleştir.
- Kenarları üzerindeki noktaları birleştirerek elde ettiğin doğru parçası hakkında ne söyleyebilirsin?



Çözüm:

- $\angle AOB = 70^\circ$ ve 180° 'den küçüktür.
 $\angle MPQ = 210^\circ$ ve 180° 'den büyüktür.
- NS doğru parçasının uç noktaları açı kenarları üzerindedir ve tamamen $\angle AOB$ açısının içinde yer alır. CD doğru parçasının uç noktaları da açı kenarları üzerindedir ancak $\angle MPQ$ açısının içinde yer almaz. Sonuç olarak $\angle AOB$ ve $\angle MPQ$ açıları birbirinden farklıdır.



Bir açı için içbükey (konveks) açı deriz, eğer kenarları üzerindeki herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası tamamen açının içinde yer alıyorsa.

Konveks açı kavramı, daha genel olan konveks şekil kavramının özel bir durumudur.

Bir düzlemsel geometrik şekil F (düzlemdeki bir nokta altkümesi), konveks şekil olarak adlandırılır, eğer F içindeki herhangi iki nokta M ve N için, bu noktaları birleştiren MN doğru parçası tamamen F'nin içinde yer alıyorsa, yani MN parçası F'nin altkümesi ise.

Alıştırma 2

Doğrular, yarıdoğrular, doğru parçaları, düzlem ve yarıdüzlem neden konveks şekillerdir, açıkla.

Alıştırma 3

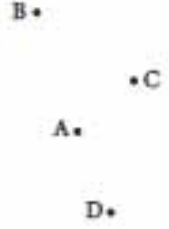
Saatin akrep ve yelkovanı hangi açıyı oluşturur?

- Saat 3:00 gösterdiğinde?
- Saat 10:10 gösterdiğinde?

Örnek 4.

Bir basketbol takımından dört oyuncu sahada şekildeki gibi yerleştirilmiş. Antrenöre yardımcı olun:

- D noktasındaki oyuncu, A ve B oyuncularının konumlarından oluşan doğruya göre C noktasındaki oyuncuyla aynı yarıdüzlemde mi?
- A, B ve C oyuncularının bu yerleşimi B tepe noktalı bir içbükey (konveks) açı mı yoksa dışbükey (nekonveks) açı mı oluşturuyor?



Çözüm:

Defterine verilen yönergelere göre bir çizim yap.

- AB doğrusunu çizdiğinde, C ve D noktalarının bu doğrunun aynı tarafında, yani aynı yarıdüzlemde olduğu açıkça görülür.
- BA ve BC yarıdoğrularını çizdiğinde, B noktasında iki açı oluşur: biri konveks açı (iç bölgesinde D noktası bulunur), diğeri nekonveks açı (D noktası bu açının dışındadır). Her bir açıyı adlandır.

Alıştırma 4

Okul bahçesindeki üç bank, hayali bir ABC üçgeninin köşelerine yerleştirilmiştir.

- C noktasındaki bank, A ve B noktalarındaki bankların oluşturduğu doğruya göre A noktasındaki bankla aynı yarıdüzlemde mi?
- A, B ve C banklarının bu yerleşimi konveks mi yoksa nekonveks bir açı mı oluşturur?

Alıştırma 5

Bahçe, P (2,1) noktasından Q (6,5) noktasına giden bir yol ile ikiye ayrılmıştır.

Çiçek tarhası R (4,3) noktasına yerleştirilmiştir.

- R noktası, PQ doğrusunun belirlediği üst yarıdüzleme mi yoksa alt yarıdüzleme mi aittir?
- $\angle PRQ$ açısı konveks mi yoksa nekonveks mi?

Alıştırma 6

Kendi bahçe tasarımı yap. Seçtiğin yolları farklı açılarla kesecek şekilde yerleştir. Kağıda çiz veya bir eğitim yazılımı kullanarak yollar arasındaki açıları işaretle. Elde ettiğin açıları konveks veya nekonveks olarak sınıflandır.

Cevabını şu ölçütlere göre değerlendir:

- Tüm açıları belirledin mi?
- Doğru şekilde konveks veya nekonveks olarak sınıflandırdın mı?
- Her açının neden o kategoriye ait olduğunu açıkladın mı?

Gerçek hayatta dışbükey ve dışbükey olmayan açılar ayırt etmek neden önemlidir? Günlük hayattan hangi örnekler yarım düzlemleri ve açıları anlamınıza en çok yardımcı oldu?

Defterine şu ifadeleri EVET veya HAYIR olarak cevapla:

1. Açıları ve yarıdüzlemleri tanıyıp adlandırabiliyorum.
 2. Dar, dik, geniş ve düz açıları ayırt edebiliyorum.
 3. Açıları konveks veya nekonveks olarak sınıflandırabiliyorum.
 4. Açıları ve yarıdüzlemleri doğru şekilde çizebiliyor ve işaretleyebiliyorum.
 5. Açılar ve yarıdüzlemlerle ilgili soruları başarıyla çözüyorum.
- Eğer "HAYIR" cevabın daha fazlaysa, anlamadığın bölümleri tekrar çalış.

Bireysel çalışma

1. Şehirden geçen bir nehir, şehri ikiye ayırır. Nehir AB doğrusu ile gösterilir; A (2,2) ve B (6,2) noktalarındadır. Park C (4,4) noktasında, okul ise D (4,1) noktasındadır.
 - a) Park ve okul, AB doğrusu ile belirlenen aynı yarıdüzlemde mi?
 - b) Şu noktalar nehrin aynı tarafında mı: C ((5,5), D (1,1) ve G (3,7)?
2. Bir parkta A(3,2), B(6,4) ve C(5,6) noktalarında kesişen üç yol var. Bu üç yol ABC üçgenini oluşturur.
 - a) Üç yolu çiz ve $\angle ABC$ açısını işaretle.
 - b) $\angle ABC$ açısı konveks mi yoksa nekonveks mi? Nedenini açıkla!
3. Bir evin bahçesi, A(1,5) ve B(4,3) noktalarından geçen bir yol ile ikiye ayrılmıştır. Bahçede şu noktalar var: çeşme F(3,5), çiçeklik G(2,1) ve mangal H(4,7).
 - a) AB doğrusunu çiz ve F, G ve H noktalarını işaretle.
 - b) F, G ve H noktalarından hangileri yolun aynı tarafında?
 - c) Hangi nokta yola en uzaktır?
4. Bir spor sahasında kale, A(1,3) ve B(5,3) noktalarıyla gösterilir. Oyuncu C(4,6) noktasında, top D(2,5) noktasındadır.
 - a) Kaleyi temsil eden AB doğrusunu ve C ile D noktalarını çiz.
 - b) $\angle ACD$ açısı (dış nokta B ile birlikte) konveks mi yoksa nekonveks mi?
 - c) C(4,6) ve D(2,5) noktalarından hangisi AB doğrusuna daha yakındır?

5. Bir koşu yolu, parkı iki yarıdüzleme ayıracak şekilde çiz. Yol A(1,3) noktasından başlar ve B(5,3) noktasına gider. Parkta C(3,6) noktasında bir sanat heykeli bulunuyor. Aşağıdaki soruları cevapla:

- C noktası, AB doğrusu ile tanımlanan hangi yarıdüzleme aittir?
- $\angle ACB$ açısı konveks mi yoksa nekonveks mi?

Açıların Ölçülmesi, Tahmini ve Çizilmesi

Günlük yaşamda, açı ölçüsünü tahmin etmemiz gereken durumlarla sık sık karşılaşırız. Örneğin, mimarlar çalışırken çatı açısının dar, geniş veya nekonveks olup olmadığını doğru belirlemek zorundadırlar ki yapı sağlam ve işlevsel olsun.

Bu derste şunları öğreneceksin:

- Dar, dik ve nekonveks açıları ayırt etmeyi ve en yakın dereceye kadar ölçmeyi.
- Açı büyüklüklerini en yakın ona yuvarlayarak tahmin etmeyi.
- Bu bilgileri gerçek durumlarda nasıl uygulayacağını.

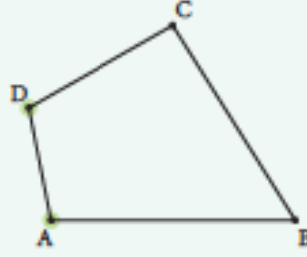
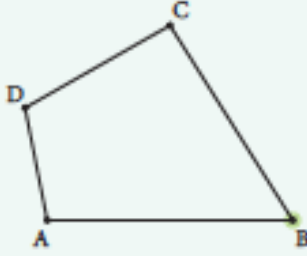
Örnek 1

Parkta, bir çeşmenin etrafına yapılacak yollar açı oluşturacak şekilde planlanıyor. Yollar şu şekilde yerleştirilmiş:

- Yol AB ve BC, B noktasında kesişiyor ve $\angle ABC = 50^\circ$ açı oluşturuyor.
 - Yol BC ve CD, C noktasında kesişiyor ve $\angle BCD = 90^\circ$ açı oluşturuyor.
 - Yol CD ve DA, D noktasında kesişiyor ve $\angle CDA = 120^\circ$ açı oluşturuyor.
 - Yol DA ve AB, A noktasında kesişiyor ve $\angle DAB = 100^\circ$ açı oluşturuyor.
- Hangi açıların dar, dik, geniş veya nekonveks olduğunu belirle.
 - Yolların planını çiz ve açıları işaretle.
 - Parkta her köşeye lamba yerleştirileceğini varsay:
 - Sadece dar açılara lamba yerleştirilecekse hangi noktalara koyarsın?
 - 90° 'den büyük tüm açılara lamba yerleştirilecekse hangi noktalara koyarsın?

Çözüm:

d)



Örnek 2

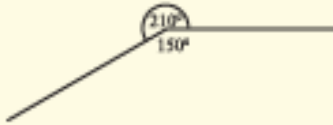
Taslak plan, bir dairenin oturma odası için hassas projelendirmeyi öngörür; yani duvarlar arasındaki her açı en yakın dereceye kadar ölçülmeli ve çizilmelidir. Mimar aşağıdaki açıları belirlemiştir:

- Kuzey duvarı ile doğu duvarı arasındaki açı 65° 'dir.
- Güney duvarı ile tavan arasındaki açı 120° 'dir.
- Batı duvarı ile güney duvarı arasındaki açı 210° 'dir.

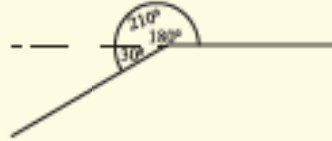
- Bu açıları, açölçer kullanarak defterine çiz.
- Bunlardan hangisinin dar, dik, geniş ve konveks olmayan açı olduğunu belirle.
- Ek olarak, 90° derecelik açının 65° ve 120° açılarını kontrol etmek için nasıl kullanılacağını açıkla.

Çözüm:

a) Açıların çizimi:



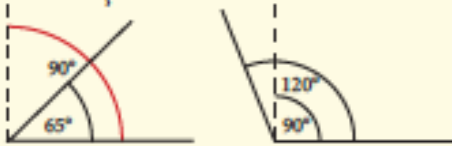
210° açısı için tamamlayıcı açı ölçüsü kullanılmıştır
($360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$)



ya da alternatif olarak
 $180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ olarak
ölçülmüştür

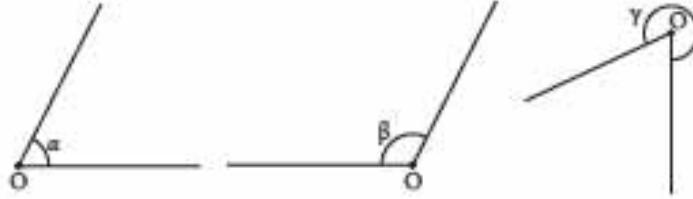
b) Açıların sınıflandırılması:

- 65° dar açı (90° 'den küçük)
- 120° geniş açı (90° ile 180° arasında)
- 210° konveks olmayan (refleks) açıdır (180° 'den büyüktür)

c) 90° 'lik açı ile kontrol:

Örnek 3

Mimar Marko yeni bir oda tasarlıyor ve duvarlar arasındaki birkaç açı çizmiş. Doğru bir plan hazırlamak için bu açılarının büyüklüklerinin en yakın onluk dereceye yuvarlanarak tahmin edilmesi gerekiyor.



a) Defterine şu tabloyu çiz:

Açı	Tahmini açı büyüklüğü (en yakın onluk derece)	Açıölçer ile ölçülen büyüklüğü
α		
β		
γ		

Her açının büyüklüğünü en yakın onluk dereceye yuvarlayarak tahmin et ve tabloya yaz.

- b) Her bir açının dar, geniş veya nekonveks olup olmadığını belirle.
c) Tahmini değerlerle açılar gösteren çizimler yap.

Açı Tahmini

Bir açıölçer olmadan açı tahmini yapmak için görsel karşılaştırma kullan:

- 45° açı, dik açının (90°) yarısıdır.
- 135° açı, 90° ile 180° arasındaki geniş bir açı olup yaklaşık ortadadır.
- 240° gibi nekonveks bir açı, neredeyse tam bir daireden küçük bir parça gibi görünür.

Çözüm:

a) Açı tahmini:

$\alpha \rightarrow$ yaklaşık 60°

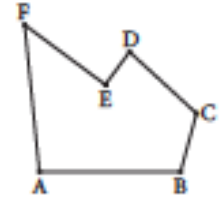
$\beta \rightarrow$ yaklaşık 120°

$\gamma \rightarrow$ yaklaşık 210°

b) İlk açı 60° dar açıdır (90° 'den küçük), ikinci açı 120° geniş açıdır (90° ile 180° arasında), üçüncü açı 210° nekonveks açıdır (180° 'den büyük).

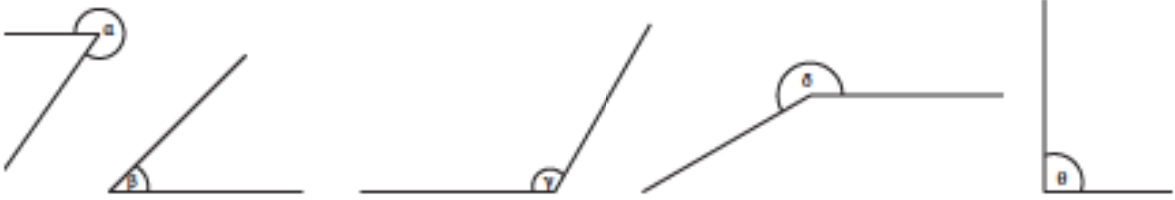
Alıştırma 1

Açıölçeri kullan ve çizimde bir dar açı, bir geniş açı ve bir konveks olmayan açı ölç; ardından bu açıları defterine çiz.



Alıştırma 2

Her açı için büyüklüğünü en yakın onluk dereceye yuvarlayarak tahmin et. Tahminini yaz ve gerçek ölçüm sonucu ile karşılaştır.



Alıştırma 3

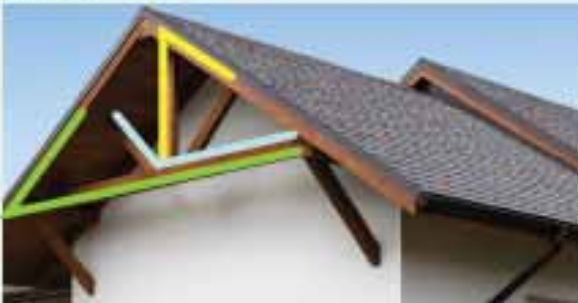
Resme bakarak açıları tahmin et. Her birinin yaklaşık olarak 30° , 90° veya 150° olup olmadığını belirle.



Örnek 4

Bir yapı parçasının (ev, çatı, bina vb.) basit bir eskizini çiz. 60° , 120° ve 180° olan açıları işaretle.

Çözüm:



Alıştırma 4

Konveks ve konkav açılar içeren bir süsleme (ornament) çiz. Dar açıları kırmızı, geniş açıları mavi ve konkav açıları yeşil renkle boy. Son olarak her türden bir açıyı ölç ve büyüklüğünü yaz.



Alıştırma 5

Evindeki beş nesnenin (örneğin çerçeveler, tabaklar, masalar, pencereler) bir listesini yap.

Her nesne için:

- Bir açı tahmini yap.
- Açıölçerle açıyı ölç.
- Tahminin ve ölçümün farkını not et.

Dışbükey olmayan bir açının ne olduğunu bir arkadaşınıza nasıl açıklarsınız? Örneğin, en az üç tür açı (dar, geniş ve dışbükey olmayan) kullandığınız bir köprü veya park çizimi yapın. Bu açıları neden seçtiğinizi açıklayın. Bir tahminde bulunun ve ardından önceki sorudaki tahminlerinizin doğruluğunu kontrol edin. Gerçek ölçümlere ne kadar yakınsınız?

Bilgini değerlendirmek için defterine şu sorulara cevap yazmaya çalış:

Soru 1: Birkaç açı çiz ve açıölçer kullanmadan tahmin et. Sonra ölç ve tahminle gerçek değerleri karşılaştır. Ne kadar yakındı?

Soru 2: Üçgen bir tabla tasarlamadan gerektiğini hayal et. Dengeli olması için hangi açıları seçersin? Açıları işaretleyerek bir eskiz çiz.

Soru 3: Bir açı 130° ise:

a) 180° 'e tamamlanması için kaç derece eksik? b) 360° 'e tamamlanması için kaç derece eksik?

Soru 4: Açı ölçmeyi günlük hayatta nerede kullanabilirsin? En az üç örnek yaz.

Tüm soruları doğru yanıtladıysan: Çok iyi! 🚀

3-4 soruya yanıt verdiysen: Çalışmaya devam et! 💡

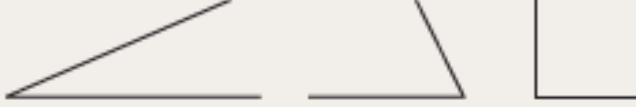
1-2 soruya yanıt verdiysen: Derse geri dön ve biraz daha alıştırma yap! ✖

Meydan okuma: Kendi açı ölçmeyle ilgili bir bilmece veya alıştırma oluştur ve başkalarıyla paylaş!

Bireysel çalışma

1. 90° 'den büyük ve 180° 'den küçük bir açı çiz (açıölçer kullanmadan). Büyüklüğünü tahmin et ve yaz. Sonra açıölçerle en yakın dereceye kadar ölç ve gerçek değerini yaz. Açı büyüklüğü ile tahminin arasındaki fark nedir?

2.



Defterine şu tabloyu çiz ve doldur:

Açı	Tahmin	Ölçüm	Tahmin ve ölçüm farkı
Açı 1			
Açı 2			
Açı 3			

3. 50° ve 130° açılarını açıölçer kullanmadan çiz. Sonra her açıyı ölç. Açıölçersiz çizirken yaptığın hata ne kadardı?

Merkez Açı

Hiç fark ettin mi, bisikletin hız göstergesi, duvardaki saat ya da tekerlek tasarımı daireler ve açılar içerir? Bu derste, merkez açıları nasıl çizeceğini, işaretleyeceğini ve çeşitli problemleri çözmek için nasıl kullanacağını öğreneceksin.

Örnek 1:

Yana doğum günü partisi için bir süs yapmak istiyor. Odasının tavanına ilginç bir süs asmak için bir dairesel yay kullanacak. Süs tasarımı:

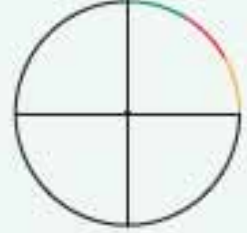
- Yana'nın üç şeridi var: kırmızı, yeşil ve sarı.
- Her bir şerit, tüm dairenin $\frac{1}{4}$ 'lük bir yayını kaplayacak.
- Dairesel yayın farklı şeritlerle kaplı bölümleri eşit büyüklükte olacak.



- a) Yayın ne kadarlık kısmı her bir şerit ile kaplanacak?
- b) Yayın şeritsiz kalacak bir kısmı olacak mı?
Eğer cevap evet ise, bu kısım ne kadardır?

Çözüm:

- a) Yay, çemberin $\frac{1}{4}$ 'ü uzunluğundadır. Yana'nın üç şeridi (kırmızı, yeşil, sarı) vardır ve her biri dairesel yayın eşit bir bölümünü kaplayacaktır. Üç şerit olduğundan, her şerit yay uzunluğunun $\frac{1}{3}$ 'ünü kaplar.
- b) Eğer her şerit dairesel yayının $\frac{1}{3}$ 'ünü kaplıyorsa ve toplam üç şerit varsa, bu üç şerit birlikte yayının tamamını, yani $\frac{3}{3}$ 'ini kaplar. Böylece dairesel yay tamamen kaplanır ve boş kalan bir bölüm olmaz.



Örnek 2

Marko ve Ana birlikte bir projede çalışıyorlar. Okullarının bir duvarına ilginç bir çizim yapmak istiyorlar; bunun için bir çember ve çemberin merkezinde kesişen birkaç doğru kullanacaklar. Çemberi üç eşit parçaya bölüp her parçayı farklı renge boyayacaklar. Marko ve Ana aşağıdaki adımları izlediler:

- Marko, O noktasını merkez olarak kullanarak bir çember çizdi.
 - Ana, O noktasını çember üzerindeki A noktası ile birleştirdi.
 - Marko, açıölçerini çemberin merkezi O noktasına ve Ana'nın çizdiği yarıdoğruya yerleştirdi, 120° açı ölçtü. Neden? Sonra açının ikinci kolunu çizdi ve çemberle kesiştiği noktayı B olarak işaretledi. A ile B arasındaki yayı M olarak belirledi.
 - Ana, OB kolundan başlayarak açıölçerle 120° açı ölçtü ve ikinci açının ikinci kolunu çizdi. Bu kolun çemberle kesiştiği noktayı C olarak işaretledi. B ile C arasında N noktasını seçti.
 - Marko, C ile A arasında P noktasını seçti.
- a) Marko ve Ana'nın takip ettiği adımlara göre defterine çizim yap.
- b) Çember üç parçaya bölünmüş müdür?
- c) Oluşan yayları isimlendir.
- d) Çemberin merkezinde olan ve aşağıdaki yaylarla ilişkili olan her açıyı yaz: $\widehat{AMB}$, $\widehat{BNC}$, $\widehat{CPA}$
- e) Defterine şu tabloyu çiz ve doldur:

Çember yayı	Merkez açı	Kiriş

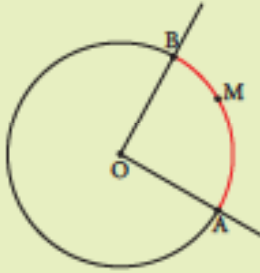
Çözüm:

- a) Marko ve Ana'nın yaptığı çizim yukarıdaki şekildedir.
- b) Çember üç eşit parçaya bölünmüştür çünkü her bir merkez açı 120° olup toplam 360° 'yi tamamlar ($360^\circ : 3 = 120^\circ$).
- c) Oluşan yaylar şunlardır $\widehat{AMB}$, $\widehat{BNC}$, $\widehat{CPA}$
- d) $\angle AOB$ çemberin merkezindeki açı olup $\widehat{AMB}$ yayını keser,
 $\angle BOC$ merkezdeki açı olup $\widehat{BNC}$ yayını keser,
 $\angle AOC$ merkezdeki açı olup $\widehat{CPA}$ yayını keser.



Bir açının tepe noktası O olan ve kolları çemberin yarıçapları olan açının merkez açısı denir.

Bir çemberin her yayı, o yay üzerinde bulunan tek bir merkez açısı belirler.



- e) Örnekleri kullanarak defterine aşağıdaki tabloyu tamamla:

Çember Yayı	Merkez Açısı	Kiriş
	$\angle AOB$	AB
	$\angle BOC$	
	$\angle AOC$	

Bir çemberdeki her merkez açısı, o çembere ait tek bir kirişini belirler.

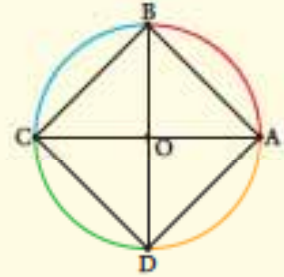
Örnek 3

Bir grup öğrenci, okul bahçesini dört eşit parçaya bölünmüş bir çiçeklik ile düzenlemek istiyor. Onlara yardımcı olmak için aşağıdaki adımları izle

- Bir çember çiz ve onu dört eşit parçaya böl. Parçalarda ne fark ediyorsun? Her bir yayı kapsayan merkez açı ne kadardır?
- Çember üzerindeki komşu noktaları kirişlerle birleştir. Kaç kiriş çizebilirsin? Her bir kirişin merkezinde bir açı oluşur mu? Bu açı nasıl bir açıdır?
- Bir kirişi seç ve çemberi gözlemle. Kiriş çemberi kaç parçaya böler? Her kiriş bir merkez açı belirler mi? Bu açıları tanımla. Kiriş çemberdeki iki yaydan hangisine karşılık gelir? Bu bağlantıyı nasıl doğrulayabilirsin?
- Her merkez açının çemberde neyi belirlediği hakkında bir sonuç çıkarabilir misin? Kiriş ile belirlenen merkez açıları nasıl ilişkilidir? Her merkez açının tek bir çember yayı belirlediğini nasıl kanıtlayabilirsin?

Çözüm:

- Çember dört eşit yayına bölündüğü için her parça eşittir. Her yay üzerindeki merkez açı 90° 'dir çünkü çemberin tam açısı (360°) dört eşit parçaya bölünmüştür.
- Çember üzerindeki komşu noktaları birleştiren dört kiriş çizebilirsin. Her kiriş çemberin merkezinde bir merkez açı oluşturur. Bu açı, kirişin kapsadığı yay uzunluğuna bağlıdır.
- Bir kiriş çemberi iki yayı böler — biri büyük, diğeri küçük. Her kiriş iki merkez açı belirler: biri büyük yayı kapsayan, diğeri küçük yayı kapsayan açı. Kiriş, bu açılardan birinin içinde yer alır. Bunu doğrulamak için küçük yay üzerindeki, yani konveks açıyı ölçebilirsin. Çemberin geri kalan büyük yayı ise 360° eksi konveks açıdır ve nekonveks açıyı oluşturur.
- Çemberin her yayı üzerinde tek bir merkez açı vardır.



Kiriş, yayı oluşturan uç noktaları birleştirir ve merkez açıları, bu uç noktalar ile çember merkezine göre oluşur.

Bir çemberdeki her merkez açı, o çembere ait tek bir kirişi belirler.

Alıştırma 1

M ve N noktalarıyla bir çember iki yay parçasına bölünmüştür; bunlardan biri diğerinden 7 kat daha uzundur. Daha kısa yayın karşılık geldiği merkez açığı belirle.

Alıştırma 2

P ve Q noktalarıyla bir çember iki parçaya bölünmüştür; bu parçalardan biri çemberin $\frac{4}{9}$ uzunluğundadır. Daha uzun yayın karşılık geldiği merkez açığı belirle.

Örnek 4

Şehir parkında dairesel bir çiçek bahçesi planlanıyor. İşçiler çemberi altı eşit parçaya bölmeye karar verdiler ve farklı çiçek türleri ekecekler.

- Bir çember çiz ve A, B, C, D, E, F noktalarını işaretle; bu noktalar çemberi altı eşit parçaya böler.
- Her parçaya karşılık gelen merkez açıları çiz. Her merkez açı kaç derecedir?
- Komşu noktaları birleştiren kırışlar eşitse, bu kırışların kapsadığı yaylar da eşit midir? Açıkla.

Çözüm:

Çizimi kullanarak soruları cevapla.

**Alıştırma 3**

Merkez açısının büyüklüğüne göre çemberin hangi kısmını kapsadığını hesapla:

- a) 120° b) 90° c) 240° d) 270° e) 40°

Bir çemberde merkez açıları, kırışlar ve yaylar nasıl ilişkilidir ve bu ilişki günlük hayattaki problemleri çözmemize nasıl yardımcı olabilir? Yarıçapları farklı iki çember verildiğinde, 90° 'lik merkez açıları aynı yay uzunluklarını mı gösterir? Nedenini açıklayın.

Defterine şu soruları cevapla ve cevaplarını sınıf arkadaşlarınla paylaş:

- Bugün öğrendiğim en ilginç veya en faydalı şey neydi?
- Gerçek hayatta bu tür geometrik kavramları nerede fark ettim ya da kullanabilirim?
- Bir açıölçer kullanarak merkez açı çizebilir miyim?
- Çember yayları ve kirislerin merkez açılarla nasıl ilişkili olduğunu açıklayabilir miyim?
- Bu derste yer alan bir soruyu tekrar çözecek olsam neyi farklı yapardım?

Bireysel çalışma

1. Bir saat gösterecek bir çember çiz.
 - a) Çemberi 12 eşit parçaya böl (saatler).
 - b) İşaretlenen her yay kaç derece merkez açı kapsar?
 - c) Üst üste gelen üç saati (örneğin 12'den 3'e kadar) işaretlersen, bu yayların toplam merkez açısı kaç olur?
 - d) Saatin akrep (büyük) ibresi 1, 2 veya 5 dakika hareket ettiğinde hangi büyüklükte merkez açı yapar?
2. Bir çiçek bahçesindeki dairesel çiçeklik 8 eşit parçaya bölünmüştür, farklı çiçek türleri ekilmek üzere.
 - a) Bir çember çiz ve 8 eşit parçaya böl.
 - b) Her bir parça kaç derece merkez açıya karşılık gelir?
 - c) İki ardışık parça kaç derece merkez açı kapsar?
 - d) 270° 'lik bir merkez açı oluşturmak için kaç parça gerekir?
3. Her bir çemberde verilen bir yay üzerindeki merkez açı:

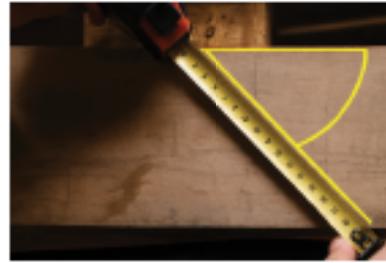


- a) Her bir merkez açının tamamlayıcısı kaç derecedir (çemberi tamamen kapsamak için kaç derece daha gerekir)?
- b) Verilen açılara göre çember kaç eşit parçaya bölünür?

4. Bir spor pistinde dairesel yol 9 eşit parçaya bölünmüştür.
 - a) Bir çember çiz ve 9 eşit parçaya böl.
 - b) Bu parçaların her biri kaç derece merkez açıya karşılık gelir?
 - c) Yarışçı iki parça geçerse kaç derece merkez açı kat etmiş olur?
 - d) Yarışçı pistin yarısını geçerse kaç parça geçmiştir?
5. Dairesel bir tabak kenarında 5 eşit desen vardır.
 - a) Bir çember çiz ve 5 eşit parçaya böl.
 - b) Her desenin merkez açısı kaç derecedir?
 - c) İki parça birleşerek bir desen oluşturursa yeni merkez açı kaç olur?

Açılarla İşlemler

Evinde veya bahçende bir alan düzenlediğini hayal et. Bunu yaparken, doğru sonuçlar elde etmek için açıları ölçmen, hesaplaman, toplaman veya çıkarman gerekebilir. Bu derste, açı işlemlerini doğru şekilde nasıl yapacağını, daha küçük açı ölçülerini nasıl dönüştüreceğini ve bu becerileri günlük yaşamda nasıl uygulayacağını öğreneceksin.



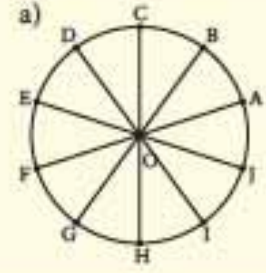
Örnek 1

Çizilen çember bir su değirmeni çarkını temsil ediyor. Çark, merkezden geçen radyuslarla 10 eşit parçaya bölünmüş. Her radyusun çemberi kestiği noktada bir kanat takılmıştır.

- a) Bir çember çiz ve çemberi 10 eşit parçaya bölen radyusları işaretle.
- b) İki kanat arasındaki yay için karşılık gelen merkez açı kaç derecedir?
- c) İki komşu kanat birleşirse, toplam merkez açı kaç derece olur?

Çözüm:

- b) $360^\circ : 10 = 36^\circ$. İki kanat arasındaki açı 36° 'dir.
c) İki komşu kanat birleştiğinde, merkez açının toplamı:
 $36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$. Yani, birleşik iki kanadın merkez açısı 72° olur.



Alıştırma 1

Bir çemberde, iki merkez açı α ve β verilmiş ve $\alpha = \beta$.

- a) Bu açılar tarafından kesilen kirişler hakkında ne söyleyebilirsin?
b) Bu açılar tarafından kesilen yaylar hakkında ne söyleyebilirsin?
(Çember çiz, merkez açıları ve kirişleri işaretle ve karşılaştırmaya çalış!)

Daha hassas açı ölçümleri ve belirlemeleri için dereceye ek olarak şu ölçüler kullanılır:
 $1'$ (1 dakika) ve $1''$ (1 saniye).

Bir derece 60 dakikaya, bir dakika ise 60 saniyeye eşittir.

Yani, $1^\circ = 60' = 3.600''$.

Örnek 2

Spor salonunda öğretmen, yerde kesişen 3 bant yerleştirmiş ve bu bantlar farklı açılar oluşturmuş; açılar toplamı 360° 'dir. Öğrencilerden istenenler:

- a) Bantlar arasındaki her açıyı açıölçerle ölç ve derece cinsinden not et.
b) 1 derece 60 dakikaya eşittir; x° (örneğin 30°) açısı kaç dakika eder?
c) Bir açı tam sayı değilse, derece kısmının kalanını dakikaya nasıl çevirirsin?
d) 1 dakika 60 saniyedir; y' (örneğin $15'$) açısı kaç saniyedir?
e) Açı hem dakika hem saniye içeriyorsa, toplam değeri saniyeye nasıl dönüştürürsün?
f) Bantlar arasındaki açı $45,5^\circ$ ise bunu dakika ve saniye cinsinden nasıl ifade edersin?
g) Ölçülen tüm açılar toplamının 360° olduğunu kontrol et. Neden bu kontrol önemlidir, açıkla.

Çözüm:

- a) Örnek: Bantlar arasındaki açılar 45° , 90° ve $224,5^\circ$ olarak ölçülmüştür.
b) Dereceyi dakikaya çevirme: $45^\circ = 45^\circ \cdot 60' = 2.700'$.
c) Örneğin $45,5^\circ$ için: b) maddesine göre $45^\circ = 2.700'$ olarak hesaplanır.

Kalan, yani ondalık kısım $0,5^\circ$ dakikaya çevrilir: $0,5^\circ : 60' = 30'$.

Yani, $45,5^\circ = 45^\circ 30'$, toplam dakika olarak $2700' + 30' = 2730'$ olur.

d) Dakikayı saniyeye çevirme: Örneğin $30' = (30 \cdot 60)'' = 1800''$.

e) $45^\circ 30' = (45 \cdot 3600 + 30 \cdot 60)'' = 163800''$,

f) Böylece, $45,5^\circ = 45^\circ 30' 0''$

g) Açılarının toplamı: $45,5^\circ + 90^\circ + 224,5^\circ = 360^\circ$. Doğru sonucu elde ettik çünkü bu üç açı başlangıçta tam bir açı oluşturmak üzere belirlenmişti.

Örnek 3

Bir grup öğrenci yeni bir okul bayrağı tasarlamak istiyor. Bayrakta farklı renklerde iki üçgen çecekler. Üçgenlerin açıları sırasıyla $65^\circ 20'$ ve $72^\circ 40'$ olarak verilmiş. Üçüncü açığı hesapla.

Çözüm:

İlk iki açığı topla: $65^\circ 20' + 72^\circ 40' = (65^\circ + 72^\circ) + (20' + 40')$.

Dereceleri topla:

$$65^\circ + 72^\circ = 137^\circ.$$

Dakikaları topla:

$$20' + 40' = 60'.$$

$60'$, 1° 'ye eşittir, yani $137^\circ + 1^\circ = 138^\circ$.

Üçüncü açığı hesapla: İlk iki açının toplamını 180° 'den çıkar: $180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$.

Kontrol: Üç açının toplamı $65^\circ 20' + 72^\circ 40' + 42^\circ = 180^\circ$ 'dir.

Örnek 4

Verilen açılar: $\alpha = 103^\circ 17' 34''$ ve $\beta = 48^\circ 46' 38''$. Hesapla:

a) $\alpha + \beta$ b) $\alpha - \beta$

Çözüm:

a) $103^\circ 17' 34''$

+ $48^\circ 46' 38''$

$151^\circ 63' 72''$

$151^\circ 64' 12''$

$152^\circ 4' 12''$

Toplama işlemi tıpkı isimsiz sayıların toplanması gibidir; işlemler sağdan sola doğru yapılır.

Sonuçta açı ölçü birimleri arasındaki dönüşümleri dikkate alarak düzeltmeler yapılmalıdır.

$72'' = 60'' + 12'' = 1' 12''$, $63' + 1' = 64'$, $64' = 1^\circ 4'$.

Böylece, $\alpha + \beta = 151^\circ 63' 72'' = 152^\circ 4' 12''$ olarak bulunur.

$$\begin{array}{r} \text{b) } 103^\circ 17' 34'' \\ - 48^\circ 46' 38'' \\ \hline \end{array}$$

$34''$ 'ten $38''$ çıkaramayacağımız için $17'$ 'den $1' = 60''$ alıyoruz ve saniyelerde: $34'' + 60'' = 94''$

Dakikalarda benzer şekilde:

Şimdi $16'$ 'den $46'$ çıkaramayacağımız için 103° 'den $1^\circ = 60'$ alıyoruz ve dakikalarda:

$$16' + 60' = 76'$$

Dereceler ise 102° olarak kalır.

$$\begin{array}{r} 102^\circ 76' 94'' \\ 103^\circ 17' 34'' \\ - 48^\circ 46' 38'' \\ \hline 54^\circ 30' 56'' \end{array}$$

Fark şu şekilde hesaplanır: $\alpha - \beta = 54^\circ 30' 56''$ olarak bulunur.

Alıştırma 2

Hesapla: a) $25^\circ 40' 30'' + 30^\circ 25' 45''$ b) $22^\circ 35' 50'' - 18^\circ 20' 55''$

Örnek 5

Güneş panellerini tasarlayan mühendisler, panellerin optimum yerleşimi için açıları belirlemelidir. Bir panelin açısı $47^\circ 30'$, ikinci panelin ise paneller arasındaki toplam açı $110^\circ 15'$ olacak şekilde yerleştirilmesi gerekir.

a) İkinci panelin açısı kaçtır?

b) İkinci panel $5^\circ 20'$ daha eğilecek olursa, yeni açısı kaç olur?

Çözüm:

a) İkinci panelin açısını hesapla: İki panel arasındaki toplam açı $110^\circ 15'$. Birinci panelin açısı $47^\circ 30'$. Birinci panelin açısını toplam açıdan çıkar: $110^\circ 15' - 47^\circ 30' = 62^\circ 45'$ (ikinci panelin açısı).

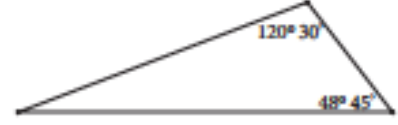
b) İkinci panelin yeni açısını hesapla: İkinci panel $5^\circ 20'$ daha eğiliyor. Başlangıçtaki açısını bu değişikliklerle topla: $62^\circ 45' + 5^\circ 20' = 68^\circ 5'$ (ikinci panelin yeni açısı).

Alıştırma 3

Bir fabrika için yeni bir çatı sistemi tasarlayan mühendisler, çatının parçalarının açılarını belirlemelidirler; bu, maksimum dayanıklılık ve verimlilik sağlar.

Yapının ana elemanlarından biri olan taşıyıcı kiriş, çatının tabanıyla $48^\circ 45'$ açı yapmaktadır. Yapının gereksiz yükten korunması için, ikinci kiriş taşıyıcı kirişle $120^\circ 30'$ açı yapmalıdır.

- a) İkinci kiriş ile çatı tabanı arasındaki açı nedir?
Destek kirişleri ile çatı tabanı arasındaki açılar toplamının 180° olması gerektiğini biliyorsanız, bu açıyı nasıl hesaplıyorsunuz?



- b) İkinci kiriş, daha önce hesaplanan açıdan $5^\circ 15'$ daha büyük bir açıyla yerleştirilecekse, ikinci kiriş ile çatı tabanı arasındaki yeni açı ne olur? Açı değişiminin doğruluğunu nasıl kontrol edersiniz?

Açıların çatının yapısındaki değişikliği, tüm yapının stabilitesini nasıl etkiler?
Açı çok artarsa veya çok azalırsa ne olur?
Başka mimari elemanların tasarımında bu durum nasıl çözülür? Araştır!

Defterine şu soruları cevapla ve her cevabı kendi örneğinle destekle:

- Açıları büyük ölçülerden küçük ölçülere ve tam tersi şekilde doğru dönüştürebiliyor muyum?
- Açıları toplayıp çıkarabiliyor muyum?
- Bu işlemleri günlük hayatta uygulayabiliyor muyum?

Bireysel çalışma

- Hesapla $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$ için:
 - $\alpha = 82^\circ 17'$, $\beta = 53^\circ 37' 46''$, b) $\alpha = 183^\circ 15' 47''$, $\beta = 98^\circ 4' 52''$
 - $\alpha = 205^\circ$, $\beta = 118^\circ 53' 26''$
- Araba yol boyunca üç virajdan geçiyor.
İlk viraj $35^\circ 45' 30''$, ikinci viraj $72^\circ 10' 15''$, üçüncü viraj $58^\circ 25' 45''$ açılarına sahip.
 - Arabanın yaptığı toplam viraj açısını hesapla.
 - Araba $12^\circ 50' 30''$ lik ek bir viraj daha yapacaksa, yeni toplam açı kaç olur?
- Verilen açılar $\alpha = 103^\circ 16' 33''$ ve $\beta = 61^\circ 47' 37''$. Hesapla:
 - $\alpha + \beta$ b) $\alpha - \beta$
- $\alpha = 79^\circ 57' 43''$, $\beta = 180^\circ$, $\gamma = 27^\circ 19'$. Hesapla:
 - $\alpha + \beta + \gamma$ b) $\beta - \gamma$
- Eğer $\beta + \gamma = 111^\circ 43'$ ve $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ise, α açısını belirle.
- $\alpha = 2 \cdot \beta$, $\beta = 35^\circ 35'$ ve $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. α ve γ açıları kaç derecedir?

Açılarda Grafiksel Toplama ve Çıkarma

Mimarlıkta, tasarımda ve günlük hayatta, genellikle açıları hassas şekilde oluşturmak gerekir. Örneğin, mobilya yapımı veya nesne tasarlarken, mevcut bir açıya eşit tam bir açı oluşturma ihtiyacıyla karşılaşabilirsin. Bu derste, pergeli ve cetveli kullanarak verilen bir açıya eşit açı nasıl çizilir ve bu beceriyi pergeli kullanarak açılarının toplanması ve çıkarılması işlemlerinde nasıl uygulayabileceğin öğretilir.



Örnek 1:

Defterinde, çizimde verilen α açısına eşit bir açı çiz. Bunu nasıl yaparsın?



Örnek 2

Verilen bir açıya eşit açının grafiksel olarak taşınması.

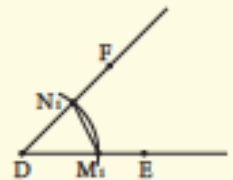
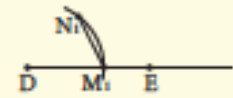
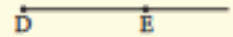
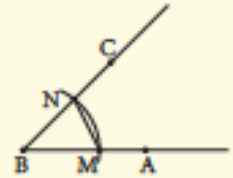
Çözüm

Adımları takip et ve defterine çiz:

- $\angle ABC$ 'yi çiz.
- DE yarıdoğrusunu çiz.
- Pergelin ucunu $\angle ABC$ 'nin tepesine koy ve açının kollarını M ve N noktalarında kesen yay çizecek şekilde yay çiz. Şekil
- Aynı pergeli kullanarak D noktasını merkez alıp yarıdoğrusu $DE \rightarrow$ ile kesişen M_1 noktasını oluşturacak yay çiz.
- $\angle ABC$ de çizdiğin yay için giriş uzunluğunu, yani MN uzunluğunu ölç.
- Aynı pergeli açıklığında, ucu M_1 noktasına koyarak ikinci bir yay çiz ve yayların kesiştiği noktayı N_1 olarak işaretle.
- İstenen açının diğer kolu olan DN_1 (F noktası DN_1 yarıdoğrusunda) çiz. Elde edilen $\angle EDF$ $\angle ABC$ 'ye eşittir.

Soruyu yanıtlamaya çalış:

Bu grafiksel açı taşıma işleminde hangi merkez açı özelliği kullanılır?



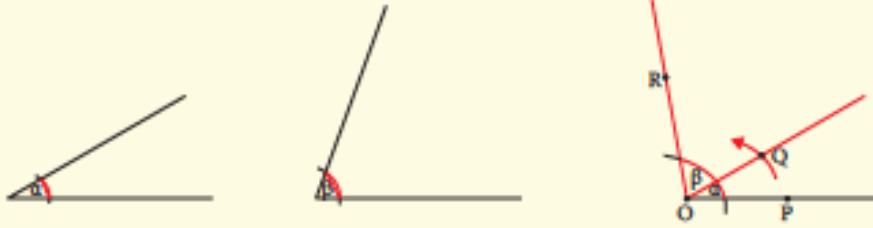
Örnek 3

DeFTERİNE α ve β adında iki açı çiz. Sonra aşağıdaki adımları takip ederek bu açıları grafiksel olarak nasıl toplayacağını öğren.

Çözüm:

Adımlar:

- Örnek 2'deki adımlara göre α açısına eşit $\angle POQ$ açısını çiz.
- $\angle POQ$ 'nin ikinci kolu OQ, çizilecek β açısının ilk kolu olacaktır; bu açının köşesi de O noktasıdır.
- β açısına eşit açının ikinci kolu OR olarak işaretlensin.
- Oluşan yeni açı $\angle POR = \alpha + \beta$.



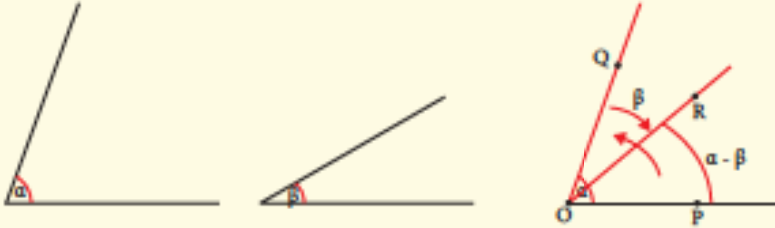
Örnek 4

DeFTERİNE α ve β açılarını çiz; burada $\alpha > \beta$. Sonra pergelle β açısını α 'dan çıkarmak için aşağıdaki adımları takip et.

Çözüm:

Adımlar:

- Öncelikle, Örnek 2'deki adımları takip ederek α açısını grafiksel olarak ters yönünde (saat yönünün tersi) çiz.
- Elde edilen ve α 'ya eşit açı $\angle POQ$ olarak işaretlensin.
- β açısını grafiksel olarak, başlangıç kolu OQ olacak şekilde ve saat yönünde çiz; yani $\beta = \angle QOR$
- OR ve OP kolları tarafından oluşturulan açı, yani $\angle POR = \alpha - \beta$ olur.



Alıştırma 1

$\alpha = 35^\circ$ ve $\beta = 105^\circ$ açılarını çiz. $\gamma = \alpha + \beta$ açısını ve $\delta = \beta - \alpha$ açısını oluştur.

Örnek 5

Bir kaptan küçük bir tekneyi kanal boyunca yönlendirmelidir. Bu nedenle iki dönüş yapması gerekir. İlk olarak sağa 65° dönmeli, ardından sola 40° dönmelidir. Yolun sonunda kaptan, teknenin başlangıç yönüne göre kesin yönünü kontrol etmek ister. Son dönüş açısı kaç derece olur?

Çözüm:

Sorunun şartlarına göre, ilk dönüş sağa 65° , ikinci dönüş sola 40° dir.

Son dönüş açısı, açıların çıkarılmasıyla bulunur. Nedenini açıklayınız?

Hesaplama ile: $65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$.

Yani, son dönüş açısı başlangıç yönüne göre sağa 25° dir.

Grafik çözüm:

- 65° ve 40° açılarını çiz.
- AB doğrusu teknenin başlangıç yönünü temsil eder. AB doğrusu üzerinde O noktasını seç.
- 65° açısını, O tepesi AB doğrusunun sağında olacak şekilde çiz ve $\angle XOY$ olarak işaretle.
- İkinci açıyı, OY kolundan başlayarak sola 40° olarak çiz.
- OZ yarı doğrusunu çiz.
- Başlangıç yönü AB (OX) ile teknenin son yönü OZ arasındaki açıyı ölç.
- Bu açı 25° dir; bu da teknenin başlangıç yönüne göre sağa 25° döndüğünü gösterir.

Alıştırma 2

Bir trafik mühendisi, kesişen patikalarla bir kaldırım düzenliyor. Bir patika kaldırım ile 75° açı yapıyor, diğer patika ise bu açıyla birlikte 90° (dik açı) oluşturacak şekilde ayarlanmalıdır. Mühendis şunları öğrenmek istiyor:

- İkinci patika, kaldırım ile dik açı oluşturması için birinci patikaya göre kaç açıyla yerleştirilmelidir?
- Daha sonra, kaldırımın karşı tarafından kaldırıma 30° açıyla üçüncü bir patika eklenmesi gerekirse, birinci ile üçüncü patika arasındaki açı ve üçüncü ile ikinci patika arasındaki açı kaç derecedir?

Bir bahçe yolunu, bir açısı 90° olan ve diğer iki açısı eşit olan bir üçgen şeklinde planladığını hayal et. Bu açıları, yolun düzgün görünmesi için nasıl inşa edersin?

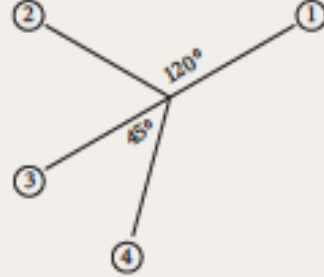
Defterine aşağıdaki soruları cevapla. Eğer herhangi bir sorunun cevabından emin değilsen, ilgili ders örneğini tekrar incele:

- Verilen bir açıya eşit açı çizebiliyor muyum?
- İki açının toplamını ve farkını çizebiliyor muyum?
- Bu becerileri gerçek hayat problemlerini çözmek için uygulayabiliyor muyum?

Bireysel çalışma

Grafiksel çözümler bul:

- Bir mühendis, dört yolun tek bir noktada kesiştiği bir trafik kavşağı tasarlıyor. İlk yol ile ikinci yol arasında 120° açı, üçüncü ile dördüncü yol arasında 45° açı var.
 - Birinci ve üçüncü yol düz açı oluşturuyorsa, ikinci ve üçüncü yolun yaptığı açığı oluştur.
 - Birinci ile ikinci yol arasındaki, ikinci ile üçüncü yol arasındaki ve üçüncü ile dördüncü yol arasındaki üç açının toplamını bul.
 - Birinci ve dördüncü yolun yaptığı açığı oluştur.
- Bir marangoz, masa için üçgen şeklinde çerçeve yapıyor. Çerçevenin bir açısı 88° .
 - Diğer iki açının toplamı kaçtır?
 - Bunlardan biri 62° ise, üçüncü açı kaçtır?
- Bir teknisyen, çatıda güneş panelleri kuruyor. Panellerin yatayla yaptığı açı 35° . Sonra açığı, güneş ışınları için optimize etmek amacıyla 12° artırması gerektiğini öğreniyor.
 - Son eğim açısı kaç olur?
 - Ayarlanan açıdan 8° geri dönmek isterse, son açı kaç olur?
- Vera, evinin bahçesinde dörtgen şeklinde bir çiçek yatağı oluşturuyor. İlk açı 110° , ikinci 95° , üçüncü açı 85° .
 - Tüm dörtgenin açıları toplamının 360° olduğunu bilerek dördüncü açığı belirle.
 - Vera üçüncü açığı 10° azaltırsa, dördüncü açı nasıl etkilenir?
- 150° ve 60° açıların farkını gösteren bir açı çiz.
- Verilen açılar: $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 87^\circ$, $\gamma = 35^\circ$. Açıları oluştur:
 - $\alpha + \beta - \gamma$
 - $\alpha - \beta + \gamma$
- Bir geniş açı ve bir dar açı çiz. Grafiksel olarak bunların farkını belirle.



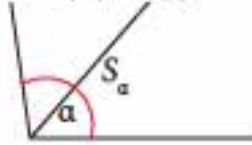
Açıortayın ve 60° , 30° , 15° , 90° , 45° Açılarının Oluşturulması

60° , 30° , 15° , 90° ve 45° açılar, mimarlık, tasarım, mühendislik ve günlük aktiviteler gibi çeşitli disiplinlerde çok sık kullanılır. Bu açılar, hassas ve düzgün nesneler oluşturmak için önemlidir ve aynı zamanda matematiksel ve geometrik problemleri çözmekte de kullanılır. Bu derste, pergeli ve cetveli gibi basit araçlar kullanarak bu açılarının nasıl çizileceğini öğreneceksin.



Örnek 1

98° açı çiz. Pergel ve cetvel kullanarak bu açının açıortayını çiz.



Örnek 2

108° açının açıortayını oluştur.

Çözüm:

Aşağıdaki adımları takip ederek defterine çiz:

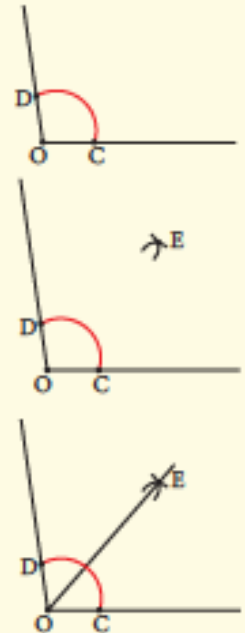
108° açının açıortayını pergelle çizme adımları:

- Açıölçerle 108° açı çiz. Açının köşesini O olarak işaretle.
- Pergelin ucunu O noktasına (açının köşesi) yerleştir.
- İstedüğün bir yarıçapla (pergel açıklığı) açının kollarını C ve D noktalarında kesecek şekilde yay çiz.
- Pergel ucunu C noktasına yerleştir ve pergeli, C ile D arasındaki mesafenin yarısından biraz daha büyük olacak şekilde ayarla.
- Açının iç kısmında yay çiz.
- Pergel açıklığını değiştirmeden, pergeli D noktasına koy ve ilk yay ile kesişen başka bir yay çiz.
- Bu yayların kesiştiği noktayı E olarak işaretle.
- Cetvelle O ile E noktalarını birleştir.

OE yarıdoğrusu, 108° açısının açıortayıdır.

Kontrol:

- Açıölçerle, açıortayı oluşturan (OE) yarıdoğrusunun, OA ve OB kolları ile yaptığı açıları ölç. Her ikisi de eşit, yani 54° olmalıdır.



Alıştırma 1

180° açı çiz. Bu açının açıortayını oluştur. Açıortay tarafından oluşan her bir açının kaç derece olduğunu belirle.

Örnek 2

60° açı oluşturma.

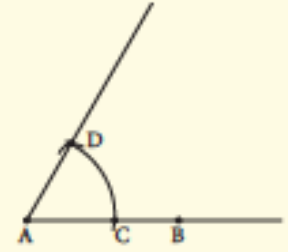
Çözüm:

DeFTERİNE aşağıdaki adımları takip ederek 60° açı çiz:

- Cetvelle AB yarıdoğrusunu çiz.
 - Pergelin ucunu A noktasına yerleştir.
 - İstediğin bir yarıçap seç (çok büyük olmayan) ve AB yarıdoğrusunu kesen yay çiz. Kesişim noktasını C olarak işaretle.
 - Pergel açıklığını değiştirmeden, pergeli C noktasına koy.
 - Önceki yayı kesen yeni bir yay çiz. Bu iki yayın kesişim noktasını D olarak işaretle.
 - Cetvelle A ve D noktalarını birleştirerek AD yarıdoğrusunu çiz.
- Bu yarıdoğru açının ikinci koludur.

AB ve AD kollarının oluşturduğu $\angle BAD$ açısı 60° 'dir.

* Bu konstrüksiyonda ortaya çıkan açının neden tam olarak 60° olduğunu açıklayabilir misin?

**Alıştırma 2**

60° açı ve açıortay konstrüksiyon bilgini kullanarak 30° ve 15° açılar çiz.

Örnek 3

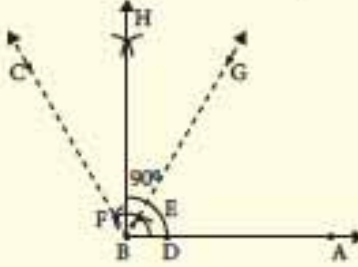
90° açı oluşturma.

Çözüm:

90° açının pergelle konstrüksiyonu adımları:

- Cetvelle BA yarıdoğrusunu çiz. B noktası oluşturacağın açının köşesi olacak.
- Pergelin ucunu B noktasına koy ve istediğin bir yarıçap seç.
- Pergelle B merkezli, BA yarıdoğrusunu D noktasında kesen yay çiz.
- Pergel açıklığını değiştirmeden, pergeli D noktasına koy ve ilk yayı E noktasında kesen başka bir yay çiz.
- Aynı pergel açıklığı ile pergeli E noktasına koy ve ilk yayı ikinci kez F noktasında kesen yay çiz.

- Cetvelle B ile E noktasını, ardından B ile F noktasını birleştir.
- $\angle ABF$ açısı 120° 'dir. Açıklayınız!
 90° 'lik (yani $\angle ABH$) açığı elde etmek için son adım nedir? Bu soruyu cevaplamak için açığortay konstrüksiyonunu hatırlayın.



Alıştırma 3

90° açılı konstrüksiyonunu kullanarak 45° açılı çiz.

Örnek 4

Mateo, okul atölyesinde yapacağı bir resim çerçevesi tasarlamak isteyen bir öğrencidir. Çerçevenin köşeleri için 90° açılar ve dekoratif elemanlar için 60° açılar olmalıdır, resimdeki gibi.



Çözüm:

Mateo'nun pergeli ve cetveli var. Mateo'ya çerçevenin açılarını oluşturmada yardımcı olmak için 90° ve 60° açılı konstrüksiyon adımlarını kullan. Adımlar:

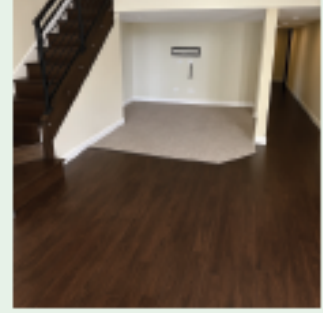
- Pergel ve cetvel kullanarak Mateo, dikdörtgen çerçeveyi oluşturmak için dört tane 90° açılı çizecek.
- Dekoratif açılar için Mateo, eşkenar üçgen oluşturma adımlarını kullanacak (bu üçgenin tüm açılı 60° 'dir).
- Mateo, 60° açılı çerçevenin iki paralel kenarına yerleştirecek.
- Mateo, açıölçer kullanarak açılı doğru oluşturulduğunu kontrol edecek ve çerçevenin 90° açılı ile dekoratif kısımların 60° açılı olduğunu doğrulayacak.

Alıştırma 4

Bir doğru ve üzerinde A noktası veriliyor. A noktası köşeli olacak şekilde, 45° ve 30° açılı toplamını temsil eden açılı, her açılı konstrüksiyon adımlarını kullanarak çiz.

- Oluşan açılı ölçüsü nedir?
- Oluşan açılı komşu açılı kaç derecedir?

Doğru anlama ve belirli açıların konstrüksiyon yöntemlerinin uygulanması, geometrik problemleri çözme yeteneğini ve günlük yaşamda geometrik prensiplerin kullanımını nasıl etkiler? Bu soruyu yanıtlamak için görselleri kullan.

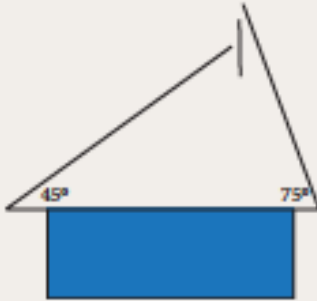


Defterine şu soruları cevapla. Bazı açıların konstrüksiyonu için gerekirse dersteki örneklere dön:

- 30° , 45° , 60° , 90° ve 15° açıları konstrükte edebiliyor muyum?
- Bu açıları farklı pratik durumlarda uygulayabiliyor muyum?
- Doğru açıları oluşturmak için (pergel ve cetvel) araçlarını doğru kullanıyor muyum?

Bireysel çalışma

- 1.* 60° açı çiz, ardından sadece pergel ve cetvel kullanarak bu açıyı iki parçaya böl; parçaların biri diğerinin 3 katı olacak şekilde.
2. Bir ev çatısı projesi, yatay düzleme göre 75° eğim ve diğer tarafta 45° eğim öngörüyor. Her iki açıyı konstrüksiyonla göster. Yan görünüşü için şema eklenmiştir.



3. Açı çiz:

- a) 150° b) 135° c) 210° d) $37^\circ 30'$

4. Büyük bir üst geçit için 105° ve 45° açılar konstrüksiyonu gerekiyor. Bunu defterinde yap ve konstrüksiyon adımlarını yaz.



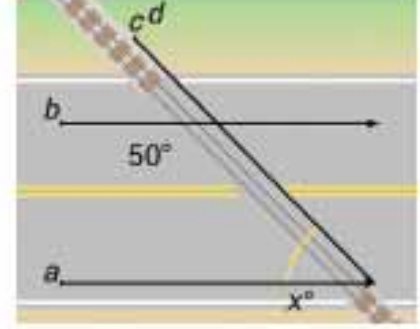
5. “Eğitim Yazılımı ile Geometrik Elemanların İnşası” dersinde belirtildiği gibi, teknoloji ve yazılım araçları öğretimde mükemmel yardımcıdır çünkü geleneksel el çizimine dinamik alternatifler sunar. GeoGebra, Geometer’s Sketchpad gibi yazılımlar, geometrik nesnelerle dinamik etkileşim sağlar ve matematiği daha anlaşılır ve gerçek hayata yakın hale getirir.

Alıştırma:

Bir geometrik yazılım kullanarak verilen büyüklükte açıların çizimini ve açıortaylarının belirlenmesini araştır. Farklı uygulamalar farklı araçlar ve imkanlar sunar, fakat hepsi matematik problemlerini hızlı, ilginç ve etkileşimli bir şekilde çözmeyi sağlar.

Kesen Doğrular ve Paralel Doğrular

Bu derste, kesen doğrular ve paralel doğruları keşfedeceksin; bu iki önemli geometri kavramı, yol ve mühendislik planları gibi günlük yaşamda geniş uygulamalara sahiptir. Kesen doğru ile paralel doğrular arasında oluşan açıları anlayarak, çeşitli yapıların tasarımı ve inşası sırasında karşılaşılan problemleri öğreneceksin.



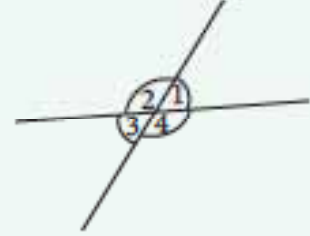
Örnek 1

Andrea ve Petar plajda bir oyun oynuyorlar. Andrea, kum üzerine kesişen iki çizgi çizdi.

Petar'ın görevi, hangi açılardan komşu, hangi açılar bitişik ve hangi açılar karşılıklı olduğunu belirlemektir.

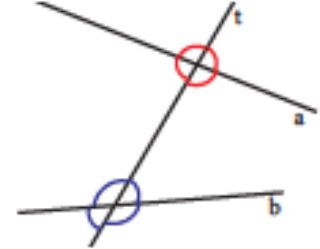
Çözüm:

- Bu durumda, açı $\angle 1$ ve açı $\angle 2$ komşu açılardır. Nedenini açıkla.
- Ayrıca, bitişik açılar şunlardır: $\angle 1$ ve $\angle 2$, $\angle 3$ ve $\angle 4$, $\angle 3$ ve $\angle 2$, $\angle 1$ ve $\angle 4$. Nedenini açıkla.
- Karşılıklı açılar ise $\angle 1$ ve $\angle 3$, $\angle 4$ ve $\angle 2$ 'dir. Nedenini açıkla.



Örnek 2

- Çizimi açıkla.
- Kaç açı oluşmuştur?
- t doğrusu ile paralel doğrular a ve b 'nin oluşturduğu açılarını incele.

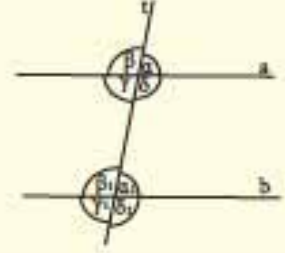


Çözüm:

- Transversal (kesen doğru), iki veya daha fazla doğruyu farklı noktalarda kesen bir doğrudur. Bu kesişim sırasında çeşitli türde açılar oluşur.
- Transversal (kesen doğru) ile birlikte her bir doğru üzerinde dörder olmak üzere toplam 8 açı oluşur.

c) Transversal tarafından oluşan açı çeşitleri:

- İç açılar: Doğrular ve transversal arasında kalan açılar. Bunlar hangileridir?
- Dış açılar: Doğruların dışında, iç açılara zıt tarafta bulunan açılar. Bunlar hangileridir?



Uyumlu açılar, şu çift açılar olarak adlandırılır:

- ortak kökleri yoktur
- transversalin aynı tarafında yer alırlar
- biri iç açı, diğeri dış açıdır.

Bu örnekte, **uyumlu açılar** şunlardır: α ve α_1 ; β ve β_1 ; γ ve γ_1 ; δ ve δ_1 .

Alternatif açılar, şu çift açılar olarak adlandırılır:

- ortak kökleri yoktur
- transversalin farklı taraflarında bulunurlar
- ikisinin de iç açı olması ya da ikisinin de dış açı olması.

Bu örnekte, **alternatif açılar** şunlardır: α ve γ_1 ; β ve δ_1 ; δ ve β_1 ; γ ve α_1 .

Karşıt açılar ise şu çift açılar olarak adlandırılır:

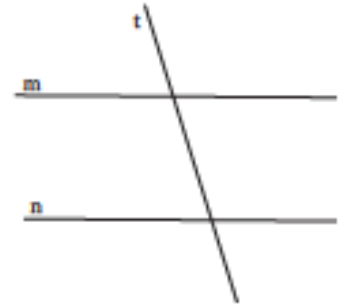
- ortak kökleri yoktur
- transversalin aynı tarafında yer alırlar
- ikisi de iç açı ya da ikisi de dış açıdır.

Bu örnekte, **karşıt açılar** şunlardır: α ve δ_1 ; β ve γ_1 ; γ ve β_1 ; δ ve α_1 .

Alıştırma 1

Çizimde paralel doğrular m ve n , t doğrusu (paralel doğruların keseni / transversali) ile kesilmektedir. Kendi defterine çiz ve şu açıları işaretle:

- İç açılar.
- Dış açılar.
- İki çift alternatif açı seç, bu açıların transversalin hangi tarafında olduklarını ve iç açı mı yoksa dış açı mı olduklarını açıkla.
- İki çift karşıt açı seç, bu açıların transversalin hangi tarafında olduklarını ve iç açı mı yoksa dış açı mı olduklarını açıkla.



Eğer doğrular a ve b paralel ise ve t kesen doğru (transversal) ise:

Uyumlu açılar eşittir



Alternatif açılar eşittir

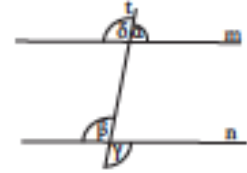


Karşıt açılar tümleyen (tamamlayıcı) açılardır



Alıştırma 2

Çizimde harflerle belirtilen açıları belirle ve cevabını açıkla.
Çizimde $m \parallel n$ ve $\alpha = 67^\circ$ verilmiştir. β , γ ve δ açılarını hesapla.

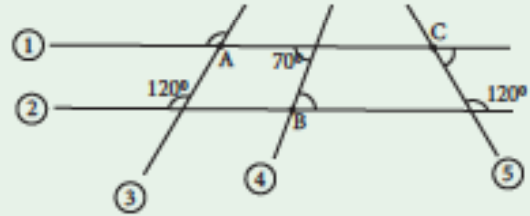


Örnek 3

İki paralel ana yol ve bunları kesen üç yan yol içeren bir trafik planı hazırla. Yollar ve bazı kesişim noktaları çizimde verilmiştir. Belirtilen noktalardaki açıları hesapla ve bu açılar arasındaki ilişkilerin gerçek hayatta nasıl kullanılacağını açıkla.

Çözüm:

$\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ olarak bulunur.
Nedenini açıkla.
Açıların etkisini araştır: Yol güvenliği,
Altyapı inşası, Navigasyon ve yön bulma,
Ekonomik analiz



Alıştırma 3

Bir mühendis, park tasarımı üzerinde çalışıyor; parkta:

- Park alanını sınırlayan iki paralel çizit (paralel doğrular a ve b).
 - Farklı açılarla çizitlerle kesişen ve onları bağlayan üç yol (kesen doğru t_1 , t_2 ve t_3).
- a) t_1 , t_2 ve t_3 yollarının a ve b paralel çizitleri keserken kaç açı oluşturacağını belirle.
- b) Oluşan açılara açıklamak için iç açılar, dış açılar, uyumlu açılar, ters açılar ve karşılıklı açılar kavramlarını kullan.
- c) t_1 , t_2 ve t_3 kesen doğru üzerinde her açı türünden birer çift yaz.

Bir düşünce geliştir: İki paralel yolun, bunlara dik bir doğru tarafından kesildiği bir durumu hayal et.

DeFTERİNE İKİ PARALEL DOĞRU VE BİR KESEN DOĞRU (TRANSVERSAL) ÇİZ. ÇİZDİĞİN ŞEKLİ KULLANARAK SORULARI CEVAPLA:

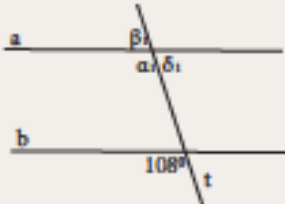
- Kesen doğru ile paralel doğrular arasında oluşan açılar ayırt edebiliyor muyum?
- Verilen bir açı olduğunda bilinmeyen açıları hesaplayabiliyor muyum?
- Bu kavramları mühendislik veya yol planlarında nasıl uygulayabilirim?

BİREYSEL ÇALIŞMA

1. İki paralel doğru a ve b , t keseni ile kesiliyor ve iç açılardan biri 65° .
 - a) Oluşan diğer tüm açıları işaretle.
 - b) İç, dış, ters açılar, karşılıklı ve uyumlu açıları belirle.
 - c) Oluşan tüm açıları tespit et.
2. Bir mühendis, nehirle 75° açı yapan bir köprü tasarlıyor, ancak köprü aynı zamanda paralel kıyıları da kesiyor.
 - a) Ters ve uyumlu açıları belirle.
 - b) Köprü ile kıyılar arasında oluşan tüm açıları hesapla.
3. Kentsel planda, a ve b iki paralel sokak, t kesen bir sokak tarafından kesiliyor. Ölçümde, t ile a veya b doğrularının kesişim noktasında 45° açı ölçülüyor. Oluşan diğer tüm açıları hesapla.
4. Şekilde $m \parallel n$ ve δ , α 'nın 5'te biri kadar küçük. α ve δ açılarını bul.



5. a ve b paralel doğruları t doğrusu ile kesiliyor. Açılardan biri 108° . δ_1 , β_1 ve α_1 açılarını hesapla!



Dışbükey (Konveks) ve İçbükey (Konkav) Olmayan Çokgenler

Bu derste, konveks çokgenleri konkav çokgenlerden nasıl ayıracağını öğreneceksin.

Bu geometrik şekiller, geometri çalışmalarının temelini oluşturur.

Doğru bir şekilde özelliklerini anlamak, bunları nasıl sınıflandıracığın ve mimarlık, mühendislik ve doğa bilimleri gibi farklı alanlarda nasıl kullanacağını açısından çok önemlidir.

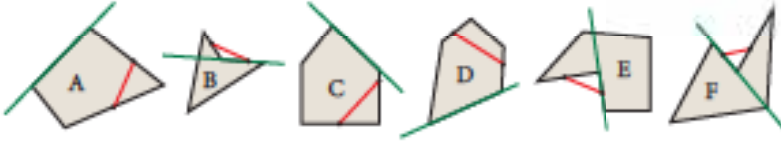


Örnek 1

Çokgen kavramı üzerine bir zihin haritası oluştur. Bu kavrama bağlı olarak daha önce öğrendiğin kavramları ve sınıflandırmaları da dahil etmeye çalış.

Örnek 2

Çizimi kullanarak soruları yanıtla.



- Her çokgenin içinde bir doğru parçası çizilmiştir. Her çokgende bu doğru parçası hakkında ne söyleyebilirsin?
- Her çokgenin bir kenarının yanında bir doğru çizilmiştir. Çokgenler arasında doğruya göre ne fark vardır?

Çözüm:

- Bazı çokgenlerde doğru parçası çokgenin içinde yer almamaktadır. Bu durum her çokgende doğru mudur? Hangi çokgenlerde geçerlidir?

Bir çokgen, eğer her iki noktası A ve B arasındaki doğru parçası o çokgenin içinde tamamen bulunuyorsa, yani konveks bir geometrik 2D şekil ise, konveks çokgen olarak adlandırılır.

- A, C ve D çokgenlerinde, çokgenin çizginin tamamen bir tarafında olduğu, B, D ve F çokgenlerinde ise çokgenlerin çizginin tamamen aynı tarafında olmadığı görülebilir. Bu durum, çizginin çizildiği çokgenlerin her kenarı için geçerli midir? Hangi çokgenlere EVET, hangilerine HAYIR cevabını verdiniz?

Sonuç olarak şunu söyleyebiliriz:

1. Eğer çokgenin her kenarını içeren bir doğru çizdiğimizde çokgen tümüyle o doğrunun aynı tarafında kalıyorsa, o çokgen konveks (dışbükey) olarak adlandırılır.
2. Eğer çokgenin herhangi bir kenarını içeren bir doğru çizdiğimizde çokgenin bir kısmı o doğrunun karşı tarafında kalıyorsa, o çokgen konveks değil, konkav (içbükey) olarak adlandırılır.

Alıştırma 1

Çizimde iki adet 2D şekil vardır.

- a) Birinci 2D şekil konveks mi yoksa konkav mı? Cevabını açıkla.
- b) İkinci 2D şekil konveks mi yoksa konkav mı? Cevabını açıkla.



Örnek 3

Marko ve Lena, bahçelerinin etrafına çit çekmeye karar veriyorlar.

İki seçenekleri var: konveks çokgen şeklinde çit veya konkav çokgen şeklinde çit.

- a) Hangi çiti yapmaları daha kolay olur?
- b) Hangi çit şeklinin açıları veya kısımları farklı şekilde işaretlenmeli ya da ek iş yapılmalı?
- c) Konveks çokgen çitin avantajları ve dezavantajları, konkav çokgen çite göre nasıl olur?

Çözüm:

- a) Konveks çokgen (birinci seçenek): Çit kolayca kurulabilir çünkü çokgenin her kenarını içeren doğrunun aynı tarafında tüm şekil bulunur.
- b) Konkav çokgen (ikinci seçenek): Bazı kenarlar ve açılarda çitin kurulmasında zorluklar olabilir çünkü şeklin bir kısmı belirli doğrunun karşı tarafında yer alır.
- c) Çit seçimi ve kurulumu, bahçenin konveks veya konkav çokgen olmasına bağlı olabilir. Konveks çokgenlerde çitin kurulumu daha kolaydır, konkav çokgenlerde ise ek uyarlamalar yapılması gerekir.

Alıştırma 2

Dışbükey çokgenler nerede kesişir ve dışbükey olmayan çokgenler nerede kesişir?



Alıştırma 3

Çevrenizdeki bazı nesnelere, örneğin evinizdeki veya doğadaki nesnelere bakın ve bunların dışbükey mi yoksa dışbükey olmayan çokgenler mi şeklinde olduklarını belirleyin. Birkaç örnek yazın ve bunları neden bu şekilde sınıflandırdığınızı açıklayın.

Yeni bir kamusal alan (örneğin bir park veya alışveriş merkezi) tasarlamamız gerektiğini düşünün. Tasarımda dışbükey veya dışbükey olmayan şekiller kullanıp kullanmayacağınıza nasıl karar vereceksiniz? Bu şekillerin binanın inşası ve kullanımında ne gibi avantajları ve dezavantajları olacak? Açıkların mekânın işlevini ve estetiğini nasıl etkilediğini keşfedin.

DeFTERİNİZDEKİ soruları cevaplayın ve ardından sınıf arkadaşlarınızla paylaşın.

- Dışbükey ve dışbükey olmayan çokgenleri ayırt edebilir ve aralarındaki farkı açıklayabilirim.
- Çokgenleri dışbükey ve dışbükey olmayan olarak doğru şekilde sınıflandırabilirim.
- Dışbükey ve dışbükey olmayan çokgenler hakkındaki bilgimi günlük işlerde ve pratik örneklerde uygulayabilirim.

Bireysel çalışma

1. Park tasarımı seçimi sorunu

Açıklama: Yeni bir parkın yolları ve yeşil alanları düzenlenecek. Parkta farklı 2D şekiller bulunmalı. Ana girişe giden yol konveks bir forma sahip olmalı, iç kısımlara giden yol ise konkav bir forma sahip olacak.

Soru: Bu yollar için konveks ve konkav formlar kullanırsan estetik ve işlev açısından nasıl farklılıklar ortaya çıkar?

2. Bahçe çiti seçimi sorunu

Açıklama: Bahçen için bir çit planla. Çitin bir kısmında dikdörtgen paneller (konveks çokgen) kullanacaksın, diğer kısmında ise konkav çokgen şeklinde bir çit yapmak istiyorsun.

Soru: Çitin güvenlik ve estetik açıdan bu iki farklı tasarımının ne gibi pratik avantaj ve dezavantajları olur?

3. Çatı yapımı sorunu

Açıklama: Bir evin çatısı inşa edilirken, ilginç bir tasarım oluşturmak için konveks veya konkav formlar kullanılmasına karar verilmelidir.

Soru: Yağmur suyunun tahliyesi açısından hangi form daha etkili olur ve neden?

4. Kaldırım düzenleme sorunu

Açıklama: Bir kaldırım inşası için konveks çokgen şeklinde döşeme taşları mı yoksa ilginç bir görsel etki yaratacak konkav çokgen şekiller mi kullanılacağı seçilmelidir.

Soru: Her iki tasarım tipinin yayaların güvenliği ve rahatlığı açısından avantajları ve dezavantajları neler olur?

Üçgenlerle İlgili Temel Kavramlar

Bu derste, üçgenlerle ilgili temel kavramların uygulanmasıyla ilgili problemleri çözeceksin. Bunlar, orta çizgi, orta merkez, ağırlık merkezi, iç teğet çember ve dış teğet çember ile üçgende açılarının toplamını kapsar. Üçgen, temel geometrik şekillerden biridir. Üç kenarı ve üç açısı vardır ve özellikleriyle ilgili birçok önemli kural bulunur.



Örnek 1:

- Dar açılı ve geniş açılı bir üçgen çiz.
- Üçgende yükseklik nedir açıkla.
Her üçgende yükseklikleri çiz ve adlandır.
- maddesinde çizdiğin her üçgende ağırlık çizgilerini çiz.
Üçgende ağırlık çizgisi nedir açıkla.
- Bir dar açılı ve bir geniş açılı üçgende dış teğet çember ve iç teğet çember çiz.
- Her üçgende açıları ölç ve toplamını hesapla.

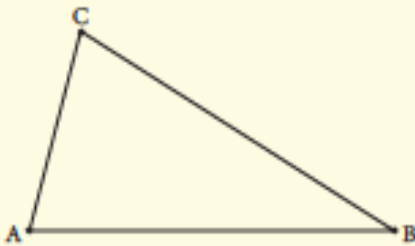
Örnek 2

Üçgen ABC'de, $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm, $\overline{AC} = 5$ cm.

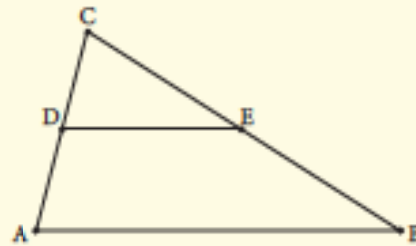
- Üçgeni defterine çiz ve köşelerini A, B ve C harfleriyle göster.
- AC kenarının orta noktasını D, BC kenarının orta noktasını E olarak işaretle. D ve E noktalarını birleştir ve DE doğru parçasının uzunluğunu ölç. DE doğru parçasının uzunluğu hakkında hangi sonuca varabilirsin?

Çözüm:

a)



b)



Eğer dikkatli çizdiysen $\overline{DE}$ doğru parçasının uzunluğu 3 cm'dir. Bu doğru parçası, üçgen ABC'de AB kenarına paraleldir ve onunla ortak noktası yoktur. Ayrıca, AB kenarının uzunluğunun yarısı kadardır.

AB ve AC kenarlarının orta noktalarını, ayrıca AB ve BC kenarlarının orta noktalarını birleştir. Elde edilen doğru parçaları hakkında ne söyleyebilirsin? Uzunlukları ne kadardır?

Orta çizgi, üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasıdır.

O, ortak noktası olmayan kenara paraleldir ve o kenarın uzunluğunun yarısı kadardır.

Örnek 1'de orta çizgiyi DE olarak m ile gösterirsek, $m = \overline{DE} = \frac{AB}{2}$, $m \parallel AB$.

Alıştırma 1

Üçgen DEF'te $\overline{DE} = 10$ cm, $\overline{EF} = 12$ cm, $\overline{DF} = 14$ cm.

- Üçgen DEF'yi ve onun orta çizgilerini çiz.
- Her bir orta çizginin uzunluğu ne kadardır?
- Orta çizgiler üçgen DEF'i kaç üçgene böler?
- Üçgeni tekrar çiz ve üçgenin ağırlık merkezini (T) belirle.
Her ağırlık çizgisinde, köşeden ağırlık merkezine olan mesafeyi ve ağırlık merkezinden karşı kenarın orta noktasına olan mesafeyi ölç.
Ağırlık merkezi her bir ağırlık çizgisini hangi oranda böler?
- Çizimde dikkatli olup olmadığını nasıl kontrol edebilirsin?
Üçgendeki iç açılar toplamı kaç derecedir?
Sen hangi toplamı buldun?

Örnek 3:

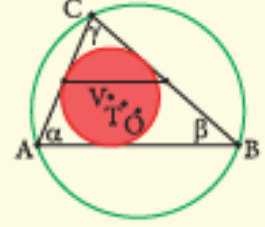
Aleksandra, yuvarlak bir çiçek düzenlemesinin etrafına üçgen şeklinde ahşap bir süs çerçevesi yapmak istiyor. Çerçevenin sağlam olması için bazı önemli noktaları belirlemesi gerekiyor.

- Üçgenin kenarlarından biriyle paralel ve onun yarısı uzunluğunda olacak süs şeridini nereye yerleştirmeli?
- Üçgeni yuvarlak çiçek düzenlemesinin etrafına nasıl yerleştirebilir?
- Çerçeveyi tek bir noktadan dengelemek için üçgenin hangi noktasını belirlemesi gerekir?
- Üçgenin tüm köşelerinden geçen bir daire şeklinde süsü nasıl yapabilir?
- Aleksandra, yapının düzgün olması için üçgeninin açılarını hesaplamak istiyor. Üçgenin üç iç açısının toplamı kaç derece olmalıdır?

Çözüm:

Aleksandra'ya yardımcı olmak için verilen yönergelere göre çiz:

- Şerit, üçgenin tabanına paralel olan orta çizgisi boyunca yerleştirilmelidir.
- Üçgeni yuvarlak çiçek düzenlemesinin etrafına yerleştirmek için, Aleksandra üçgenin iç teğet çemberinin merkezini belirlemelidir.
- Çerçeveyi tek bir noktadan dengelemek için Aleksandra üçgenin ağırlık merkezini belirlemelidir. Üçgenin ağırlık merkezi nasıl bulunur?
- Üçgenin üç köşesinden geçen bir daire şeklinde süs yapmak için Aleksandra, üçgenin dış teğet çemberinin merkezini belirlemelidir.
- Eğer üçgenin açıları toplamı 180° ise, Aleksandra yapının düzgün olacağından emin olabilir.

**Alıştırma 2**

İlir, üçgen şeklinde bir platform inşa etmek istiyor ve bunun sağlam olması için üçgende bazı önemli noktaları belirlemesi gerekiyor.

- Platformun dengeli olması için İlir, kuvvetleri eşit şekilde dağıtacak merkezi destek noktasını bulmalıdır. Üçgende bu dengeli destek noktasını hangi nokta temsil eder ve bunu nasıl bulabilir?
- Platformun kabloları, üç destek noktasına eşit uzaklıkta olacak şekilde bağlanmalıdır. İlir, kabloları bu şekilde bağlamak için üçgenin hangi noktasını bulmalıdır?
- Platformu güçlendirmek için İlir, üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren bir kiriş yerleştirmek istiyor. Bu uzunluğu nasıl bulabilir?

Eğer 5 cm, 7 cm ve 12 cm uzunluğunda üç çubuğun varsa, bunlarla bir üçgen oluşturabilir misin? Üçgenin kenar uzunlukları kuralı bunu belirlemende nasıl yardımcı olur açıkla.

Defterine bir üçgen çiz.

Üçgenler ile ilgili temel kavramları (kenarlar, açılar, yükseklikler, ağırlık merkezi vb.) anlıyor muyum?



Soruları çözmek için üçgen kurallarını kullanabiliyor muyum?

Her bir kriter için hissettiğin güvene göre üçgenin her açısını boy.

Yeşil – Tamamen anlıyorum ve uygulayabiliyorum.

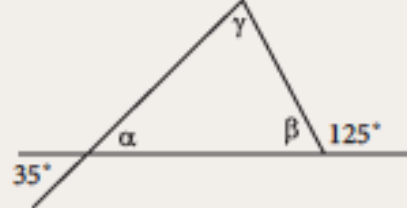
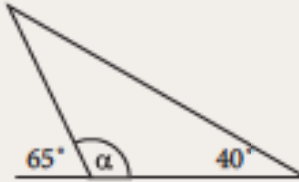
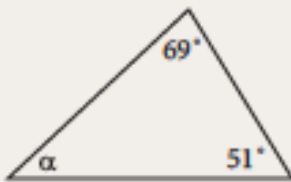
Sarı – Kısmen anlıyorum ama ek alıştırmaya ihtiyacım var.

Kırmızı – Kendimi güvensiz hissediyorum ve açıklamaya ihtiyacım var.

Eğer bir açı sarı veya kırmızı ise, açıklanmasını istediğin soruyu yaz.

Bireysel çalışma

1. Üçgen ABC'de, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C$ açısının ölçüsü kaç derecedir?
2. Tüm iç açıları 60° olan bir üçgende açılarının büyüklüğü ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıkla. Bu üçgenin kenarları uzunluk bakımından nasıldır?
3. Üçgen ABC'de, B köşesindeki iç açı 60° , C köşesindeki iç açı 50° ise, A köşesindeki dış açıyı hesapla.
4. İç açıları $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ ve $\angle C = 80^\circ$ olan bir üçgende, $\angle A$ 40° olarak kalırsa ve $\angle C$ 10° artarsa, tüm açılarının toplamı yine bir üçgen oluşturacak şekilde B köşesindeki yeni açı kaç derece olmalıdır?
5. 3 cm, 4 cm ve 5 cm kenar uzunluklarına sahip dik üçgende, 3 cm ve 4 cm kenarları arasındaki açı kaç derecedir?
6. Çizimlerde verilen bilinmeyen açıları belirle.



7. Üçgen ABC'de, B açısı A açısından 15° daha küçüktür ve C açısı B açısından 30° daha büyüktür. Üçgenin tüm açılarını bulun.
8. Üçgen ABC'de B açısı A açısından üç kat daha küçüktür ve C açısı B açısından iki kat daha büyüktür. Üçgenin tüm açılarını bulun.
9. Üçgen ABC'de $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 10$ cm.
 - a) Kenar uzunluklarına göre üçgenin türünü belirle ve üçgendeki en büyük ve en küçük açının hangisi olduğunu belirt.
 - b) Üçgenin her bir orta çizgisinin uzunluğunu hesapla.
10. Üçgen ABC'nin orta çizgilerinin uzunlukları 3 cm, 5 cm ve 6 cm'dir. Üçgen ABC'nin kenar uzunlukları kaç cm'dir?
11. a) Eşkenar bir üçgen çiz.
b) Üçgenin orto merkezini belirle.
12. Dik kenarları 8 cm ve 6 cm olan bir dik üçgen çiz.
 - a) Hipotenüsün uzunluğunu ölç.
 - b) Üçgenin iç teğet çemberini çiz.
 - c) Üçgenin dış teğet çemberini çiz.

Üçgenlerin Çizimi

Bu derste, verilen bilgilere göre farklı durumlarda üçgen çizmeyi öğreneceksin: üç kenar, iki kenar ve aralarındaki açı, bir kenar ve o kenarın üzerinde yer alan iki açı.

Üçgen, üç kenarı ve üç açısı olan bir geometrik şekildir. Üçgen çizimi, kenarlar ve açılar gibi verilen bilgilerin farklı kombinasyonlarıyla yapılabilir.



Örnek 1:

Spor müsabakaları için bir bayrak yap. Bayrak, dik üçgen şeklinde olmalı ve bir dik kenarı 8 cm uzunluğunda, bu kenarla hipotenüs arasındaki açı 60° olmalıdır. Bunun için bir kâğıt, cetvel,ilet ki, üçgen cetvel, perg el ve kalem kullan.

Çözüm:

Önce verilen elemanları cetvelle çiz ersin.

60° ve 90° açıları perg el ile çiz ebilirsin (çiz emediğin açıları ilet kiyle çiz ersin).

Sonra, üçgenin hangi ş ekle sahip olacağını gösteren bir taslağı serbest el ile çiz ip elemanlarını iş aret dersin.

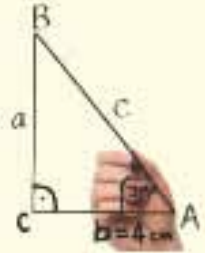
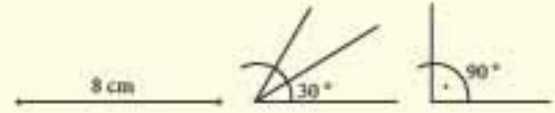
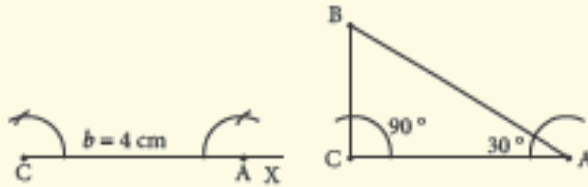
Taslağı analiz eder ve onu çiz im adımlarında uygularsın.

Adımları takip ederek defterine çiz.

Çiz im adımları:

- C noktasından başlayan bir yarı doğru (CX) çiz ve perg el ile 8 cm'lik doğru parçasını C'den başlatarak iş aretle.
- Bu doğru parçasının ucunu A noktası olarak iş aretle. Ş ekil
- A ve C köşelerine 30° ve 90° açılarını aktar.
- Aktarılan açıların kenarlarını çiz.
- 30° açının ikinci kenarı ile dik açının ikinci kenarının kesiş im noktasını B olarak iş aretle.

Elde edilen ABC üçgeni, yapman gereken bayraktır.



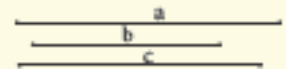
Örnek 2

$a = 7$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm olan bir üçgen çiz.

Çözüm:

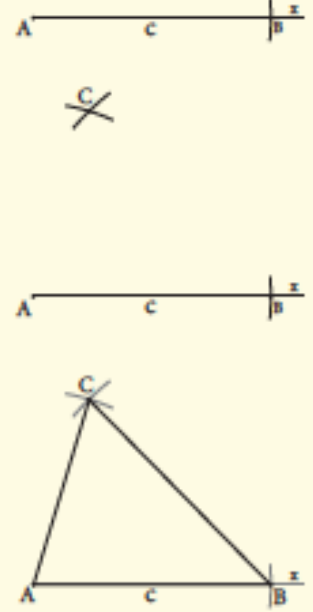
- Üçgenin verilen kenarlarını cetvelle çiz.
- Üçgenin bir taslağını yap ve köşeleri, kenarları ve açıları iş aretle.
- Taslağın analizinden çiz im adımlarına ulaş.

Verilen elemanlar



Üç kenarı verilen (CCC) üçgenin çizim adımları:

- AX yarı doğrusunu çiz ve pergeli c kenarının uzunluğunu aktar.
- Pergelin yayının AX yarı doğrusu ile kesişim noktasını B olarak işaretle.
- Pergeli b uzunluğuna ayarla ve A noktasına yerleştir (A merkezli b yarıçaplı bir yay çiz).
- Sonra pergeli a uzunluğuna ayarla ve B noktasına yerleştir (B merkezli a yarıçaplı bir yay çiz).
- Çizdiğin iki yay kesişim noktası C olacaktır. İki kesişim noktası varsa, sorunun şartlarına göre birini seç.
- Cetvelle A ile C'yi, B ile C'yi birleştir.
- $\triangle ABC$ üçgeni çizilmiş olur.



Alıştırma 1

5 cm, 7 cm ve 9 cm kenar uzunluklarına sahip bir üçgen çiz. Verilen kenar uzunluklarının tamamının doğru şekilde çizilip çizilmediğini kontrol et.

Örnek 3

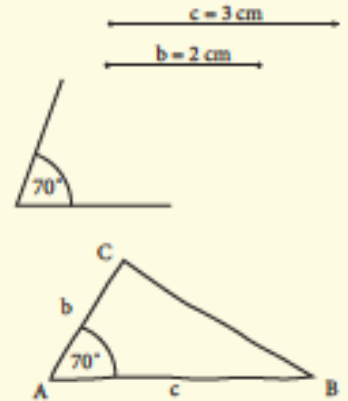
$b = 2$ cm ve $c = 3$ cm olan iki kenar ve aralarındaki $\alpha = 70^\circ$ verilmiştir. Cetvel ve pergeli kullanarak üçgeni çiz.

Çözüm:

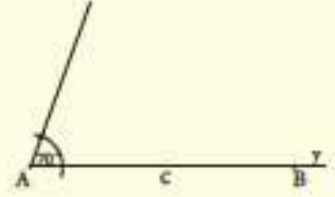
- Üçgenin verilen elemanlarını, iki kenarı ve aralarındaki açıyı cetvel ve iletkiyle çiz.
- Üçgenin bir taslağını yap ve köşeleri, kenarları ve açıları işaretle.
- Taslağın analizinden çizim adımlarına ulaş.

İki kenar ve aralarındaki açı (CAC) verildiğinde üçgenin çizim adımları:

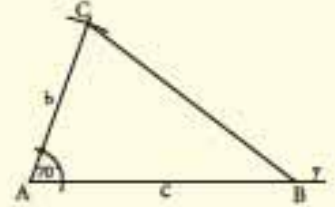
- AY yarı doğrusunu çiz.
- Pergeli $c = AB$ uzunluğuna ayarla ve A merkezli c yarıçaplı bir yay çiz.



- Kirişin yarı doğruyla kesişim noktasını B olarak işaretleyin, yani $k(A, AB) = B$.
- 70° 'lik açıyı pergel ile A köşesine aktar.
- 70° 'lik açının ikinci kenarını cetvelle çiz.
- 70° 'lik açının ikinci kenarı üzerinde, pergeli $b = \overline{AC}$ uzunluğuna ayarla ve A merkezli b yarıçaplı bir yay çiz.



- Açının ikinci kenarıyla yayın kesişim noktasını C olarak işaretleyin.
- B ve C noktalarını birleştir.
- $\triangle ABC$ üçgeni çizilmiş olur.

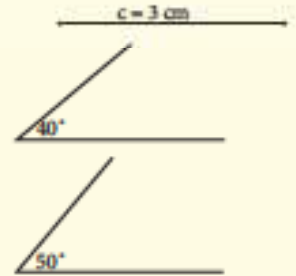
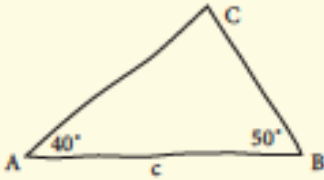


Örnek 4

Bir kenarı $c = 3$ cm ve bu kenar üzerinde yer alan iki açı $\alpha = 40^\circ$ ve $\beta = 50^\circ$ verilen bir üçgen çiz.

Çözüm:

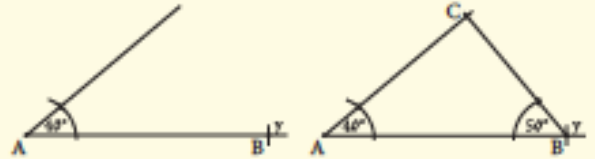
- Üçgenin verilen elemanlarını, kenarlarını ve iki açısını bir cetvel ve açıölçer kullanarak çiz.
- Üçgenin bir taslağını çiz ve elemanları (köşeleri, kenarları ve açıları) etiketle.



- Taslağın analizinden çizim adımlarına ulaşılır.

Bir kenar ve o kenarın uçlarındaki iki açı verildiğinde (ASA) üçgenin çizim adımları:

- AY yarı doğrusunu çiz.
- $c = AB$ uzunluğunu aktar ve B noktasını işaretle.
- 40° 'lik açıyı pergel ile A köşesine aktar.
- 50° 'lik açıyı pergel ile B köşesine aktar.
- 40° ve 50° açı kollarının kesişim noktasını C olarak işaretle.
- $\triangle ABC$ üçgeni çizilmiş olur.



Alıştırma 2

Bir üçgen çiz:

- a) $\overline{MN} = 7$ cm, $\angle NMP = 65^\circ$, $\angle MNP = 70^\circ$ b) $\overline{KL} = 7$ cm, $\overline{KQ} = 6$ cm, $\overline{LQ} = 5$ cm
 c) $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 4$ cm, $\angle ABC = 45^\circ$

Örnek 5

Bir inşaat işçisi, çatıyı yaparken bir kenarı 9 m ve bu kenarın uçlarındaki iki açı 45° ve 65° olan bir üçgen çizmelidir.

Çözüm yönergesi: Defterinde metre yerine cm kullan ve dördüncü örnekte (ASA) verilen çizim adımlarını uygula. Çizdiğin üçgende açılar toplamının 180° olup olmadığını kontrol et.

Alıştırma 3

Bir arazi ölçümünde şu elemanlara sahip bir üçgenin harita üzerinde çizilmesi gerekiyor: bir kenar $AB = 8$ m, diğer kenar $AC = 7$ m ve aralarındaki $\angle CAB = 50^\circ$. Ölçek kullanarak üçgeni çiz ve 50° 'lik açının karşısındaki kenarın uzunluğunu ölç. Gerçek boyutta bu kenar uzunluğu kaç metredir?

Üçgenleri bu derste çizerken hangi adımlar sana en kolay geldi, hangileri en zorlayıcı oldu? Gelecekte üçgen çizimi gerektiren sorularda daha hızlı ve daha doğru olmak için yaklaşımında neyi değiştirdin?

Defterine yanıt yaz. Üçgen çizimi konusunda emin olmadığın kısım varsa, dersteki örneği tekrar incele.

- Üçgen çizimiyle ilgili düşüncelerini yaz.
- Kuralları ve kavramları uygulayarak pratik soruları çözebildin mi?
- Farklı çizim yöntemleri arasındaki farkı anlıyor musun?

Bireysel çalışma

1. 5 cm kenarlı bir eşkenar üçgen çiz.
2. 6 cm hipotenüsü ve 45° açıyla sahip bir dik üçgen çiz.
3. Tabanı 7 cm ve taban açısı 55° olan bir ikizkenar üçgen çiz.
4. Kenarı 8 cm ve iki kenar arasındaki açı 75° olan bir ikizkenar üçgen çiz.
5. Kenarı 4 cm olan bir ikizkenar dik üçgen çiz.

Üçgende Dış Teğet Çember ve İç Teğet Çember Çizimi

Bu derste, bir üçgendeki dış teğet çemberin (çevrel çemberin) ve iç teğet çemberin merkezini nasıl çizeceğini ve bu noktaların geometrik çizimlerdeki önemini öğreneceksin.

Üçgendeki iç ve dış teğet çember merkezleri önemli noktalar.

Bu merkezler sayesinde, üçgenin kenarlarına teğet olan bir çember (iç teğet çember) veya üçgenin tüm köşelerinden geçen bir çember (dış teğet çember) çizebilirsin. Bu merkezler, çeşitli geometrik problemlerde ve tasarım ile mühendislikte çok önemlidir.

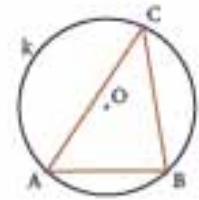


Örnek 1

5 cm, 6 cm ve 7 cm kenarlı bir üçgenin dış teğet çemberini çiz.

Dış teğet çember nedir açıkla.

Eğer dikkatli çizdiysen, çember üçgenin köşelerinden geçecektir.



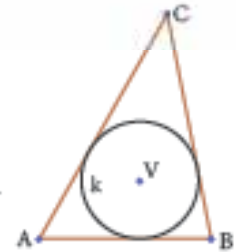
Örnek 2

6 cm, 8 cm ve 9 cm kenarlı bir üçgenin iç teğet çemberini çiz.

İç teğet çember nedir açıkla.

Eğer dikkatli çizdiysen, çember üçgenin üç kenarına da teğet olacaktır. Üçgenin her bir kenarı çember için neyi temsil eder?

Yukarıdaki örneklerde dış ve iç teğet çember merkezlerini bulmak için cetvel ve iletki kullandın.



Örnek 3:

6 cm, 5 cm ve 4 cm kenarlı bir üçgenin dış teğet çemberinin (çevrel çemberinin) merkezini çiz.

“Çiz” denildiğinde yalnızca pergeli ve cetveli kullanılması gerektiği anlamına gelir.

Çözüm:

Bu çizimde, üç kenarı verilen (CCC) üçgen çizimini ve bir doğru parçasının orta dikmesini çizmeyi hatırla. Dış teğet çemberin merkezini çizmek için aşağıdaki adımları defterine uygula:

- Verilen üç kenarla ABC üçgenini çiz.
- ABC üçgeninde AB kenarının orta dikmesini çiz.
- BC kenarının orta dikmesini çiz.
- AC kenarının orta dikmesini çiz (bu orta dikme aşında şart değildir, neden?).

- ABC üçgeninin kenarlarının orta dikmelerinin kesişim noktasını O olarak işaretleyin.
- Pergelin ucunu O noktasına yerleştirin.

Pergeli üçgenin herhangi bir köşesine kadar aç ve bir çember çiz.



Örnek 4

6 cm, 8 cm kenarları ve aralarındaki 70° açı verilen bir üçgenin iç teğet çemberinin merkezini çiz.

Çözüm

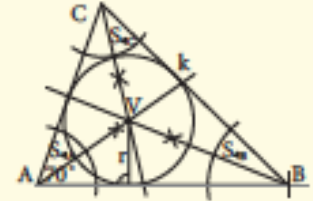
Bu çizimde önce iki kenar ve aralarındaki açı (SAS) verilen üçgen çizimini ve bir açının açıortayını çizmeyi hatırla. İç teğet çemberin merkezini çizmek için aşağıdaki adımları defterine uygula:

- Verilen iki kenar ve aralarındaki açı ile ABC üçgenini çiz.
- ABC üçgeninde $\angle A$ açısının açıortayını çiz.
- $\angle B$ açısının açıortayını çiz.
- $\angle C$ açısının açıortayını çiz (aslında bu açıortayı çizmek şart değildir, iki açıortay yeterlidir).
- Açılarından çıkan açıortayların kesişim noktasını V olarak işaretleyin.
- Pergelin ucunu V noktasına yerleştirin.

Pergeli üçgenin herhangi bir kenarına olan dik uzaklığa (çizimde r olarak gösterilen) kadar aç ve bir çember çiz.

3. ve 4. örneklerde üçgenin dış teğet ve iç teğet çemberini çizerken cetvel ve pergeli kullandın.

Bir üçgende dış teğet ve iç teğet çember merkezini belirlemenin daha doğru yolu hangisidir: cetvel ve iletkiyle mi yoksa cetvel ve pergelle mi?



Alıştırma 1

5 cm uzunluğunda bir kenarı ve o kenarın uçlarındaki 30° ve 70° açıları verilen bir üçgen çiz. Bu üçgenin iç teğet çemberini ve dış teğet çemberini çiz.

Örnek 5

Bir parkta, üç yolun oluşturduğu üçgenin her bir kenarına teğet olacak şekilde bir çember şeklinde bir çeşme planlanıyor. Daha sonra, bu üçgenin etrafına çevrel çember şeklinde bir çiçek bölümü yerleştirilecek.

Çözüm:

- Örnek 5'teki verilere göre bir taslak çiz.
- Parktaki yolların oluşturduğu üçgeni çiz.
- Çeşmenin yerini belirlemek için üçgenin iç teğet çemberini çiz.
- Üçgenin etrafına yerleştirilecek çiçek bölümü için dış teğet çemberini çiz.

Bu, park yollarına göre çeşme ve çiçek bölümünün estetik bir şekilde yerleştirilmesini sağlar.

Alıştırma 2

Bir şehir meydanı üçgen şeklindedir ve şu şekilde aydınlatma yapılması planlanıyor:

- Meydanın merkezine, üç kenarına eşit uzaklıkta olacak şekilde bir ana lamba yerleştirilecek (eşit ve dengeli aydınlatma için).
- Meydanın etrafında dairesel bir hat üzerinde dekoratif lambalar yerleştirilecek ve tüm alan aydınlatılacak.

Nasıl belirlersin:

- Ana lambanın tam yerini bulmak için üçgenin iç teğet çemberinin merkezini belirle.
- Dekoratif lambaların yerleştirileceği dairenin merkezini ve yarıçapını bulmak için üçgenin dış teğet çemberinin (çevrel çemberinin) merkezini ve yarıçapını belirle.

Bir üçgenin iç teğet ve dış teğet çemberlerinin nasıl oluşturulabileceğini gösteren örnekler verin. Bu durumlarda, yapıda hassasiyetin önemini açıklayın.



Defterine yaz ve cevaplarını arkadaşlarınla paylaş.

- Dış teğet çemberin ve iç teğet çemberin merkezlerinin çizimi hakkında ne öğrendiğini kısaca yaz.
- Kavramları doğru şekilde uygulayabildin mi?
- Bu tekniklerle günlük hayatta hangi tür problemleri çözebilirsin?

Bireysel çalışma

Üçgende iç teğet ve dış teğet çember çizimi için görevler:

1. 7 m, 5 m ve 8 m kenarlı üçgen şeklindeki bir alanın etrafına dairesel bir çit çiz. Ölçek kullan.
2. Kenarı 7 m ve iki kenarı arasındaki açı 80° olan bir ikizkenar üçgen şeklindeki bir çeşmenin etrafına yuvarlak bir çiçek bahçesi tasarla. Ölçek kullan.
3. Bir kenarı 4 m ve o kenarın uçlarındaki açıları 45° olan bir üçgen şeklindeki alana anıt yerleştirmek için üçgeni çiz ve sonra bu üçgenin etrafına dekoratif elemanlar için bir çember çiz. Ölçek kullan.
4. Kenarı 5,5 cm olan bir eşkenar üçgenin hem iç teğet hem de dış teğet çemberini çiz.
5. Simeon tarlasında üç noktaya sulama fışkiyeleri yerleştirmiştir. Tüm fışkiyelere eşit uzaklıkta olacak şekilde su kaynağı için merkezi bir nokta bulmasına yardım et.
6. (Uygun yazılım kullanarak yap) Şehrinde yeni bir park tasarım projesi hazırla. Parkta yollar, ağaç sıraları, çiçeklikler, çeşmeler, banklar, fışkiyeler ve lambalar gibi üçgen ve daire şekilleri içeren geometrik öğeler olmalıdır. Görevin, bu şekilleri eğitim yazılımında çizmek. Üçgenlerle daireler arasındaki temas noktalarını bulman, verilen ölçülere ve oranlara uygun doğru mesafeleri sağlaman gerekecek. Ayrıca üçgenlerdeki karakteristik noktaları (örneğin, orto merkez, ağırlık merkezi) belirleyerek alanın dengeli ve çeşitli bir şekilde düzenlenmesini sağlamalısın. Yazılımın sunduğu çizim araçlarını kullanarak mümkün olduğunca çok geometrik kavramı göster: çizgi parçası, açı, açıortay, orto merkez, ağırlık merkezi, ölçüm, iç teğet çember, dış teğet çember vb.

Dörtgenler ve Kenarların Paralelliğine Göre Sınıflandırma

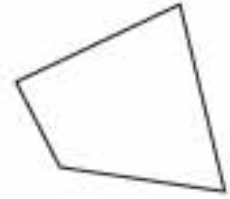
Dörtgenler dört kenarı, dört iç (dış) açısı ve dört köşesi olan çokgenlerdir.

Kenarların uzunluklarına, açılarının büyüklüklerine veya karşı kenarların paralelliğine göre sınıflandırılabilirler. Bu derste, karşı kenarlarının paralelliğine göre dörtgenleri sınıflandırmayı öğreneceksin. Farklı dörtgen türlerini tanımayı öğreneceksin: dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve kare. Bu bilgi sadece geometride değil, mimari veya tasarımda şekil seçerken de işine yarayacak.



Örnek 1

Aleksandra ve arkadaşları okul etkinliği için bir süs yapmaya karar verdiler. Kâğıdı aşağıdaki şekilde kestiler. Süsü süslerken bazı önemli geometrik kavramları hatırladılar. Sen de hatırla ve şu soruları cevapla:

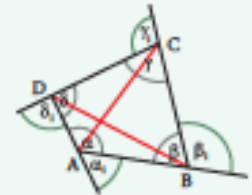


- Aleksandra ve arkadaşları hangi 2D şekli kestiler? Açıkla neden.
- Bu dörtgen konveks mi konkav mı bir çokgendir?
- Dörtgenin kaç köşesi, kenarı ve açısı vardır?
- Dörtgenin hangi kenarları komşu, hangileri karşılıklıdır?
- Dörtgenin hangi köşeleri komşu, hangileri karşılıklıdır?
- Dörtgenin hangi açıları komşu, hangileri karşılıklıdır?
- Dörtgenin hangi açıları iç, hangileri dış açılardır?
- Dörtgende dış açı nasıl bulunur?
- Dörtgenin köşegenlerini çiz.
Her köşegenle hangi üçgenleri elde edersin?

Dört kenarı (dört köşesi ve açısı) olan çokgene dörtgen denir.

Çözüm:

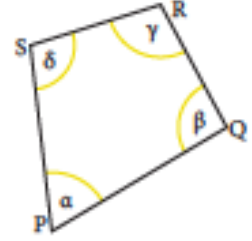
Defterine verilen şekle benzer bir çizim yap ve bu çizimi kullanarak soruları cevapla.



Alıştırma 1

Dörtgen PQRS için yaz:

- a) Komşu ve karşı köşeler
- b) Komşu ve karşı kenarlar
- c) Komşu ve karşı açılar
- d) Her dörtgen kaç çift karşı kenara sahiptir?

**Örnek 2**

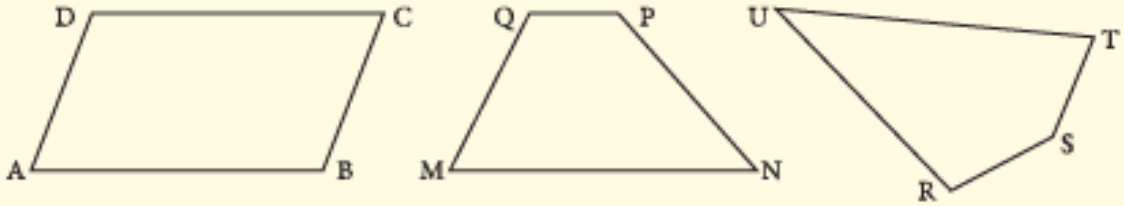
Ana ve Boyan parkta oynarken yol döşemelerinin farklı şekillerde olduğunu fark ettiler. Ana bazı döşemelerin karşı kenarlarının paralel olduğunu, bazılarının ise olmadığını gördü. Birkaç döşemenin şeklini çizip öğretmenlerinden yardım istediler.

Öğretmenleri onlara şu üç soruyu sordu:

- Birinci soru: Ana'nın döşemesinde iki çift paralel karşı kenar var. Bu ne tür bir dörtgendir?
- İkinci soru: Boyan, sadece bir çift paralel karşı kenara sahip, diğer iki kenarı paralel olmayan bir döşeme çizdi. Bu ne tür bir dörtgendir?
- Üçüncü soru: Son olarak, hiç paralel karşı kenarı olmayan bir döşeme çizdiler. Bu şekil ne tür bir dörtgendir?



Üç sorunun tanımlarına uyan üç farklı dörtgen çiz. Köşelerini işaretle ve kenarlarının paralel olup olmadığını kontrol et. Eğer paralel kenarlar varsa, kaç çift paralel kenar olduğunu yaz. Her dörtgenin kenarlarının paralellğine göre hangi kategoriye girdiğini açıkla.

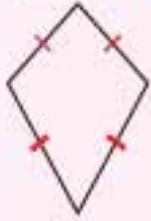
Çözüm:

Birinci dörtgen (Ana'nın döşemesi) iki çift paralel karşı kenarı olan dörtgenler kategorisine girer. İkinci dörtgen (Boyan'ın döşemesi) yalnızca bir çift paralel karşı kenarı olan dörtgenler kategorisine girer. Üçüncü dörtgen hiç paralel karşı kenarı olmayan dörtgenler kategorisine girer.

Kenarların paralelliğine göre dörtgenleri üç kategoriye ayırabiliriz:

- Karşılıklı iki çift kenarı paralel olan dörtgene paralelkenar denir.
- Sadece bir çift karşı kenarı paralel olan dörtgene yamuk denir.
- Hiçbir karşı kenarı paralel olmayan dörtgene yamuksu dörtgen (trapezoid) denir.

İkili komşu kenar çiftleri eşit olan yamuksu dörtgene deltoid denir.



İkizkenar yamuk, paralel olmayan kenarları eşit uzunlukta olan yamuktur.



Alıştırma 2

Çizimde birden fazla dörtgen verilmiştir.

a) Tabloyu defterine geçir ve doldur.

Dörtgenler	Numarası
Paralelkenar	
Yamuk	
Yamuksu Dörtgen	



b) Hangi dörtgen deltoiddir? Nedenini açıkla.

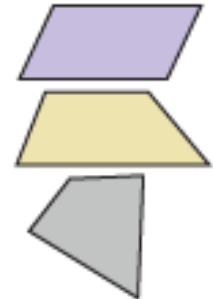
Örnek 3

Yerel topluluk parkta bir temizlik kampanyası düzenliyor.

Gönüllüler, eski oyun alanındaki bazı karo taşlarının kırıldığını ve değiştirilmesi gerektiğini fark ettiler.

Sipariş edilecek yeni karolar dörtgen şeklinde olacak, ancak tedarikçi farklı dörtgen türleri sunuyor.

Çalışmayı kolaylaştırmak için, kampanyanın koordinatörü bir gönüllüden karoları kenarlarının paralelliğine göre sınıflandırmasını istedi.



- Eski karolardan birinin iki çift paralel zıt kenarı vardır. Bu karo ne tür bir dörtgendir?
- Yeni karolardan birinin yalnızca bir çift paralel kenarı vardır. Bu karo ne tür bir dörtgendir?
- Eski karoların bazı kalıntılarının paralel kenarları yoktur. Bu karolar ne tür bir dörtgendir?
- Her kategoriden bir dörtgen çizin (iki çift paralel kenarı olan, bir çift paralel kenarı olan ve paralel kenarı olmayan). Her çizimde, paralel olan kenarları etiketleyin.

Çözüm:

- İki çift paralel kenarı olan bir karoya paralelkenar denir.
- Bir çift paralel kenarı olan bir karoya yamuk denir.
- Paralel kenarı olmayan bir karoya yamuk denir.
- Paralel kenar çiftleri mavi, kırmızı veya yeşil renktedir.

**Alıştırma 3**

Ana bahçesinde bir bahçe oluşturmak istiyor. Dörtgen şeklindeki parsellere farklı şekillerde çiçek ve sebze dikmeyi planlıyor. İşte yaptığı plan:

- Ana'nın yaptığı planda her parsel ne tür bir dörtgendir?
- Kenarları en kolay nasıl ölçüp paralel olup olmadıklarını nasıl belirleyebilir?
- Anna, parsellerin her birinde, parselin zıt köşelerini birleştiren bir yol yapmak istiyor. Yolun her parseli iki üçgene böleceğinden nasıl emin olabilir?
Cevabınızı açıklayın.



Şimdiye kadar öğrendiğiniz tüm kavramları içine katacağınız dörtgen kavramı için bir zihin haritası oluşturun.

Defterinizdeki soruları cevaplayın.

- Dörtgenleri kenarlarının paralellğine göre doğru sınıflandırıyor muyum?
- Farklı dörtgen türleri için terimleri (paralelkenar, yamuk, yamuk) doğru kullanıyor muyum?
- Dörtgenler hakkındaki anlayışımı nasıl değerlendirirsiniz? (1'den 5'e kadar, 1 tamamen yanlış anlaşılmış, 5 ise tamamen anlaşılmış anlamına gelir).

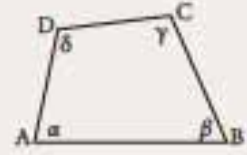
Emin olmadığınız terimler için derse geri dönün.

Bireysel çalışma

1. Bir dörtgenin temel elemanları nelerdir?

2. ABCD dörtgeni için şunları yazın:

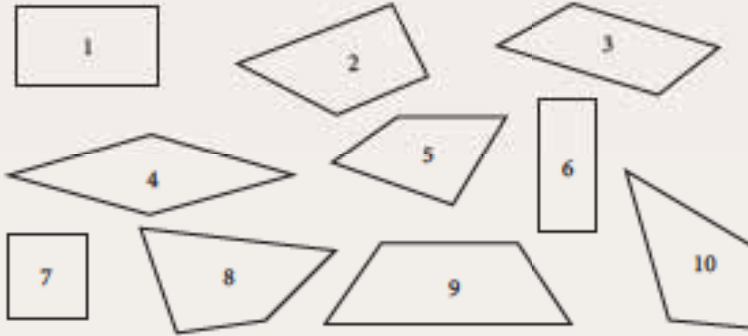
- a) iki bitişik köşe
- b) iki bitişik kenar
- c) iki zıt açı



3. Hangisi doğrudur?

- a) Her dörtgenin yalnızca bir çift zıt köşesi vardır.
- b) Her dörtgenin yalnızca iki çift bitişik kenarı vardır.
- c) Her dörtgenin iki köşegeni vardır.

4. Çizimdeki dörtgenleri, kenarlarının paralellğine göre sınıflandırın.



5. m ve n paralel iki doğru çizin ve ardından bunları l ve k paralel iki doğruyla kesiştirin. Doğruların kesişim noktalarını harflerle işaretleyin.

- a) Ne tür bir dörtgen elde ettiniz?
- b) Bu dörtgenin iç ve dış açılarını adlandırın.
- c) Her iç açının ve karşılık gelen dış açının ölçüsü nedir? Bir açıölçer kullanın.

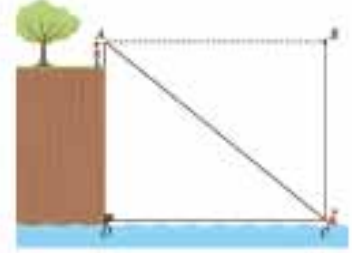
6. MNPQ dörtgeni çizin ve köşegenlerini çizin. Bir dörtgenin köşegeninin ne olduğunu açıklayın (yazın).

7. m ve n olmak üzere iki paralel çizgi çizin. m doğrusu üzerinde M ve N olmak üzere iki nokta, n doğrusu üzerinde ise P noktasını işaretleyin. Ardından, ortak köşeleri M, N ve P olan bir paralelkenar ve bir yamuk çizin.

Dörtgenin Açılarının Toplamı

Şimdiye kadar farklı dörtgenlerle karşılaştın (paralelkenar, yamuk, yamuksu dörtgen). Bu dörtgenler farklı görünse de ortak bir özelliğe sahiptirler – iç açıları toplamı her zaman aynıdır!

Bu derste şunları öğreneceksin: Her dörtgenin açıları toplamını nasıl hesaplayacağını; neden tüm dörtgenlerin açıları toplamı şekillerine bakılmaksızın aynı olduğunu; bu özelliği geometri sorularını ve problemlerini çözmek için nasıl kullanacağını.



Örnek 1

Bir mimar, açıları 65° ve 75° olan üçgen şeklinde bir pencere tasarlamayı planlıyor. Bu pencere ne tür bir üçgendir?

Çözüm Yönergesi: Üçgenin bilinmeyen açısını belirle ve üçgenin türünü bulmak için bu açığı kullan.

Alıştırma 1

Üçgen ABC'de bir açı $32^\circ 44'$ ve ikinci açı verilen açının iki katıdır. Üçüncü açı kaç derecedir?

Örnek 2

Dörtgen MNPQ'nun açıları toplamını hesapla.

Çözüm:

Bir dörtgenin açıları toplamı $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 'dir.

MNPQ dörtgeninde MP köşegeni çizildiğinde dörtgen iki üçgene ayrılır.

Üçgen MNP için: $\angle 1 + \beta + \angle 3 = 180^\circ$ (üçgenin açıları toplamı).

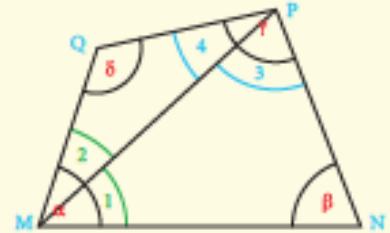
Üçgen MPQ için: $\angle 2 + \delta + \angle 4 = 180^\circ$ (üçgenin açıları toplamı).

Bu iki eşitliğin sol taraflarını ve sağ taraflarını ayrı ayrı toplarsak: Şekil

$$\angle 1 + \angle 2 + \beta + \angle 3 + \angle 4 + \delta = 2 \cdot 180^\circ$$

$\angle 1 + \angle 2 = \alpha$ ve $\angle 3 + \angle 4 = \gamma$ olarak yerine koyarsak:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ.$$





Her dörtgende, iç açların toplamı 360° ya da bir tam açıya eşittir.

Örnek 3

Dörtgen ABCD'nin dış açları toplamını bulun.

Çözüm:

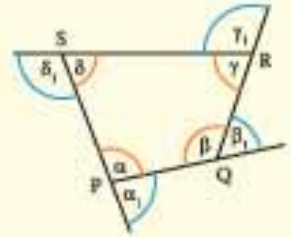
Her iç açı ile ona karşılık gelen dış açı düz bir açı oluşturur, yani:

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ; \quad \beta + \beta_1 = 180^\circ; \quad \gamma + \gamma_1 = 180^\circ; \quad \delta + \delta_1 = 180^\circ$$

Bu eşitliklerin sol taraflarını ve sağ taraflarını ayrı ayrı toplarsak:

$$(\alpha + \beta + \gamma + \delta) + (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1) = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ.$$

Çünkü $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$ (iç açların toplamı) dış açların toplamı elde edilir. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$



Her dörtgende, dış açların toplamı 360° ya da bir tam açıya eşittir.

Başka bir deyişle, dörtgendeki iç açların toplamı ile dış açların toplamı eşittir ve 360° 'dir.

Alıştırma 2

Bir dörtgenin üç dış açısı 72° , 141° ve 55° dir. Dördüncü dış açığı ve dörtgenin iç açlarını bulun.

Örnek 4

Okul bahçesini düzenleyecek okul takımının bir üyesinin ve bahçe dörtgen şeklinde. Bahçenin üç iç açısı 90° , 110° ve 89° dir. Dördüncü iç açı kaç derecedir? Dörtgenin her bir dış açısını bulun.

Çözüm:

Bir dörtgenin iç açları toplamı 360° dir ve verilen üç açının toplamı: $90^\circ + 110^\circ + 89^\circ = 289^\circ$.

Dördüncü açı: $360^\circ - 289^\circ = 71^\circ$.

Bir iç açı ile ona karşılık gelen dış açı düz açı oluşturur, yani örneğin 110° lik açı için:

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

Diğer dış açları da bulun.

Alıştırma 3

Parkta açıları 90° ve 120° olan dörtgen şeklinde bir saksı var. Saksının diğer iki açısının toplamı ne kadardır?

Bir dörtgende üç iç açının toplamı dördüncü iç açya eşit olabilir mi?

Bir dörtgende tüm iç açların dar açı (90° 'den küçük) olması mümkün müdür?

Defterine yanıt yaz. Anlamayı geliştirmek için gerekirse derse geri dön.

1. Dörtgenin açıları hakkında ne öğrendim?
2. Bu derste öğrendiklerimde anlamakta veya uygulamakta zorlandığım noktalar neler?
3. Anlamamı geliştirmek için ne yapabilirim?

Bireysel çalışma

1. Dörtgen ABCD'de $\angle A = 75^\circ$, $\angle B + \angle C = 210^\circ$. $\angle D$ kaç derecedir?
2. Bir dörtgende üç dış açı 120° , 80° ve 100° 'dir. Dördüncü dış açıyı bulun.
3. Bir dörtgende iki iç açı 120° ve 65° , diğer iki açı toplamı kaç derecedir?
4. Tüm iç açıları 90° 'den büyük olan bir dörtgen var mı? Cevabını açıkla.
5. Bir dörtgende ölçülen açılar: $\alpha = 75^\circ 20'$, $\beta = 130^\circ 10'$ ve $\delta = 160^\circ$. Ölçümde hata var mı? Cevabını açıkla.
6. Bir dörtgende iki açı birbirine eşittir. Diğer iki açı 70° ve 150° 'dir. Bilinmeyen açılarının büyüklüğünü bulun.
7. Bir dörtgende bir açı 40° , ikinci açı ondan 13° büyük, üçüncü açı ilk iki açının toplamının iki katıdır. Dörtgenin açılarını bulun.
- 8.* Bir dörtgen şeklindeki parselin bir köşegeni, parseli bir eşkenar ve bir ikizkenar dik üçgen olacak şekilde böler. Parselin iç açılarını bulun.
- 9.* Bir dörtgende iki komşu açı 98° ve 108° 'dir. Bu açılarının açıortayları arasındaki açıyı bulun.

Paralelkenar ve Özellikleri

Önceki derste dörtgenlerin önemli bir türü olan paralelkenarla tanıştın. Paralelkenar, karşılıklı kenarları paralel ve eşit olan bir dörtgendir. Bu tür dörtgenin birlikte inceleyeceğimiz ilginç özellikleri vardır. Paralelkenarın özelliklerini anladıktan sonra bunları farklı soruları çözerken ve geometrik problemleri ele alırken kullanabileceksin.



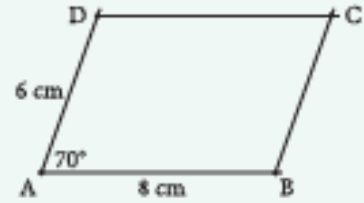
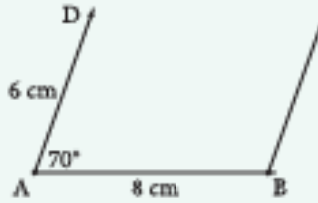
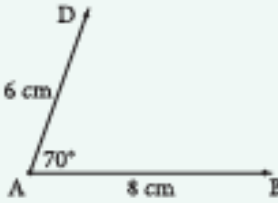
Örnek 1

Parktaki yollardan biri paralelkenar şeklindedir. Yolun bir kenarının uzunluğu 12 metre, komşu kenarının uzunluğu ise 8 metredir. Bu kenarlar arasında kalan dar açı 70° 'dir. Ölçek kullanarak yolu çiz. Çizim için kullanacağın paralelkenarın özellikleri nelerdir?

Çözüm:

Paralelkenarı çizmek – paralelkenarın karşılıklı iki kenarı paralel olmalıdır. Adım adım (Ölçek kullanılmıştır):

1. Verilen uzunluklarda iki kenarı, aralarındaki açı 70° olacak şekilde çizer ve köşeleri A, B, D olarak işaretleriz.
2. B noktasından, AD kenarına paralel bir yarı doğru çizeriz.
3. D noktasından, AB kenarına paralel bir yarı doğru çizeriz.
4. İki yarı doğrunun kesişim noktasını paralelkenarın dördüncü köşesi C olarak işaretleriz.

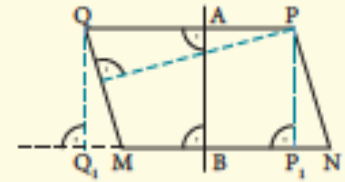


Örnek 2

Paralelkenarın yüksekliğini çiz.

Çözüm:

Paralelkenar MNPQ'da MN ve PQ karşılıklı kenarlarına dik olan p doğrusu çizilmiştir. p doğrusu üzerindeki AB doğru parçası, bu kenarlara ait paralelkenarın yüksekliği olarak adlandırılır. QQ₁ ve PP₁ doğru parçaları da yükseklik olup, yükseklikle aynı uzunluğa sahiptir. Yani paralelkenarın karşılıklı paralel kenarları arasındaki mesafe her yerde eşittir.



Diğer paralelkenar yüksekliği, diğer paralel kenar çifti MQ ve PN arasındaki mesafedir (örneğin, P köşesinden QM kenarına indirilen dik doğru gibi).

Paralelkenarın yüksekliği, bir köşeden karşı kenara indirilen dik çizgidir. Bu doğru parçasının uzunluğu, karşılıklı paralel kenarlar arasındaki mesafeye eşittir.

Alıştırma 1

Bir köşeden kaç tane yükseklik çizilebilir? Rastgele bir paralelkenar çiz. Seçtiğin bir köşeden yükseklikleri çiz.

Paralelkenar bir dörtgendir, bu nedenle iç açılarının toplamı ve dış açılarının toplamı 360° 'dir.

Örnek 3

Birden fazla farklı paralelkenar çiz. Her birine bir diyagonal (kısa ya da uzun olan) çiz. Paralelkenarları kesin ve her birini çizdiğin diyagonale göre iki parçaya ayır.

- Bir paralelkenarı bir diyagonalı boyunca kestiğinde oluşan üçgenler nasıldır?
- Paralelkenarın karşılıklı kenarları nasıldır?
- Paralelkenarın karşılıklı açıları nasıldır?
- Paralelkenarın komşu açıları nasıldır?

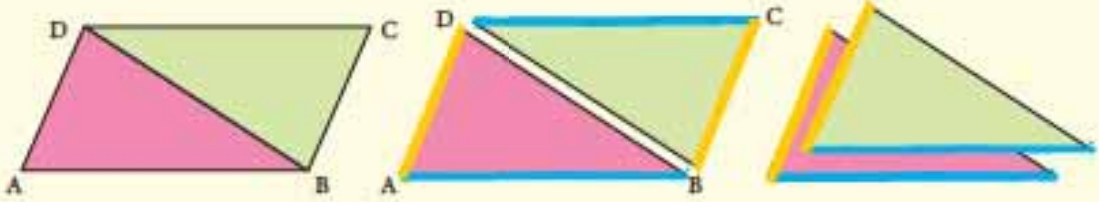
Çözüm:

- Bir paralelkenar bir diyagonalı boyunca kesildiğinde, şekil ve büyüklük olarak aynı iki üçgen elde edilir.

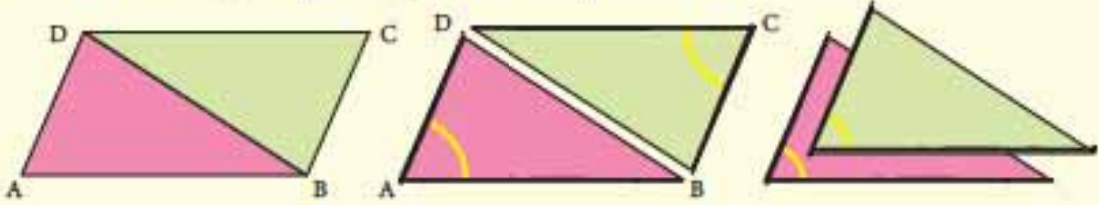


Her diyagonal, paralelkenarı şekil ve büyüklük olarak aynı iki üçgene böler.

b) Paralelkenarın karşılıklı kenarları uzunluk olarak eşittir.

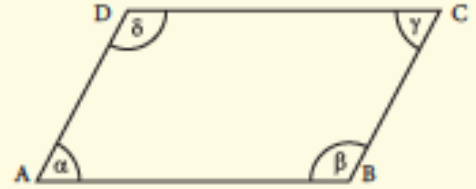


c) Paralelkenarın karşılıklı açıları büyüklük olarak eşittir.



Her paralelkenarda karşılıklı kenarlar uzunluk olarak eşittir.
Her paralelkenarda karşılıklı açıları büyüklük olarak eşittir.

d) Paralelkenarın komşu açıları nasıldır?
Paralelkenar ABCD için şekilde verilmiştir:
 $AB \parallel CD$ ve $AD \parallel BC$ 'dir. AD doğrusu, AB ve CD paralel doğrularını kestiğinde oluşan α ve β açıları ters iç açılarıdır ve toplamı 180° 'dir. Bu özellik, herhangi iki komşu açı için de gösterilebilir.



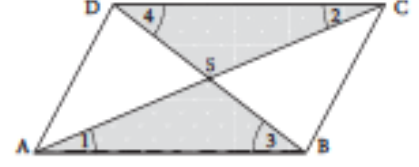
Her paralelkenarda komşu açılar bütünlerdir, yani ölçüleri toplamı 180° 'dir.

Alıştırma 2

Bir paralelkenarda iki karşılıklı açının toplamı 158° 'dir. Paralelkenarın açılarını hesapla.

Örnek 4

Birden fazla farklı paralelkenar çiz.
Her paralelkenarda, şekilde gösterildiği gibi iki diyagonal çiz ve kesişim noktasını S olarak işaretle. Diyagonaller boyunca paralelkenarları kes.



- Hangi üçgen çiftleri şekil ve büyüklük olarak aynıdır?
- AS ile SC'nin ve BS ile SD'nin uzunluklarını karşılaştır.
- Ne sonuç çıkarabilirsin?

Çözüm:

- Her paralelkenar diyagonalleri boyunca kesildiğinde dört üçgen oluşur. Şekildeki üçgen çiftlerinden şekil ve büyüklük olarak eşit olanlar şunlardır:
 $\triangle ASB$ ile $\triangle CSD$,
 $\triangle ASD$ ile $\triangle CSB$.
- $\overline{AS} = \overline{SC}$ ve $\overline{BS} = \overline{SD}$ 'dir.
- Paralelkenarın diyagonalleri S noktasında kesişir ve bu nokta onların orta noktasıdır.

Paralelkenarın diyagonalleri birbirini ortalar. (tam yarıdan ayırır)

Alıştırma 3

Paralelkenar MNPQ'da diyagonallerin kesişim noktası S'dir. Eğer $\overline{SP} = 8,5$ cm ve $\overline{SQ} = 5,7$ cm ise, diyagonallerin uzunluklarını belirle.

Örnek 5

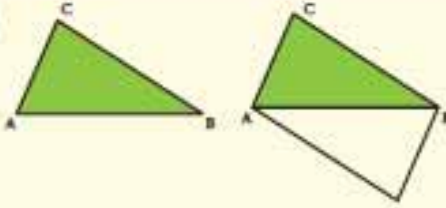
Valbona'nın üçgen şeklinde bir kolyesi vardı. Kolyesini bir kuyumcuya götürdü çünkü onu bir paralelkenar şekline tamamlamak istedi.

- ABC üçgeni hakkında verilen bilgilere dayanarak kolyeyi çiz: $\overline{AB} = 2,5$ cm, $\overline{AC} = 1,5$ cm ve aralarındaki açı 60° .
- Elde ettiğin çizimi bir paralelkenara tamamla.
- Kaç farklı tamamlama yapılabilir?

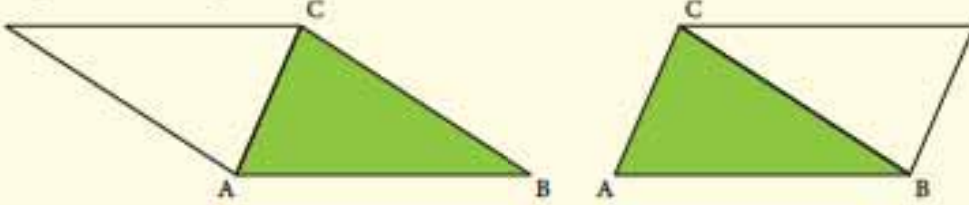
Çözüm:

- Gerekirse, "Üçgenin İnşası" başlıklı dersten, iki kenar ve aralarındaki açı verildiğinde üçgen çizim adımlarını hatırla.

b)

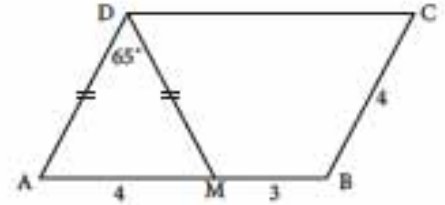


c) Diğer tamamlama yolları

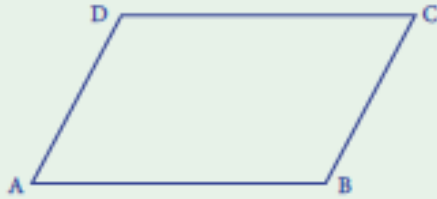


Alıştırma 4

Şekilde ABCD paralelkenarı verilmiştir.
ABCD'nin açılarını ve kenar uzunluklarını belirle



ABCD paralelkenarı eksenal (eksene göre) simetrik bir 2D şekil midir?
Cevabını açıkla.



Soruları defterine cevapla.

Cevabın EVET olduğu sorularda açıklama ve örnek yaz.

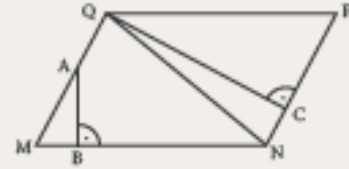
HAYIR olan sorular için derse geri dön ve ilgili örneği incele.

1. Paralelkenarın özelliklerini sayabiliyor muyum? EVET/HAYIR
2. Paralelkenarın özelliklerini problem çözmede uygulayabiliyor muyum? EVET/HAYIR
3. Paralelkenarın özellikleri konusundaki bilgimi nasıl geliştirebilirim?

Bireysel çalışma

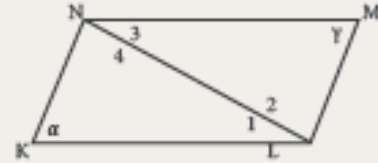
1. Dörtgen MNPQ bir paralekenardır. Çizimdeki hangi doğru parçası:

- a) onun diyagonalidir?
b) onun yüksekliğidir?

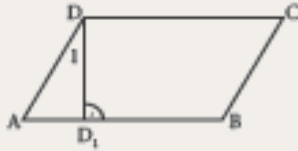


2. ABCD paralekenarını çiz ve sonra D köşesinden yükseklikleri çiz.

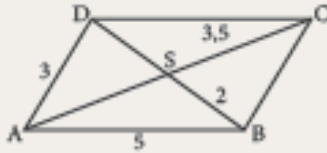
3. KLMN paralekenarında şekilde bir diyagonal çizilmiştir. Açı 1, 2, 3 ve 4 için ne söylenebilir? Cevabını açıkla.



4. ABCD paralekenarında $\angle 1 = 42^\circ$ ise, bu paralekenarın diğer açılarını hesapla.

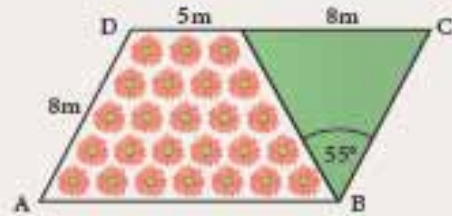


5. ABCD dörtgeni bir paralekenardır. Köşegenlerin uzunluklarını bul. Verilen uzunluklar cm cinsinden gösterilmiştir.



6. MNPQ paralekenarında M köşesindeki açı 106° 'dir. Paralelkenarın diğer açılarını belirle.

7. Bir peyzaj mimarı, şekli paralelkenar olan bir bahçe alanını düzenlemek istiyor. Bu alan iki kısma ayrılmış: bir kısmı trapez şeklinde bir çiçeklik, diğer kısmı üçgen biçiminde bir çim alanıdır. Bahçe çit ile çevrilecektir. Bunun için kenar uzunlukları ve açı büyüklükleri gerekmektedir. Çizimi kullanarak istenen kenar uzunluklarını ve açıları belirle.



- 8.* MNPQ paralekenarında ($\angle Q > 90^\circ$) MN ve NP kenarlarına yükseklikler indirilmiştir. Bu yükseklikler arasındaki açı:

- a) 80° ise b) 45° ise, paralelkenarın açılarını hesapla.

Paralelkenar Türleri ve Özellikleri

Paralelkenar, karşılıklı iki kenar çifti paralel olan bir dörtgendir. Bu iki boyutlu şekil, birçok diğer geometrik kavramın anlaşılması için temel oluşturur ve gerçek hayatta, bilimde ve teknolojinin çeşitli alanlarında geniş bir uygulama alanına sahiptir.

Bu derste farklı paralelkenar türleriyle tanışacaksın. Her bir paralelkenarın kendine özgü özellikleri vardır ve bu özellikleriyle diğerlerinden ayrılır. Ancak tüm paralelkenarlar ortak temel özellikleri paylaşır. Örneğin, karşılıklı kenarlar her zaman paralel ve eşittir, karşılıklı açılar da eşit büyüklüktedir.

Bu ders boyunca paralelkenar türlerini inceleyecek ve onların özel özelliklerini not edeceğiz. Paralelkenarları diğer iki boyutlu şekillerden nasıl ayırt edebileceğini ve özelliklerini problem çözmede nasıl kullanabileceğini öğreneceksin.



Örnek 1

Her çizimi ayrı ayrı incele ve soruları yanıtla:

İki doğru $a \parallel b$ ve iki doğru $c \parallel d$ vardır, öyle ki a doğruyu c doğrusu keser $\perp$. (dik açı ile)	
İki doğru $a \parallel b$ ve iki doğru $c \parallel d$ vardır, ancak a ile b arasındaki mesafe, c ile d arasındaki mesafeye eşittir.	
İki doğru $a \parallel b$, $c \parallel d$ $a \perp c$ olan diğer iki paralel doğruyla kesişir. Ayrıca, c ile d arasındaki mesafe, a ile b arasındaki mesafeye eşittir.	

- a) Dörtgenler paralelkenar mıdır? Neden?
- b) Her bir paralelkenarın açıları nasıldır?
- c) Her bir paralelkenarın kenarları nasıldır?

Çözüm:

İlk çizimdeki dörtgen bir paralelkenardır, iki çift paralel kenarı vardır ve her bir paralel kenar çifti eşit uzunluktadır. Tüm açıları dik açıdır.

Tüm açıları dik olan paralelkenara dikdörtgen denir.

İkinci çizimdeki dörtgen de bir paralelkenardır, iki çift paralel kenarı vardır ve karşılıklı açıları eşittir. Bu paralelkenarda tüm kenarlar eşit uzunluktadır.

Tüm kenarları eşit olan paralelkenara eşkenar dörtgen (rombus veya romb) denir.

Üçüncü dörtgen paralelkenar olup hem tüm kenarları eşit uzunlukta hem de tüm açıları dik açıdır.

Kenarları eşit ve açıları dik olan paralelkenara kare denir.

Genelde, ne dikdörtgen ne de eşkenar dörtgen olmayan bir paralelkenara romboid deriz.

Alıştırma 1

Paralelkenar ABCD'de P, Q, R ve S noktaları sırasıyla AB, BC, CD ve DA kenarlarının orta noktaları olsun. Bir çizim yap, incele ve PQRS dörtgeninin hangi türden bir dörtgen olduğunu belirle.

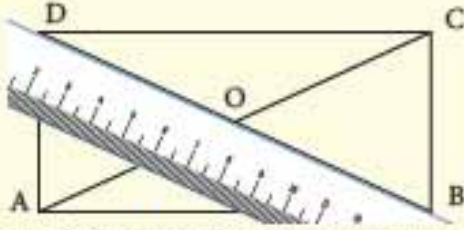
Örnek 2

Defteline şu adımları takip ederek çizim yap:

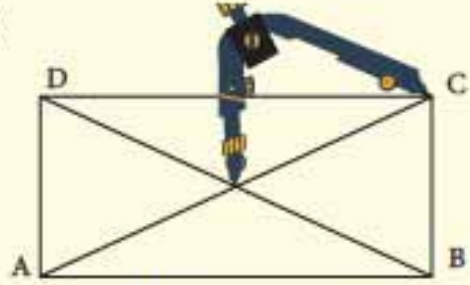
1. Üç farklı dikdörtgen çiz.
2. Her dikdörtgende köşegenleri çiz ve kesişim noktasını O olarak işaretle.
 - a) Her bir dikdörtgende köşegenlerin uzunluğunu ölç ve yaz. Ne sonuç çıkarabilirsin?
 - b) Pergelin ucunu köşegenlerin kesişim noktasına koy ve ucunu bir köşeye aç. Nasıl bir çember çizebilirsin?
 - c) Eğer bir paralelkenarın köşegenleri eşit uzunluktaysa, onun bir dikdörtgen olduğunu söyleyebilir misin? Cevabını açıkla.

Çözüm:

a)



b)



Eğer çizimini dikkatli ve doğru yaptıysan, dikdörtgenin şu özelliklerini elde edersin:

Her dikdörtgende iki köşegen birbirine eşittir.

Her dikdörtgenin köşegenlerinin kesişim noktasını merkez alarak çevresine bir çember çizilebilir.

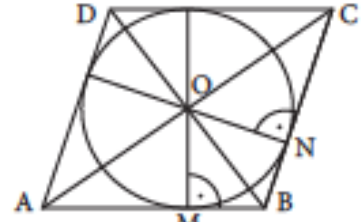
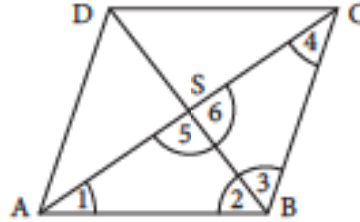
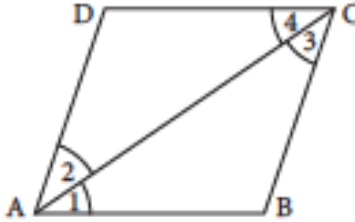
Bir paralelkenarın köşegenleri eşit uzunluktaysa, o paralelkenar bir dikdörtgendir.

Alıştırma 2

Dikdörtgen eksenal simetrikli bir 2D şekil midir? Cevabını açıkla.

Örnek 3

Aşağıdaki çizimleri incele ve rombun özellikleriyle ilgili soruları yanıtla:



- a) Neden $\angle 1 = \angle 2$ ve $\angle 3 = \angle 4$? AC köşegeni $\angle A$ ve $\angle C$ için neyi ifade eder? Aynı şeyi diğer köşegen için de söyleyebilir miyiz?

Rombun köşegenleri karşılıklı açıların açıortaylarıdır.

- b) Neden $\triangle ABS$ ve $\triangle CBS$ şekil ve büyüklük olarak aynıdır? Eşit olan açı çiftlerini yaz. $\angle 5$ ve $\angle 6$ toplamı kaçtır? Neden $\angle 5$ ve $\angle 6$ her biri 90° 'dir? AC ve BD köşegenleri nasıl bir yapı yapar?

Her rombun (eşkenar dörtgen) köşegenleri birbirine diktir.

- c) Romb eksenel (eksene göre) simetridir bir 2D şekil midir? Cevabını açıkla.

Her rombus, karşılıklı açılarının açıortayları olan iki simetri eksenine sahip eksenel simetridir bir 2D şekildir.

- d) Üçgende iç teğet çemberi hatırla. Yukarıda verilen üçüncü çizimi kullanarak rombusun içine neden bir çember çizilebileceğini açıkla.

Her rombusun içine bir çember çizilebilir ve bu çemberin merkezi köşegenlerin kesişim noktasındadır.

Alıştırma 3

Bir paralelkenarın köşegenleri birbirine dikse, o şekil neden bir rombusdur? Açıkla.

Bir paralelkenarın köşegenleri birbirine dikse, o şekil bir eşkenar dörtgendir (rombus).

Her kare, eşit kenarlı bir dikdörtgen veya dik açılı bir eşkenar dörtgen olduğundan, dikdörtgenler ve eşkenar dörtgenler için geçerli olan tüm özellikler kareler için de geçerlidir.

Alıştırma 4

Bir kare çiz ve köşegenlerini çiz. Sonra gerekli ölçümleri yap ve daha önceki sonucu doğrula: karenin, hem dikdörtgenin hem de rombusun tüm özelliklerine sahip olduğunu göster.

Her karenin köşegenleri eşit uzunluktadır ve birbirine diktir.

Örnek 4

Ana ve Boyan 40 cm ve 30 cm boyutlarında bir resim çerçevesi yapmak istiyorlar. Ellerinde sadece kesebilecekleri tahta çubuklar var ve çerçevenin dikdörtgen şeklinde olacağından emin olmak istiyorlar. Paralelkenarların özelliklerini kullanarak çerçevelerinin doğru yapıldığını nasıl kontrol edebilirler?

Çözüm:

Ana ve Boyan önce 40 cm ve 30 cm boyutlarında bir çerçeve oluştururlar; iki uzun kenar birbirine paralel ve eşit uzunlukta, iki kısa kenar da kendi aralarında paralel ve eşit uzunlukta.

Çerçevenin dikdörtgen olup olmadığını kontrol etmek için karşı köşelerden köşegenler çizerler (üst sol köşeden alt sağ köşeye ve üst sağ köşeden alt sol köşeye).

Daha sonra cetvelle köşegenlerin uzunluklarını ölçerler. Eğer köşegenler eşit ise, çerçeve bir dikdörtgendir.

Eğer köşegenler eşit değilse, çerçeve yamulmuştur ve kenarların tekrar paralel ve eşit uzunlukta olması için düzeltilmesi gerekir.

Bu yöntem sadece çerçeve yapımında değil, pencereler, kapılar, masalar veya günlük hayattaki diğer dikdörtgen nesnelerin düzgünlüğünü kontrol etmek için de kullanılabilir.

Alıştırma 5

ABCD karesini çiz. Köşegenlerini ve kenar açıortaylarını çiz.

- Kenarların köşegenlerinin kesişim noktası ile kenar açıortaylarının kesişim noktası ne olur?
- Pergelin ucunu köşegenlerin kesişim noktasına koy. Kaç farklı çember çizebilirsin? Her bir çemberi adlandır, merkezini ve yarıçapını belirt.

Her kare, köşegenlerin kesişim noktasında ortak merkezli bir iç ve dış çembere sahiptir.

Kare eksenel simetrik bir 2D şekil midir? Cevabını açıkla.

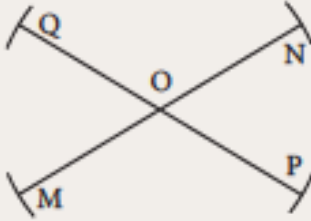
Aşağıdaki soruları defterine yazarak dersteki konuları ne kadar iyi öğrendiğini değerlendir:

- Tüm paralelkenar türlerini (dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar/rombusoid) tanıyıp adlandırabiliyor muyum?
- Bu şekillerin özelliklerini (eşit kenarlar, açıları, köşegenleri) doğru şekilde açıklayabiliyor muyum?
- Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ve romboidi nasıl ayırt edebileceğimi açıklayabiliyor muyum?
- Paralelkenarların özelliklerini kullanarak verilen problemleri çözebiliyor muyum?

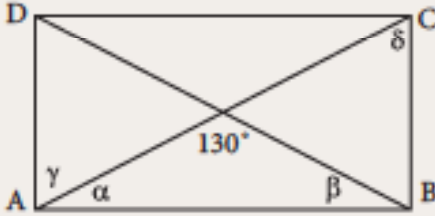
Yanıtını bir örnek veya çizimle destekle. Yanıtlarını arkadaşlarınla paylaş.

Bireysel çalışma

1. Rombus ABCD'de A_1 , B_1 , C_1 ve D_1 noktaları sırasıyla AB, BC, CD ve DA kenarlarının orta noktalarıdır. Bu noktalar birleştirildiğinde nasıl bir paralelkenar elde edilir?
2. a) Dikdörtgen nedir?
b) Eşkenar dörtgen (rombus) nedir?
3. Çizimdeki MN ve PQ doğru parçaları eşit uzunluktadır. Kesişim noktası O'da birbirlerini ikiye bölerler ve MNPQ paralelkenarını oluştururlar. Bu şekil bir dikdörtgen midir? Neden?



4. Kare ve eşkenar dörtgenin (rombusun) ortak özelliklerini yaz.
5. Çizimdeki dikdörtgenin verilen açılarını hesapla.



6. Karenin ve dikdörtgenin ortak özelliklerini say. Hangi özellikleri bakımından birbirlerinden ayrılırlar?
7. Rombus ABCD'de küçük köşegen ile bir kenar arasındaki açı 56° 'dir. Rombusun açılarını hesapla.
- 8.* Bir marangoz atölyesinde, televizyon için ahşaptan bir parça — bir romp şeklinde ayaklık yapılıyor. Ayaklığın kısa köşegeni, rombusun kenar uzunluğuna eşit (0,8 m). Daha işlevsel olması için, ayaklığa rombusun tüm kenarlarına teğet bir daire şeklinde başka bir parça yerleştirilecek. Ayaklığın tasarımını tamamen gösteren bir çizim yap.

Koordinat Düzleminde Eksenel (Eksene Göre) Simetri

Eksenel simetri, düzlemde bir şeklin belirli bir kurala göre, "simetri eksenini" adı verilen bir doğruya göre yansıtılmasıdır. Bu yansıma sonucunda orijinal şekil ile görüntüsü aynen örtüşür ve birbirinin ayna görüntüsü gibi olur.

Bu derste, iki boyutlu bir şeklin koordinat sistemindeki konumunu belirlemeyi ve yansıma sonucunda orijinal şekil ile görüntüsünü karşılaştırmayı öğreneceksin. Ayrıca, eksenel simetriyle ilgili ilginç problemleri çözecek ve bu kavramın günlük yaşamda, sanatta ve bilimde nasıl kullanıldığını daha iyi anlayacaksın.

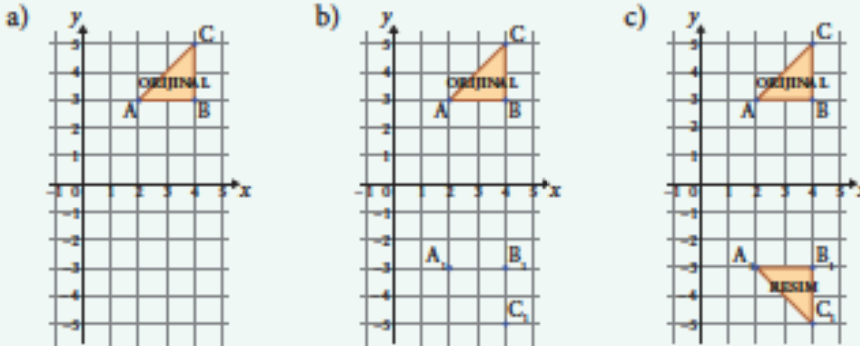


Örnek 1

Bir koordinat sistemi çiz ve aşağıdaki adımları uygula:

- Koordinat düzlemine $\triangle ABC$ üçgenini çiz. Köşelerin koordinatları şunlardır: $A(2, 3)$, $B(4, 3)$ ve $C(4, 5)$.
- A , B ve C köşelerinin x eksenine göre simetrik olan A_1 , B_1 ve C_1 noktalarını belirle.
- $A_1B_1C_1$ üçgeninin köşe koordinatları nedir?

Çözüm:



- c) Üçgen ABC 'nin yansımasının köşe koordinatları şunlardır: $A_1(2, -3)$; $B_1(4, -3)$ ve $C_1(4, -5)$.

Alıştırma 1

Bir koordinat sistemi çiz ve şu adımları uygula:

- $PQRS$ dikdörtgenini koordinat düzlemine çiz. Köşelerin koordinatları şunlardır: $P(-3, 1)$, $Q(-3, 4)$, $R(-6, 4)$ ve $S(-6, 1)$.

- b) PQRS dikdörtgeninin y eksenine simetri eksenine olacak şekilde yansımalarını çiz.
 c) Yeni dikdörtgen $P_1Q_1R_1S_1$ 'in köşe koordinatlarını belirle.

Örnek 2:

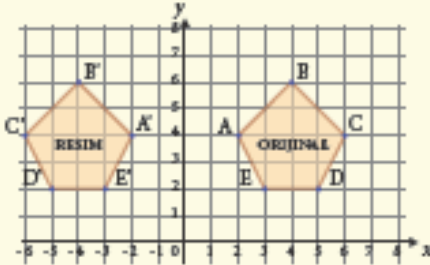
- a) Aşağıdaki köşe koordinatlarına sahip beşgeni koordinat sistemine çiz:
 $A(2, 4)$, $B(4, 6)$, $C(6, 4)$, $D(5, 2)$, $E(3, 2)$.
 b) Beşgen ABCDE'nin y eksenine göre yansımalarını belirle. Beşgenin her köşesinin yansıma koordinatlarını yaz.

Çözüm:

- a) İlk adım: ABCDE beşgeninin her köşe noktasının koordinatlarını koordinat düzlemine yerleştir.



- b) Simetri eksenine göre yansıma uygulama:



Yeni köşe koordinatları şunlardır:

$A(2, 4) \rightarrow A_1(-2, 4)$, $B(4, 6) \rightarrow B_1(-4, 6)$, $C(6, 4) \rightarrow C_1(-6, 4)$, $D(5, 2) \rightarrow D_1(-5, 2)$ ve $E(3, 2) \rightarrow E_1(-3, 2)$

Beşgenin görüntüsü, orijinal şeklin y eksenine göre simetrisidir, yani her köşe noktasının x koordinatı işaret değiştirir (pozitifse negatif olur ve tersi), y koordinatı ise değişmez.

Bu eksenel simetriyle beşgenin köşe noktalarının görüntüleri y ekseninin diğer tarafında ama ona aynı uzaklıktadır.

Ek Düşünme Soruları:

- a) Beşgen ABCDE'nin x eksenine göre simetrisinde ne olur?
 b) Eğer simetri eksenini, $E(0,1)$ noktasından geçen ve x eksenine paralel bir doğru olursa, beşgenin koordinatlarında ne gibi değişiklikler olur?

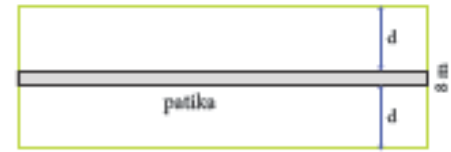
Alıştırma 2

- Aşağıdaki koordinatlara sahip altıgen ABCDEF'i koordinat sistemine çiz: $A(2, 6)$, $B(4, 7)$, $C(6, 5)$, $D(5, 3)$, $E(3, 3)$, $F(2, 4)$.
- Altıgen ABCDEF'in y eksenine göre yansımasını belirle. Altıgenin her köşesinin yansıma koordinatlarını yaz.
- Altıgenin yansıma koordinatlarında ne tür değişiklikler olur?
- *Çizim yapmadan cevaplamaya çalış: Altıgen ABCDEF'in, $F(-3, 0)$ noktasından geçen ve y eksenine paralel olan doğruya göre simetrisinde her köşenin x koordinatları ne olurdu?

Örnek 3

Sen bir mimarsın ve simetrik tasarıma sahip bir bahçe planı hazırlaman gerekiyor.

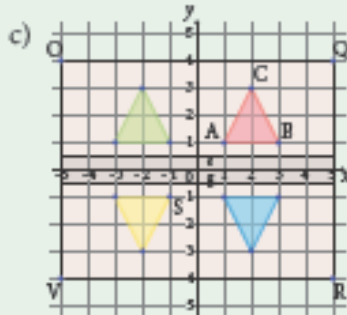
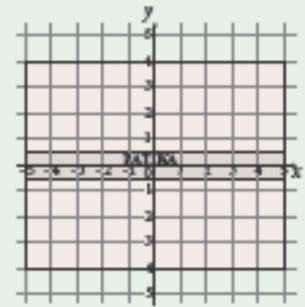
Bahçeye, her biri üçgen şeklinde dört büyük çiçek tarhı yerleştirilecek. Tarhlar öyle yerleştirilecek ki, her biri bahçedeki yürüyüş yoluna göre simetrik olacak.



- Verilen çizime göre, koordinat sisteminde hangi eksen yol olarak seçerdin?
- Üçgen şeklindeki çiçek tarhlarından birinin köşe koordinatlarını seç.
- Simetrik tasarıma sahip bahçeyi çiz.

Çözüm:

- Çizim için en uygun ve en basit seçim, x eksenini verilen yol ile çakıştırmak olur. Ancak bahçede x eksenini yolun tam ortasından geçmelidir. Neden? y eksenini çizerken nelere dikkat edersin? Yolun uzunluğu nedir?
- İlk çiçek tarhı birinci bölgede olsun: Üçgen ABC'nin köşe koordinatları: $A(1, 1)$, $B(3, 1)$ ve $C(2, 3)$. Üçgenin köşe noktalarını seçerken nelere dikkat etmelisin? Birinci bölgede bir köşe noktasının alabileceği en büyük ve en küçük x ve y koordinat değerleri nedir? Cevabını açıkla.



Alıştırma 3

Vera, kozmetik salonundaki bir duvara dört ayna yerleştirmek istiyor. Bunun için şu koşulların sağlanması gerekiyor:

1. Aynalar kare şeklinde olmalı.
 2. Aynalardan birinin köşegeni yere (zemine) dik olmalı.
 3. Diğer bir aynanın kenarı yere paralel olmalı.
- a) Koordinat sisteminde eksenel simetriyi kullanarak aynaların kendi yerleşim planını yap.
- b) Aynaları şu şekilde nasıl yerleştirebilirsin: Örneğin, birinci ve ikinci bölgede (kuadrantta) köşegeni x eksenine dik olan ayna, üçüncü ve dördüncü bölgede ise kenarı x eksenine paralel olan aynalar?

Eksenel simetriyi gerçek hayattaki bir problemi çözmek için nasıl kullanabilirsin? Günlük hayattan simetrinin önemli rol oynadığı somut bir örnek verebilir misin?

Aşağıdaki soruları defterine yanıtla.

Cevabın Evet ise bir örnek yaz. Kısmen veya Hayır ise nedenini açıkla.

1. Verilen bir eksene göre bir noktanın koordinatlarını doğru şekilde okuyabiliyor muyum?
☐ Evet ☐ Kısmen ☐ Hayır
2. Koordinat düzleminde bir çokgenin eksenel simetriye göre görüntüsünü belirleyebiliyor muyum?
☐ Evet ☐ Kısmen ☐ Hayır
3. Eksenel simetriyi gerçek hayattaki durumlara uygulamayı (aynaların yerleşimi gibi) anlayabiliyor muyum?
☐ Evet ☐ Kısmen ☐ Hayır
4. Konuyu daha iyi öğrenmek için ne yapabilirim?
 (Kısa bir cevap yaz.)

Bireysel çalışma

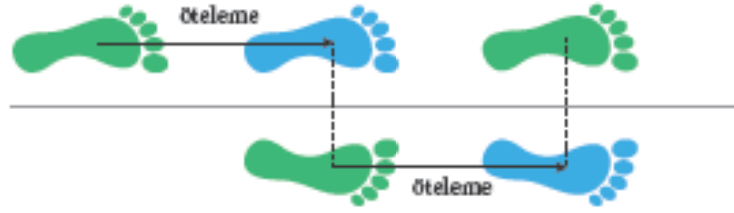
1. Şehir parkında bir dikdörtgen havuz var ve boyutları koordinat düzleminde verilmiş. Havuzun köşe noktaları: $A(2, 3)$, $B(6, 3)$, $C(6, -1)$ ve $D(2, -1)$. Havuzun y eksenine göre simetrik olacak şekilde bir çiçek düzenlemesi planla ve çiçek düzenlemesinin köşe koordinatlarını belirle.
2. Bir etkinlik posterini tasarımı, köşe noktaları $A(-2, 1)$, $B(0, 4)$ ve $C(2, 1)$ olan üçgen şeklinde simetrik bir öge yer alacak. Üçgeni ve x eksenine göre yansımalarını çiz.
3. $A(3, 1)$, $B(5, 1)$, $C(5, -1)$ ve $D(3, -1)$ noktaları bir aynanın yerini belirliyor. $M(0, -3)$ noktasından geçen ve x eksenine paralel olan doğruya göre aynanın yansımalarının köşe koordinatlarını belirle.
4. Bahçede merkezi bir çiçek düzenlemesi, merkezi $(4, 2)$ noktasında ve yarıçapı 2 birim olan bir daire şeklindedir. * Bu dairenin x eksenine göre simetrik konumunu planla, yeni merkezin koordinatlarını yaz ve yeni konumu tarif et.
5. Bir pencere, köşe noktaları $A(1, 1)$, $B(3, 1)$, $C(3, 3)$ ve $D(1, 3)$ olan kare şeklindedir. $K(2, 0)$ noktasından geçen ve y eksenine paralel olan doğruya göre pencerenin yansıma koordinatlarını bul.
6. Banyodaki zemin bir koordinat sistemi ile gösterilmiştir. Bir karo(kiremit), köşe noktaları $A(-2, -1)$, $B(0, -1)$, $C(0, -3)$ ve $D(-2, -3)$ olan bir dikdörtgendir. Bu karonun y eksenine göre simetrik görüntüsünün köşe koordinatlarını belirle.
- 7.* Antik bir yapının zeminini restore ederken, arkeologlar kullandıkları karoların deseninin iki birbirine dik doğruya göre simetrik olduğunu fark ettiler (çizimde verilmiş). Ancak desenin bazı kısımları kırılmış veya silinmiş. Çizimleri kullanarak arkeologlara eski karonun orijinal desenini yeniden çizmeleri için yardımcı ol.



Koordinat Düzleminde Öteleme

Öteleme, bir iki boyutlu şeklin biçimini veya boyutunu değiştirmeden yer değiştirmesidir. Öteleme sırasında, şeklin her bir noktası aynı yönde ve aynı mesafede taşınır.

Bu dersin amacı, bir çokgenin noktalarının yeni koordinatlarını öteleme ile nasıl bulacağını, orijinal şekil ile görüntüsünü nasıl ayırt edeceğini ve ötelemeyi içeren matematik problemlerini nasıl çözeceğini öğrenmendir.

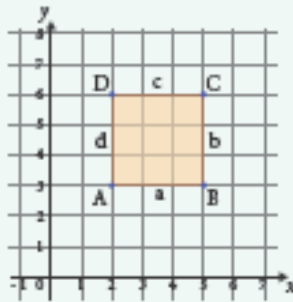


Örnek 1:

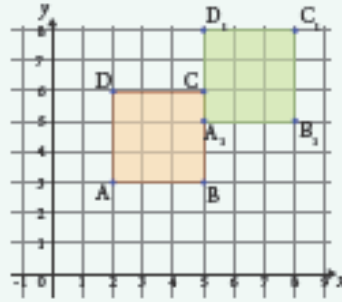
- Koordinat düzleminde, köşe noktaları $A(2, 3)$, $B(5, 3)$, $C(5, 6)$ ve $D(2, 6)$ olan bir çokgen çiz.
- Bu çokgeni, her bir nokta x ekseninde 3 birim sağa ve y ekseninde 2 birim yukarı taşınacak şekilde ötele.
- Öteleme sonucunda oluşan şeklin köşe noktalarının koordinatlarını belirle.

Çözüm:

a)



b)



- Koordinat düzleminde çokgen ABCD'nin öteleme sonucu yeni köşe koordinatları: $A_1(5, 5)$, $B_1(8, 5)$, $C_1(8, 8)$, $D_1(5, 8)$

Alıştırma 1

Koordinat düzleminde köşe noktaları şunlar olan bir beşgen verilmiştir: $A(1, 2)$, $B(4, 2)$, $C(5, 5)$, $D(3, 7)$, $E(1, 6)$. Beşgeni her nokta 4 birim sağa ve 3 birim aşağı taşınacak şekilde ötele. Öteleme sonrasında yeni beşgenin köşe noktalarının koordinatları ne olur?

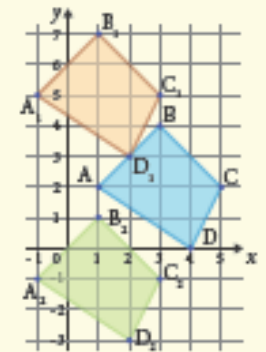
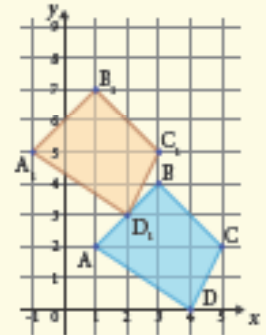
Örnek 2

Koordinat düzleminde köşe noktaları şu şekilde verilen bir çokgen var: $A(1, 2)$, $B(3, 4)$, $C(5, 2)$ ve $D(4, 0)$. Bu çokgeni her nokta 2 birim sola ve 3 birim yukarı taşıyacak şekilde ötele.

- Öteleme sonrasında çokgen ABCD'nin köşe noktalarının koordinatlarını belirle.
- Her noktanın koordinatlarındaki değişimi açıkla (orijinal ve görüntü). Orijinal şekil ile görüntü arasındaki koordinat farkları nedir?
- Eğer öteleme 2 birim sola ve 3 birim aşağı yapılsaydı koordinatlar nasıl değişirdi? Yeni ötelemeyi yap ve köşe koordinatlarını belirle.
- Çokgen ABCD'nin ötelemesini çizmeden, 2 birim sola ve 3 birim aşağı ötelemek için köşe koordinatlarını nasıl hesaplayacağını yaz.
- "Orijinal" ve "görüntü" terimlerinin öteleme bağlamındaki anlamını açıkla. Koordinat sisteminde bu kavramları nasıl ayırt edersin?
- Şu öteleme problemini çöz: $P(2, 3)$ ve $Q(5, 6)$ noktaları için, 1 birim sağa ve 4 birim yukarı öteleme yapıldığında yeni koordinatlar ne olur?

Çözüm:

- Koordinat sisteminden, çokgen ABCD'nin, şekil üzerinde 2 birim sola ve 3 birim yukarıya öteleme ile koordinatlarını okuyabilirsin:
 $A_1(-1, 5)$, $B_1(1, 7)$, $C_1(3, 5)$, $D_1(2, 3)$
- Her bir noktanın koordinatlarındaki değişim, x -koordinatının 2 birim sola ve y -koordinatının 3 birim yukarıya eklenmesi ile elde edilir.
Örneğin: A noktası $A(1, 2)$, yeni nokta $A_1(-1, 5)$ olur; x -koordinatı 2 birim azalmış, y -koordinatı ise 3 birim artmıştır. Aynı değişim çokgen üzerindeki tüm noktalar için geçerlidir.
- Eğer öteleme 2 birim sola ve 3 birim aşağı olsaydı, şekildeki x -koordinatı birinci ötelemeye olduğu gibi azalır, ancak y -koordinatı artmaz, aksine 3 birim azalır.
Yani: $A(1, 2) \rightarrow A_2(-1, -1)$, $B(3, 4) \rightarrow B_2(1, 1)$, $C(5, 2) \rightarrow C_2(3, -1)$, $D(4, 0) \rightarrow D_2(2, -3)$.
- Bu durumda, çokgen ABCD'nin köşe noktalarının koordinatlarının 2 birim sola ve 3 birim aşağıya ötelemesinde, çokgen $A_2B_2C_2D_2$ 'deki köşe noktalarının x -koordinatları, çokgen ABCD'deki köşe noktalarının x -koordinatlarından 2 birim daha küçük ve y -koordinatları ise orijinaldekinden 3 birim daha küçük olur. Yani: $A(1, 2) \rightarrow A_2(-1, -1)$, $B(3, 4) \rightarrow B_2(1, 1)$, $C(5, 2) \rightarrow C_2(3, -1)$, $D(4, 0) \rightarrow D_2(2, -3)$



e) Öteleme bağlamında:

Orijinal: Çokgen, köşelerinin koordinatlarını, öteleme uygulanmadan önceki hâliyle taşır. Bunlar, koordinat sisteminde çokgenin başlangıç konumunu temsil ederler.

Görsel: Ötelemeden sonra köşelerin yeni koordinatları ile yeni bir çokgen, çokgenin yeni bir konuma taşındığını gösterir. Görsel, çokgenin öteleme sonrası konumunu gösterir.

Koordinat sisteminde, orijinal çokgen, noktaların başlangıç konumu ile gösterilirken, görseldeki noktalar öteleme yapıldıktan sonraki yeni konumu göstermektedir.

f) Noktalar $P(2, 3)$ ve $Q(5, 6)$ 'nın, 1 birim yukarıya ve 4 birim sağa ötelenmesi, yeni koordinatları şu şekilde verir: $P(2, 3) \rightarrow P_1(3, 7)$ ve $Q(5, 6) \rightarrow Q_1(6, 10)$

Alıştırma 2

Bir altıgen verilmiştir, köşe noktalarının koordinatları şunlardır: $A(2, 3)$, $B(4, 1)$, $C(6, 2)$, $D(7, 4)$, $E(5, 6)$ ve $F(3, 5)$. Öteleme: 3 birim sağa ve 2 birim aşağı yapılmalıdır.

- Öteleme sonrası altıgenin köşe noktalarının koordinatlarını belirle.
- Her köşe noktasının koordinatlarındaki değişimi açıkla (orijinal ve görüntü). Ötelemeden sonra koordinatlar nasıl değişir?
- Bir cetvelle orijinal altıgenin her kenarının uzunluğunu ölç ve ötelemeden sonraki karşılık gelen kenar uzunluklarıyla karşılaştır. Öteleme noktalar arasındaki mesafeyi değiştirir mi?
- *Eğer öteleme 3 birim sola ve 4 birim yukarı yapılsaydı, öteleme yapmadan tahmini olarak yeni koordinatlar ne olurdu?

Örnek 3

Ana, bir kargo şirketinde çalışıyor. Depoda bulunan iki paketin yeni yerini hesaplaması gerekiyor. Yeni bir sevkiyat geldiğinde, iki paketi aynı öteleme ile taşımak zorunda. Paketlerin başlangıç koordinatları: Paket 1: $A(2, 3)$, Paket 2: $B(5, 4)$.

Öteleme: 6 birim sağa ve 2 birim yukarı.

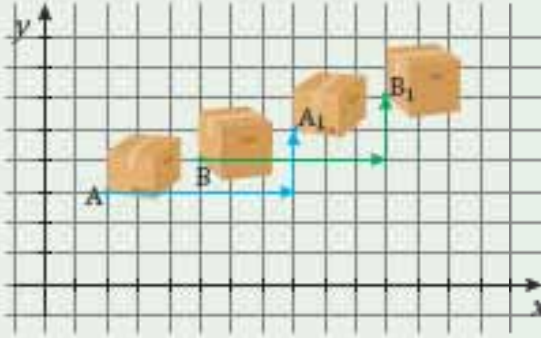
- Taşıma sonrası paketlerin yeni koordinatları ne olur?
- Paketlerin öteleme sonrası yeni koordinatları nasıl hesaplanır?
- Ötelemeden önce ve sonra paketler A ve B arasındaki mesafe nasıl değişir?

Çözüm:

- Paketlerin yeni koordinatları: x koordinatına 6 ekle, y koordinatına 2 ekle. Bu, 6 birim sağa ve 2 birim yukarı ötelenmesini sağlar.

Paket 1, A (2, 3) noktasından ötelendiğinde A1 (8, 5) noktasına taşınır.
Paket 2, B (5, 4) noktasından ötelendiğinde B1 (11, 6) noktasına taşınır.

- b) Paketler A ve B'nin öteleme sonrası yeni koordinatları:
Her paketin x koordinatına 6 eklenir (x ekseninde sağa taşınma nedeniyle).
Her paketin y koordinatına 2 eklenir (y ekseninde yukarı taşınma nedeniyle).
Bu değişiklikler her nokta (paket) için uygulanarak öteleme sonrası yeni konumlar elde edilir.
- c) Paketler arasındaki mesafe, ötelemeden önce ve sonra aynı kalır çünkü öteleme, noktalar arasındaki uzaklığı değiştirmez.



Öteleme, paketlerin konumunu değiştirir ama aralarındaki mesafeyi korur.

Öteleme mesafeleri korur.

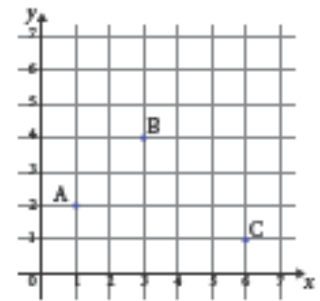
Alıştırma 3

Toni, bir otopark garajında yönetici olarak çalışıyor ve öteleme sonrası arabaların yeni yerleşimini hesaplaması gerekiyor. Garajdaki arabalar, yeni araçlar için daha fazla boş alan yaratmak amacıyla taşınmalıdır.

Arabaların garajdaki başlangıç koordinatları: Araba 1: A(1, 2), Araba 2: B(3, 4), Araba 3: C(6, 1)

Toni, arabaları 2 birim sağa ve 3 birim yukarı taşımak zorunda.

- a) Öteleme uygulandıktan sonra arabaların yeni koordinatları ne olur?
- b) Arabaların yeni koordinatları öteleme ile nasıl hesaplanır?



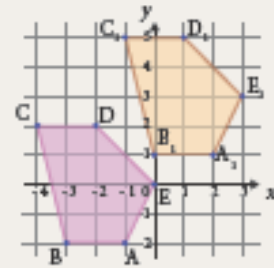
Ötelemenin koordinat düzlemindeki noktalara etkisi, çokgenler veya günlük yaşamdan şekiller gibi geometrik nesnelerin tamamını aynı yönde ve aynı mesafede taşır. Öteleme, şeklin biçimini veya boyutlarını değiştirmez, yalnızca konumunu değiştirir. Örneğin: Bir otoparkta arabaların yerini değiştirmek için her aracı aynı mesafe ve yönde kaydırmak gerekir. Bir odada mobilyaların yerleşimini planlarken kanep, masa veya dolapların tümünü duvara daha yakın taşımak istersen, her noktasını aynı miktarda öteleyerek yeni yerleşim planı oluşturabilirsin. Bu nedenle öteleme, nesnelerin düzenli, doğru ve planlı bir şekilde yeniden konumlandırılmasını sağlar.

Defterine aşağıdaki soruları yanıtla. Her soruya örnek vererek açıklama yap ve arkadaşlarınla paylaş.

1. Koordinat düzleminde öteleme kurallarını açıkça anlayıp uygulayabiliyor muyum?
2. Nokta ve geometrik şekillerin yeni koordinatlarını öteleme sonrası belirleyebiliyor ve konumlarının nasıl değiştiğini açıklayabiliyor muyum?
3. Öteleme ile ekstenel simetri arasındaki farkı açıklayabiliyor muyum?
4. Ötelemeyi gerçek hayattaki pratik problemleri çözmek için nasıl kullandım?

Bireysel çalışma

1. Koordinat düzleminde bir üçgen var ve köşe noktaları: $A(2, 3)$, $B(4, 6)$ ve $C(6, 2)$. Bu üçgen 4 birim sola ve 2 birim yukarı taşındığında köşe noktalarının yeni koordinatları ne olur?
2. Koordinat düzleminde bir kare var ve köşe noktaları: $A(1, 1)$, $B(1, 4)$, $C(4, 4)$, $D(4, 1)$. Bu kareyi 2 birim sağa ve 3 birim aşağı taşı. Yeni köşe koordinatlarını yaz.
3. $P(2, 4)$ ve $Q(5, 8)$ noktalarından geçen bir doğru verilmiştir. Bu doğruyu 2 birim sola ve 2 birim yukarı taşıdığında yeni noktalar P_1 ve Q_1 ne olur?
4. Aşağıdaki paralelkenarın görüntüsü verilmiş: $A(0, 0)$, $B(4, 2)$, $C(5, 5)$, $D(1, 3)$. Bu paralelkenar, 5 birim sağa ve 1 birim yukarı ötelenerek elde edilmiş. Orijinal paralelkenarın köşe koordinatlarını yaz.
- 5.* a) Orijinalin (pembe çokgen) ve görselin (turuncu çokgen). koordinatlarını yaz
b) Çokgen kaç birim x ekseninde, kaç birim y ekseninde ötelenmiştir?



Çokgen Döndürme ve Uygulaması

Düzlemde dönme-döndürme (rotasyon), bir koordinat sisteminde geometrik şekillerin konumunu değiştiren temel geometrik dönüşümlerden biridir. Bu derste, bir çokgeni belirli bir açıyla verilen bir nokta etrafında nasıl döndüreceğini öğreneceksin. Çokgenin köşe noktalarının yeni konumunu nasıl belirleyeceğini ve dönme sonrası koordinatlarının nasıl değiştiğini göreceksin.

Ayrıca, dönüş açısı ve yönü gibi dönmenin temel ilkelerini inceleyecek ve bu kavramları günlük yaşamdan pratik problemleri çözmek için kullanacaksın.

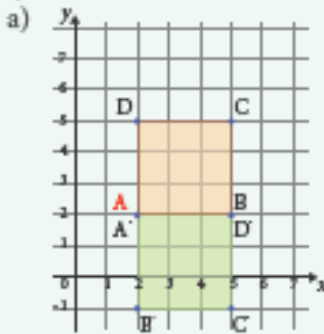


Örnek 1

Köşe noktalarının koordinatları şu şekilde verilen bir kare var: $A(2, 2)$, $B(5, 2)$, $C(5, 5)$ ve $D(2, 5)$.

- Kareyi, A köşesi etrafında saat yönünde 90° döndür.
- Verilen bu dönüşte, kare $ABCD$ 'nin görüntüsü olan kare $A'B'C'D'$ 'nin köşe koordinatlarını yaz

Çözüm:



- 90° lik dönüşten sonra, A etrafında dönen yeni kare (görüntü) $A'B'C'D'$ 'nin köşe noktalarının koordinatları: $A'(2, 2)$, $B'(2, -1)$, $C'(5, -1)$ ve $D'(5, 2)$.

Alıştırma 1

ABCDE beşgeni verilmiştir ve köşe noktalarının koordinatları şunlardır: A(1, 2), B(3, 2), C(4, 4), D(2, 5) ve E(0, 4). Bu beşgeni, A(1, 2) noktası etrafında saat yönünün tersine 90° döndür.

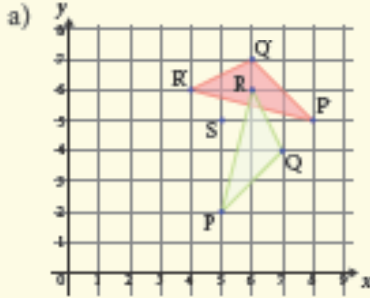
- Yeni noktaların B' , C' , D' ve E' koordinatları nedir?
- Beşgenin konumu dönme sonrasında nasıl değişir?
- Orijinal şekil ve görüntü aynı biçim ve boyutta mı kalır? Açıkla.

Örnek 2

P(5, 2), Q(7, 4) ve R(6, 6) noktaları, $\triangle PQR$ üçgeninin köşe noktalarıdır.

- $\triangle PQR$ üçgenini S(5, 5) noktası etrafında saat yönünün tersine 90° döndür.
- S etrafında 90° döndürme sonrası P' , Q' ve R' noktalarının yeni koordinatlarını belirle.
- $\overline{PQ}$ uzunluğunu ölç ve $\overline{P'Q'}$ uzunluğu ile karşılaştır. Ne fark ediyorsun?
- Üçgen dönüşten sonra biçimini ve boyutunu korur mu? Açıkla.
- Yeni üçgenin konumu başlangıçtaki üçgene göre nasıl olur?

Çözüm:



- Dönüşle elde edilen üçgenin köşe noktalarının koordinatları şunlardır: $P'(8, 5)$, $Q'(6, 7)$, $R'(4, 6)$.
- P ile Q arasındaki mesafe, P' ile Q' arasındaki mesafe ile aynıdır; yani $\overline{PQ} = \overline{P'Q'}$. Aynı durum diğer karşılık gelen noktalar arasındaki mesafeler için de geçerlidir. Dönme, noktalar arasındaki mesafeyi korur.
- Üçgen, dönüşten sonra şeklini ve boyutunu korur. Dönme işlemi kenar uzunluklarını veya açı ölçülerini değiştirmez. Sadece koordinat düzlemindeki konumu değişir.
- Yeni üçgenin konumu farklıdır — bu, dönme açısına ve yönüne bağlıdır, ancak şekil ve büyüklük bakımından başlangıçtaki ile aynıdır.

Alıştırma 2

ABCD dörtgeni verilmiştir ve köşe noktalarının koordinatları şunlardır: $A(2, 3)$, $B(4, 3)$, $C(4, 5)$ ve $D(2, 5)$. Bu dörtgeni $S(1, -1)$ noktası etrafında saat yönünde 90° döndür.

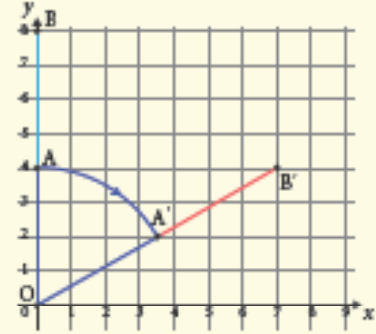
- Dönüşten sonra A' , B' , C' ve D' noktalarının koordinatları nedir?
- Orijinal şekil ve görüntü aynı büyüklükte midir? Açıkla.

Örnek 3

Doğru parçası AB 'yi $O(0, 0)$ noktası etrafında saat yönünde 60° döndür. $A'B'$ doğru parçasının uç noktalarının koordinatları nedir?

Çözüm:

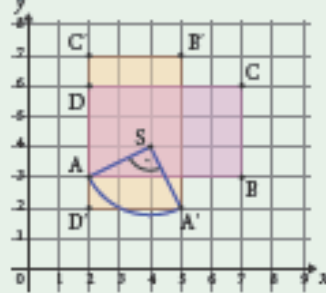
Koordinat düzleminde, dönüş sonrası doğru parçası AB 'nin görüntüsünün uç noktalarının koordinatlarını okuyup yaz.



Örnek 4

Bir şehir parkı yürüyüş yolu planında mimar, yolun koordinat düzlemindeki yerini belirlemiştir. Yol dikdörtgen şeklindedir ve köşe noktalarının koordinatları şunlardır: $A(2, 3)$, $B(7, 3)$, $C(7, 6)$ ve $D(2, 6)$. Mimar, yürüyüş yolunu $S(4, 4)$ noktası etrafında saat yönünün tersine 90° döndürerek yeni bir görünüm oluşturmak istiyor. Dönüşten sonra yolun köşe noktalarının yeni koordinatlarını belirle.

Çözüm:



Çizimden okunarak yeni yolun köşe noktalarının koordinatları şu şekilde elde edilir: $A'(5, 2)$, $B'(5, 7)$, $C'(2, 7)$, $D'(2, 2)$.

Bir çokgenin verilen bir nokta etrafında döndürülmesi onun şekli ve boyutu üzerinde nasıl bir etki yapar? Dönme sırasında çokgenin tüm köşe noktaları eşit şekilde ve aynı kurala göre mi hareket eder? Köşe noktalarının konumları farklı açılarla döndürüldüğünde ne olur? Doğal veya coğrafi bağlamlarda dönüş merkezi neden önemlidir? Araştır ve açıkla.

Defterine yaz: Dönme adımlarını anlama konusunda kendini yeterli hissediyor musun? Bir dahaki sefere daha iyi ne yapabilirsin?

Bireysel çalışma

Bir dönme hangi özelliklerle tanımlanır?

1. $\triangle ABC$ üçgeni verilmiştir, köşe noktaları: $A(2, 3)$, $B(5, 5)$ ve $C(4, 8)$. Bu üçgeni $S(4, 4)$ noktası etrafında saat yönünün tersine 90° döndür.
 - a) Dönüşten sonra A' , B' ve C' noktalarının yeni koordinatları ne olur?
 - b) Üçgenin konumu ilk konumuna göre nasıl değişir?
2. Köşe noktaları $A(1, 1)$, $B(5, 1)$, $C(5, 4)$ ve $D(1, 4)$ olan bir dikdörtgen verilmiştir. Bu dikdörtgeni, köşegenlerinin kesişim noktası etrafında 180° döndür.
 - a) Dönüşten sonra dikdörtgenin köşe noktalarının koordinatlarını belirle.
 - b) Dönmeden önce ve sonra dikdörtgenin konumundaki fark nedir?
 - c) Köşegenlerin kesişim noktası dönüş merkezi olduğunda bu durum dönüşü nasıl etkiler?
3. Aşağıdaki köşe noktalarına sahip bir çokgen verilmiştir: $A(1, 2)$, $B(3, 4)$, $C(5, 2)$, $D(4, 0)$ ve $E(2, 0)$. Bu çokgeni $O(0, 0)$ noktası etrafında saat yönünün tersine 270° döndür.
 - a) Dönüşten sonra A' , B' , C' , D' ve E' noktalarının yeni koordinatlarını belirle.
 - b) Bu dönüş çokgenin noktalarının başlangıçtaki konumuna göre nasıl bir yer değişikliği yaratır?
 - c) Koordinat başlangıcı etrafında döndürme işlemi geometrik problemler çözümünde ne sıklıkla ve hangi durumlarda kullanılır? Araştır ve açıkla.
4. Köşe noktaları $A(2, 3)$, $B(6, 4)$ ve $C(5, 7)$ olan bir üçgen verilmiştir. Bu üçgeni kendi ağırlık merkezi (ağırlık merkezi=üçgenin ortası) etrafında saat yönünün tersine 30° döndür.
 - a) Dönüşten sonra üçgenin yeni konumu ne olur? Yeni üçgenin köşe noktalarının koordinatlarını belirle.
 - b) Dönüşten sonra üçgenin başlangıçtaki konumuna göre nasıl görüneceğini açıkla.

Farklı Yansıtmalarda 3B(Boyutlu) Şekillerin Gösterimi

Bu ders, üç boyutlu şekilleri (3B şekiller) farklı açılardan nasıl temsil edeceğini öğrenmene yardımcı olacak. Uzaydaki nesnelerin gösterimi, bir şeklin farklı perspektiflerini anlamak ve analiz edebilmen için çok önemlidir. Bu derste bir 3B şekli üç farklı konumdan nasıl göreceğini ve çizeceğini öğreneceksin:

- Önden görünüş (frontal projeksiyon) – şekle ön tarafından bakıyormuşsun gibi, bu görünüş nesnenin yüksekliğini ve uzunluğunu gösterir.
- Üstten görünüş (plan projeksiyonu) – şekle yukarıdan bakıyormuşsun gibi, bu görünüş nesnenin uzunluğunu ve genişliğini gösterir.
- Yandan görünüş (profil projeksiyonu) – şekle yandan bakıyormuşsun gibi, bu görünüş nesnenin yüksekliğini ve genişliğini gösterir.

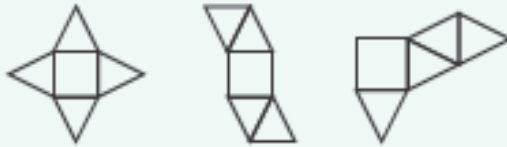
Bu bilgi, ileri düzeyde öğrenmenin temelini oluşturur ve geometri, mimarlık ve mühendislik gibi birçok alanda yararlı olacaktır.



Örnek 1

Tabanı kare olan bir piramidin açılımını (ağım) hazırla.

Çözüm:



Bir 3B şekli farklı yönlerden (üstten, önden, yandan) gösteren 2B çizimleri oluşturmak, bir tür yansıtma işlemidir, yani dik izdüşüm (ortogonal projeksiyon). Bir noktanın bir düzleme dik izdüşümü (ortogonal projeksiyonu), o noktadan düzleme indirilen normale çizilen doğrunun düzlemlle kesişim noktasıdır.



Örnek 2

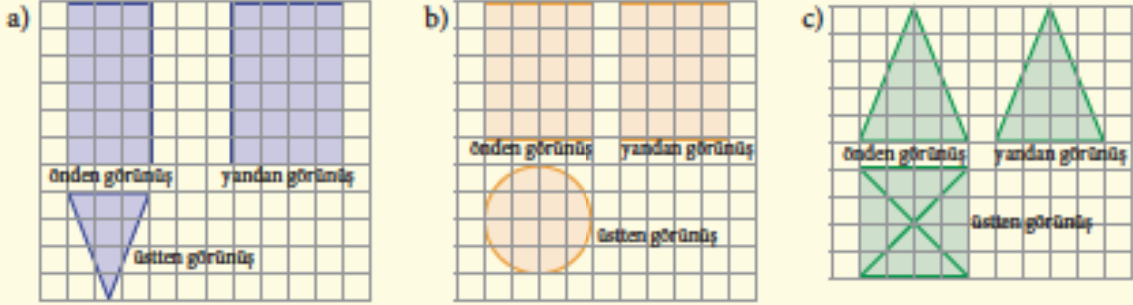
Üç farklı 3B şekil verilmiştir: prizma, silindir ve piramit. Görevin, bu şekilleri üç farklı bakış açısından göstermektir: üstten, önden ve yandan.



- Prizma önden, üstten ve yandan nasıl görünür?
- Silindir önden, üstten ve yandan nasıl görünür?
- Piramit önden, üstten ve yandan nasıl görünür?

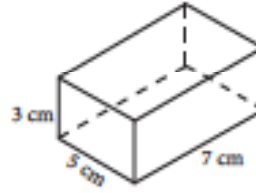
Çözüm:

Bu örnekte çizimlerde 1 cm uzunluk, kareli kâğıttaki 1 kare ile gösterilmiştir.



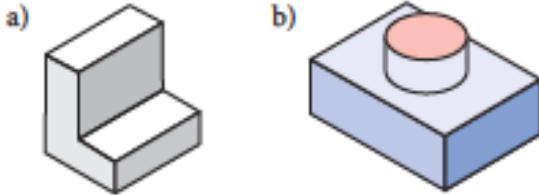
Alıştırma 1

Aşağıda ölçüleri verilen bir dikdörtgenler prizmasının üç görünüşünü (projeksiyonunu) çiz:



Alıştırma 2

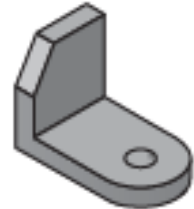
Verilen 3B şeklin üç görünüşünü çiz.



Örnek 3.

Sen bir makine mühendisisin ve atölyeye bir makine parçasının tamiri için yapılacak bir elemanın üretim talimatlarını göndermen gerekiyor. Talimatlar, istenilen makine parçasının üç görünüşlü çizimlerinden oluşur ve parçanın tam olarak ve doğru üretilmesini sağlar.

- Parçayı üç görünüşte çiz.
- Günlük yaşamda, teknik alanlarda ve bilimde 3B şekillerin üç görünüşte çizilmesinin hangi diğer alanlarda kullanıldığını yaz ve açıklama yap.

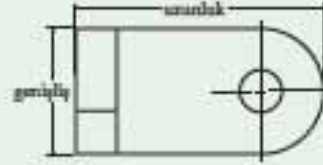


Çözüm:

Yukarıdan görünüş (plan görünüşü), bir elemanı (3B şekli) yukarıdan baktığımızda gördüğümüz ve bu bakış açısında ortaya çıkan 2B şekli çizerek elde edilir. Bu, Çizim 1a'da gösterilmiştir. Çizim 1b'de ise bir makine elemanının yukarıdan görünüşü (plan görünüşü) verilmiştir.



Çizim 1a

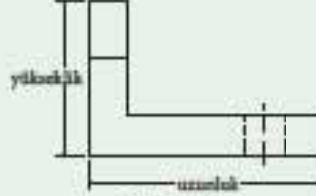


Çizim 1b

Önden görünüş (frontal projeksiyon), 3B şekle ön tarafından bakılarak elde edilir ve bu görünüşün nasıl çizildiği Çizim 2'de gösterilmiştir.

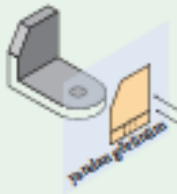


Çizim 2a

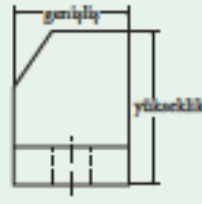


Çizim 2b

Yandan görünüş (profil projeksiyonu), 3B şekle yan tarafından bakılarak elde edilir ve bunun çizimi Çizim 3'te gösterilmiştir.



Çizim 3a



Çizim 3b

2) 3B şekillerin üç görünüşte çizimi, günlük yaşamda çok geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu yöntem mimarlık, inşaat, makine mühendisliği, sanat gibi alanlarda yaygın olarak kullanılır.

Alıştırma 3

Sınıfınız için yeni bir düzenleme yapılması gerekiyor. Önce sınıfın mevcut planını çiz ve sonra içindeki eşyaların işlevselliğini göz önünde bulundurarak yeni bir düzen öner.

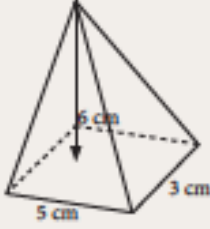
3B bir şekli üç görünüşte temsil ederken, bu çizimler her zaman gerçek boyutlarda mı çizilmelidir? Cevabını açıklamak için birkaç örnek ver.

1. 3B şekillerin nasıl temsil edileceği konusunda ne öğrendim?
2. Bu derste öğrendiklerimi anlamada veya uygulamada nerede zorlandım?
3. Anlayışımı geliştirmek için ne yapabilirim?

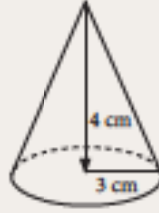
Bireysel çalışma

1. Üç görünüşte (projeksiyonda)

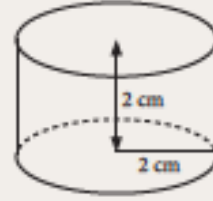
a) Tabanı dikdörtgen olan bir piramit



b) Koni



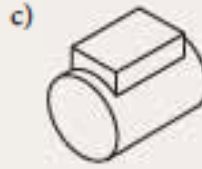
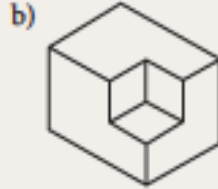
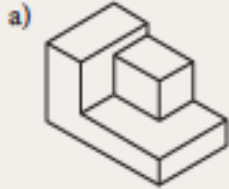
c) Silindir



2. Verilen 3B şekli üç görünüşte çiz.



3. Makine parçalarını üç görünüşte çiz::



4. Verilen resimdeki nesneyi üç görünüşte çiz.



5. Odanın plan görünüşünü ve bir yan görünüşünü çiz. Çizimde en az 3 mobilya ögesi göster.

K O N U

3

CEBİR

$$2 + 2 = ?$$



$$x - y = ?$$



Cebir, harfler ve denklemler kullanarak onların arkasına saklanan sayıyı keşfettiğimiz bir bilmece oyunu gibidir. Gerçek bir matematikçi gibi keşfetmeye, hesap yapmaya ve düşünmeye hazır ol.

“Cebir bir dedektif hikâyesi gibidir – sayılar ipuçlarıdır, harfler ise keşfetmemiz gereken sırları barındırır.”

“Matematik bilimlerin kraliçesidir, cebir ise matematiğin kraliçesidir.”

Öğrenme Sonuçları

Bu konuyu öğrendikten sonra şunları yapabilecek durumda olacaksın:

- Günlük yaşamdan alınan problemlere yönelik cebirsel ifadeler ve formüller kurmak ve çözmek;
- Verilen bir bağlamda tam sayı katsayılı lineer denklemler oluşturmak ve çözmek;
- Tam sayılardan oluşan diziler ve görsel örüntüler üretmek ve bir dizinin genel terimini yazmak;
- Günlük yaşamdan alınan problemleri lineer fonksiyonlar ile ifade etmek ve bunların grafiklerini çizmek.

Cebirin Temelleri

Terimler, İfadeler ve Denklemler

Cebir, matematiğin temel dallarından biridir ve sayılar, değişkenler ile matematiksel işlemler üzerinde daha soyut bir düzeyde çalışmamızı sağlar. Sayıların yanı sıra, cebirde harfler ve semboller (örneğin x , y , a , b , $+$, $-$, ...) kullanarak bilinmeyen değerleri temsil ederiz. Bu da farklı matematiksel problemleri çözmemize yardımcı olur.



Bu derste cebirin üç temel unsurunu inceleyeceksin: terimler, ifadeler ve denklemler. Bir matematiksel ifadede terimlerin ne anlama geldiğini, cebirsel ifadeleri ve denklemleri nasıl tanıyıp kuracağını öğreneceksin. Bunlar, gerçek durumları hesaplamak ve modellemek için temel araçlardır. Bu temel bilgiler çok önemlidir çünkü cebir, bilim, teknoloji, ekonomi ve günlük yaşamın pek çok alanında yer alır. Bu kavramları anlamak, mantıklı düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmeni sağlayacaktır.

Örnek 1

Marko defter ve kalem almak istiyor. Kırtasiyede bir defter 50 denar, bir kalem ise 30 denar. Marko kırtasiyede toplam ne kadar para harcamıştır?

Çözüm:

Marko'nun harcadığı toplam tutarı bulmak için şöyle hesaplanır:

$$3 \cdot 50 + 2 \cdot 30 = 150 + 60 = 210 \text{ denar}$$

Kullandığın bu işlemde sayılar ve daha önce öğrendiğin işlem sembolleri yer alır. Bu tür bir yazılı işlem sayısal ifade olarak adlandırılır. İfadede tüm işlemleri yaptıktan sonra elde ettiğin sonuç ise ifadenin sayısal değeri olarak adlandırılır.

Alıştırma 1

Aşağıdaki ifadelerin sayısal değerlerini hesaplayınız:

- $120 - 17 + 78 : 3 + (60 - 400 : 10)$
- $88 + 24 : 6 - 48 + 2 \cdot 60$
- $((51 - 31) + 7) \cdot 5$

Örnek 2

Ana ve Boyan her ay para biriktiriyor. Ana x denar biriktiriyor, Boyan ise Ana'nın 2 katı kadar biriktiriyor.

- Boyan ne kadar para biriktiriyor?
- Ana ve Boyan'ın toplam birikimi için ifade yaz.
- İkisi birlikte 9 000 denar biriktirmişse, bu durumu denklemlerle göster.

Çözüm:

- Boyan, Ana'nın 2 katı kadar biriktirdiği için onun birikimi: $2x$
- Ana ve Boyan'ın toplam birikimi: $x + 2x$
Bu ifadedeki terimler x ve $2x$ 'tir.
Bir terimde değişkenin önündeki sayı katsayı olarak adlandırılır.
Örneğin, $2x$ teriminde katsayı 2'dir ve ana değişken x 'tir; x teriminde katsayı 1'dir ve değişken yine x 'tir. x ve $2x$ benzer terimlerdir çünkü ana değişkenleri aynıdır. $-x$ terimi ise x 'in tersidir.
- Verilen bilgiye göre toplam birikim 9 000 denardır, denklem: $x + 2x = 9\,000$

Değişken, genellikle bir harf olan ve değeri değişebilen veya bilinmeyen bir sayıyı temsil eden semboldür. Örneğin: $x, y, z, m, n, \dots$ değişkenlerdir.

Cebirsel ifade, sayılar (sabitler) ve değişkenlerin uygun biçimde matematiksel işlem sembolleriyle bir araya gelerek yazılmasıdır.

İfade örnekleri: $4x + 7, a^2 - 3a + 5, 4x + 3y - 7, 18m^3 - 5n^2 + p, \dots$

$4x + 7$ ve $4x + 3y - 7$ gibi ifadeler lineer ifadeler olarak adlandırılır çünkü içlerinde değişkenin derecesi 1'den büyük ya da küçük olan bir terim yoktur.

İçinde en az bir değişken bulunan iki cebirsel ifadenin "=" sembolüyle birbirine eşitlenmesiyle denklem oluşur.

Lineer denklem örnekleri:

$2x + 5 = 11, y - 4 = 0, 2a + 2b = 8, 2x - y = 3y + 25, \dots$

Alıştırma 2

Aşağıdaki ifadelerden hangileri lineerdir?

- $4x + 3$
- $x^2 + 5x + 6$
- $3y^2 - 2xy + 4$
- $5a - 2b + 7$
- $2y + 10z - 3$
- $\sqrt{x} + 4$

Nedenini açıkla

Alıştırma 3

Üç ifade ve üç denklem yaz. Her ifade ve denklem için terimlerini belirt.

Örnek 3

Üç paket süt (her biri m denar) ve dört paket meyve suyu (her biri s denar) alırsan toplam ödemeni gösteren ifadeyi yaz.

Çözüm:

Eğer 1 paket sütün fiyatı m denar, 1 paket meyve suyunun fiyatı s denar ise:

- 3 paket süt için ödenecek tutar: $3 \cdot m = 3m$
- 4 paket meyve suyu için ödenecek tutar: $4 \cdot s = 4s$

Ödenecek toplam tutar: $3m + 4s$ Bu ifadedeki terimler nelerdir?

Örnek 4

Pazardaydınız ve 1 kilogram elma ve 2 kilogram portakal için 260 denar ödediniz. 1 kilogram elmanın 80 denar olduğunu biliyorsunuz, ancak 1 kilogram portakalın fiyatını bilmiyorsunuz ve hesaplamak istiyorsunuz. Bunu bir denklemle nasıl gösterirdiniz?

Çözüm:

1 kg portakalın bilinmeyen fiyatını x denar olarak gösterelim, o zaman 2 kg portakal $2x$ denar olacaktır. 1 kg elmanın fiyatı 80 denardır, bu nedenle 2 kg portakal ve 1 kg elma için ödenecek toplam tutarın ifadesi $2x + 80$ olacaktır. Bu miktar aslında harcanan 260 denardır, bu nedenle denklem sonunda $2x + 80 = 260$ olarak okunacaktır. Yazdığınız denklemin terimleri nelerdir?

Alıştırma 4

Aşağıdaki problem için denklem yaz:

Tanesi p denar olan 3 tişört ve 1500 denar değerinde bir pantolon için toplamda 3600 denar harcanmıştır.

Alıştırma 5

Aşağıdaki problem için denklem yaz:

30 denarlık 2 kutu meyve suyu ve y denar fiyatlı 4 paket atıştırmalık, 7 paket atıştırmalıktan 15 denar daha fazlaya mal oluyor.

Cebirsel ifadeleri ve denklemleri günlük hayatta kullanmanın sıradan hesaplamalara kıyasla avantajları nelerdir?

Defterinize EVET için bir örnek yazın ve HAYIR için ifadenin atıfta bulunduğu dersin bölümüne geri dönün ve örneği(leri) tekrar gözden geçirin.

1. Terim, ifade ve denklem kavramlarının ne anlama geldiğini anlıyorum. (Evet/Hayır)
2. Değişkenler kullanarak cebirsel ifadeler oluşturabiliyorum. (Evet/Hayır)
3. Günlük bir problem için denklem kurabiliyorum. (Evet/Hayır)

Bireysel çalışma

1. Petar x yaşında. Kız kardeşi ondan 4 yaş küçük. Kız kardeşinin yaşını gösteren ifadeyi yaz.
2. İki sayının toplamı 56. Bir sayı x ise diğer sayıyı gösteren ifadeyi yaz.
3. Öğretmenin c adet çikolatayı 5 öğrenciye eşit paylaşmak istediğini düşün. Her bir öğrencinin alacağı miktarı gösteren ifadeyi yaz.
4. a) Bir sayı x sayısının 3 katı ise büyük olan sayıyı gösteren ifadeyi yaz.
b) Bir sayı y sayısının 4'te biri ise küçük olan sayıyı gösteren ifadeyi yaz.
5. Bir araba 100 kilometrede y litre yakıt tüketiyor. Bu araba 300 kilometre giderse toplam yakıt tüketimini gösteren cebirsel ifadeyi yaz.
6. Bir mağazada kg fiyatı a denar olan 4 kg elma ve kg fiyatı b denar olan 2 kg muz alıyorsun. Ödenecek toplam fiyatı gösteren ifadeyi yaz.
7. a) 500 denarlık bir banknotla tanesi x denar olan 3 meyve suyu alırsan alacağın para üstünü gösteren ifadeyi yaz.
b) 500 denarlık bir banknotla tanesi x denar olan 3 meyve suyu ve tanesi y denar olan 4 simit alırsan alacağın para üstünü gösteren ifadeyi yaz.
8. İki sayının toplamı 87 ve bir sayı diğerinden 5 fazla. Bu durumu gösteren denklemi yaz.
9. Bir binanın yüksekliği h metre, diğer bina ondan 30 metre daha yüksek. İkisinin toplam yüksekliği 150 metre. Bu durumu gösteren denklemi yaz.
10. Bir aile x denar elektrik faturası ödüyor ve bu miktar su faturalarının 3 katı. İki faturanın toplamı 24 000 denar. Bu durumu gösteren denklemi yaz.
11. Marko'nun temel maaşı p denar. Buna ek olarak maaşının %10'u kadar prim ve 5 000 denar ek gelir alıyor. Toplamda 51 200 denar kazanıyor. Temel maaşını bulmak için denklemi yaz.

Lineer İfadeyi Basitleştirme. Değer Hesaplama

Bu derste cebirsel işlemlerin sırasını nasıl kullanacağını öğrenerek ifadeleri basitleştirmeyi öğreneceksin. Bu, matematik problemlerini doğru çözmek için çok önemlidir.

Önce benzer terimleri toplama üzerinde duracaksın ki bu, ifadeleri sadeleştirmenin önemli bir adımıdır.

Sonra ifadeleri parantez dışındaki sabitlerle çarpma yöntemini ve bu işlemlerin sonuca nasıl etki ettiğini öğreneceksin.

Ardından, değişkenlerin belirli değerleri verildiğinde ifadenin değerini hesaplama kavramını inceleyeceksin. Bu, matematiğin gerçek problemleri çözmekte nasıl kullanılabileceğini anlamana ve doğru hesaplama becerilerini geliştirmene yardımcı olacak.



$$3x + 4 = 6x + 1$$

$$3x - 6x = 1 - 4$$

$$-3x = -3$$

Örnek 1:

İlir üç farklı meyve türünü şu fiyatlardan satıyor:

- 1 kg elma $4x$ denar,
- 1 kg armut $3x$ denar,
- 1 kg portakal $2x$ denar,
- Meyvelerin konacağı poşet 5 denar.

Üç meyve türünün hepsinden birer kg alınıp poşete konduğunda toplam fiyatı gösteren cebirsel ifadeyi yaz.

Çözüm:

Toplam fiyat şu cebirsel ifade ile gösterilir:

$$4x + 3x + 2x + 5.$$

Alıştırma 1

Maria 2 kitap almış. Bir kitabın fiyatı $2x$ denar, ayrıca kitaplar için x denar kargo ücreti ödemiş. İki kitap ve kargo için toplam ne kadar ödeyeceğini gösteren ifadeyi yaz.

Örnek 2

Örnek 1'deki lineer ifadeyi sadeleştir ve $x = 10$ için değerini hesapla.

Çözüm:

Bir ifadeyi sadeleştirmek, benzer terimler arasındaki işlemleri yapmak demektir. Yani x 'li terimleri toplarsın ($4x$, $3x$ ve $2x$):

$$4x + 3x + 2x + 5 = 9x + 5 - \text{sadeleştirilmiş ifade.}$$

İfadenin $x = 10$ olduğundaki değerini bulmak için 10 'u x yerine yazalım ve hesaplarız:

$$9x + 5 = 9 \cdot 10 + 5 = 90 + 5 = 95.$$

Yani, $x = 10$ için ifadenin değeri 95 olur.

Örnek 3:

Aşağıdaki lineer ifadeyi sadeleştir: $3 \cdot (2y + 4)$.

Sonra $y = 2$ için ifadenin değerini hesapla.

Çözüm:

İfadeyi sadeleştirmek için önce parantezden kurtulup cebirsel işlemleri uyguluyoruz:

$$3 \cdot (2y + 4) = 6y + 12$$

$$y = 2 \text{ için değeri hesaplayalım: } 6y + 12 = 6 \cdot 2 + 12 = 12 + 12 = 24.$$

Örnek 4.

Aşağıdaki ifadeyi sadeleştir: $-2 \cdot (3x + 5) - 4x + 3$ ve $x = -3$ için değerini hesapla.

Çözüm:

İfadeyi sadeleştirirken önce parantezi açar, sonra benzer terimleri toplarız

(Devam edelim:)

$$-2 \cdot (3x + 5) - 4x + 3 = \underline{-6x} \underline{-10} \underline{-4x} \underline{+3} = -10x - 7$$

Şimdi $x = -3$ yerine yazalım:

$$-10x - 7 = -10 \cdot (-3) - 7 = 30 - 7 = 23.$$

Alıştırma 2

Aşağıdaki ifadeleri sadeleştir ve verilen değişken değerleri için değerini hesapla.

a) $4x + 3 - 2x + 7$, $x = 5$

b) $3a - 4a + 2a + 5$, $a = 3$

c) $2x - 7 + x - 9y + 7$, $x = 1$, $y = -1$

d) $4(x + 3) - 2(x - 1)$, $x = 2$

e) $2(y + 4) - 3(y - 2)$, $y = -3$

Örnek 5:

Maryan yeni okul yılı için defter ve kalem almaya gitmiş. Bir defterin fiyatı t denar, bir kalemin fiyatı p denar. Maryan 3 defter ve 2 kalem almış. Daha sonra 2 defter ve 1 kalem daha almaya karar vermiş.

- Maryan'ın ödediği toplam fiyatı gösteren cebirsel ifadeyi yaz.
- İfadeyi sadeleştir.
- Bir defter 80 denar ve bir kalem 50 denar ise toplam tutarı hesapla.

Çözüm:

- İfade: $3t + 2p + 2t + p$
- Sadeleştirme: $3t + 2p + 2t + p = (3t + 2t) + (2p + p) = 5t + 3p$
- Değerleri yerine koyarak hesaplayalım: $t = 80, p = 50$
 $5t + 3p = 5 \cdot 80 + 3 \cdot 50 = 400 + 150 = 550$ denar

Yani, Maryan defter ve kalemler için 550 denar harcamıştır.

Alıştırma 3

Aleksandra yüzme antrenmanı yapıyor. İlk 4 gün boyunca her gün d metre yüzmüş. Sonraki 3 gün ise her gün 5 metre daha fazla yüzmüş.

- Bu 7 gün boyunca toplam yüzdüğü mesafeyi gösteren cebirsel ifadeyi yaz.
- İfadeyi sadeleştir.
- İlk 4 günün her birinde 200 metre yüzdüyse toplam mesafeyi hesapla.

İfadeleri basitleştirirken cebirsel işlemlerin sırasına uymak neden önemlidir? Parantez ve çeşitli işlemler içeren karmaşık bir matematiksel ifadeyi çözerken hangi adımları izlemelisiniz? İşlemi açıklayın. Alışveriş, spor veya zaman yönetimi gibi günlük durumlarda cebirsel ifadeleri nasıl kullanabilirsiniz? Bir cebirsel ifadeyi değerini hesaplamadan önce basitleştirmek daha mı kolaydır? Nedenini açıklayın.

Defterine aşağıdaki tabloyu çiz ve bilgini değerlendir. Tabloyu arkadaşlarınla paylaş.

	Tam anlıyorum	Kısmen anlıyorum	Anlamıyorum
Bir lineer ifadeyi benzer terimleri toplayarak sadeleştirebiliyorum.			
Parantez dışındaki bir sabitle çarpma işlemi yapabiliyorum.			
Bir değişkenin verilen değeri için lineer ifadenin değerini hesaplayabiliyorum.			

Bireysel çalışma

1. İfadeyi sadeleştir:

- a) $3(2x + 4) - 5x$ b) $5(a - 2) + 3(2a + 1)$ c) $2(3m - 4) - 4(m + 5)$
d) $4(2x - 3) + 5(1 - x)$ e) $5(2 - y) - 3(4y - 1)$

2. Verilen değerle ifadenin değerini hesapla:

- a) $4y - 7 + 2(y + 3)$ için $y = 2$ b) $7 - 3x + 2(4 - x)$ için $x = -1$
c) $3(2k + 1) - 4(k - 2)$ için $k = 3$ d) $2(3p - 4) + 3(2 - p)$ için $p = 0$
e) $6 - 2(3x - 4) + x$ için $x = 2$

3. Yovan bir yabancı firmada çalışıyor ve saatte 50 avro kazanıyor. x saat çalışırsa aylık maaşını gösteren ifadeyi yaz. 160 saat çalışırsa maaşını hesapla.

4. Amra el yapımı kolye satıyor. Bir kolyeyi 25 avroya satıyor. x adet satarsa aylık gelirini gösteren ifadeyi yaz. 50 kolye satarsa aylık gelirini hesapla.

5. Alek 100 km'de 8 litre yakıt tüketen bir arabayla 400 km yol gidiyor. Yakıtın litre fiyatı x denar. 400 km yol için toplam yakıt masrafını gösteren cebirsel ifadeyi yaz. 1 litresi 80 denarsa toplam masrafı hesapla.

6. Mağazada bir ürünün fiyatı 15 denar. x adet ürün için toplam fiyatı gösteren lineer ifadeyi yaz. 10 ürün alırsa toplam fiyatı hesapla.

7. Merita seyahate gitmek istiyor ve 200 avrosu var. Seyahatte her gün 30 avro yemek ve 20 avro ulaşım masrafı olacak. x gün için toplam masrafını gösteren ifadeyi yaz. Seyahat 5 gün sürerse toplam masrafını hesapla. Merita'nın 200 avrosu yeterli olur mu?

8. Maria'nın aylık geliri 40 000 denar. Aylık 7 000 denar kira, x denar giyim, $2x$ denar ulaşım ve $3x$ denar yemek masrafı var. Maria'nın toplam aylık harcamasını gösteren ifadeyi ve gelirinden kalan miktarı gösteren ifadeyi yaz. Eğer giyim için 3 000 denar harcarsa toplam aylık harcamasını hesapla. Bu durumda Maria ay sonunda para biriktirebilir mi?
9. Botanik bahçesinde y kök begonya var. Lavanta bunun 3 katı, menekşe $3y - 4$ kök ve adaçayı ise menekşenin 2 katı kadar. Eğer 7 y kök bitki kurumuşsa, bahçede kalan toplam kök sayısını gösteren ifadeyi yaz.

Formüller. Bir Değişkeni Başka Bir Değişken Cinsinden İfade Etme

Formüller, problemleri kolay ve hızlı çözmeni sağlayan araçlardır. Değişkenler kullandığında, farklı büyüklükler arasındaki ilişkileri ifade edebilirsin. Bu derste basit formüller kurmayı ve bir değişkeni başka bir değişken cinsinden ifade etmeyi öğreneceksin. Ayrıca bu bilgileri fiyat, hız veya zaman hesaplama gibi günlük durumlarda nasıl uygulayacağını da göreceksin.

Bu beceriler sadece matematikte değil, fizik, ekonomi ve mühendislik gibi alanlarda da çok önemlidir; çünkü bu alanlarda sıkça böyle hesaplamalar yapmamız gerekir.

$$\text{zaman} = \frac{\text{mesafe}}{\text{hız}}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

Örnek 1

Eğer Dimitar günde 20 sayfa okursa, x gün için okuyacağı toplam sayfa sayısını gösteren ifadeyi yaz.

Çözüm:

x gün sonunda okunacak sayfa sayısı şu ifadeyle verilir: $20x$.

Eğer toplam okunan sayfa sayısını B ile gösterirsek, $B = 20x$ olur.

Örnek 2

Petar, Selma'dan 23 yaş büyüktür. Petar'ın yaşı p , Selma'nın yaşı s , s ve p arasındaki ilişkiyi gösteren formülü yaz.

Çözüm:

Yaşları cebirsel olarak verilen harflerle yazarsak: $p = s + 23$.

Bu formül, Petar ile Selma'nın yaşları arasındaki ilişkiyi gösterir.

Formül, bir duruma (probleme) uygun olarak değişkenleri matematiksel işlemlerle ilişkilendirmenin kesin bir yoludur. Formüller genellikle matematikte genel kuralları veya yasaları ifade etmek için kullanılır; ayrıca diğer bilim dallarında ve günlük yaşamda da sıkça kullanılırlar.

Örnek 3

Bir kitabın fiyatı 170 denar, bir derginin fiyatı 50 denar. x kitap ve y dergi alındığında ödenecek toplam fiyat s için formülü yaz.

Çözüm:

Toplam fiyat = kitapların toplam fiyatı + dergilerin toplam fiyatı.

Kitapların toplam fiyatı: $170 \cdot x = 170x$, Dergilerin toplam fiyatı: $50 \cdot y = 50y$

Toplam fiyat formülü: $S = 170x + 50y$

Örnek 4

Bir eşkenar üçgenin kenarı a 'yı çevresi L cinsinden ifade et.

Çözüm:

Bir eşkenar üçgenin çevresi $L = 3a$ olur. Kenarı çevre cinsinden ifade etmek istersek şunu elde ederiz: $a = \frac{L}{3}$

Örneğin, üçgenin çevresi $L = 75$ cm verilmişse, kenar: $a = \frac{75}{3} = 25$ cm

Alıştırma 1

Annenin yaşı, oğlunun yaşı ile kızının yaşının toplamıdır. Annenin yaşını, oğlun ve kızın yaşları cinsinden gösteren formülü yaz. Daha sonra oğlun yaşını, annenin ve kızın yaşları cinsinden ifade et.

Alıştırma 2

Tabanı a ve kenarı b olan bir ikizkenar üçgenin çevresi L için formül yaz.

- Tabanı (a) formüldeki diğer değişkenler cinsinden ifade et.
- Kenarı (b) formüldeki diğer değişkenler cinsinden ifade et.

Örnek 5

Luka taksiyle havaalanına gidiyor ama ulaşım için yeterli parası olup olmadığından emin değil. Taksi şirketinin 80 denar sabit başlangıç ücreti ve kilometre başına 50 denar ücreti olduğunu biliyor. Gidilen kilometre sayısı k , toplam ücret C ile gösteriliyor.

- Toplam ücret C 'yi hesaplayan formülü yaz.
- Kilometre sayısı k 'yı diğer değişkenler cinsinden ifade et.
- Luka'nın 70 kilometrelik yol için 4 000 denarı yeterli olur mu?

Çözüm:

- Toplam ulaşım ücreti = başlangıç ücreti + gidilen kilometre ücreti.
Gidilen kilometre ücreti = 1 km fiyatı · kilometre sayısı = $50 \cdot k$.
Sonuç olarak: $C = 80 + 50k$.
- Kilometre sayısı k 'yı formülde diğer değişkenler cinsinden ifade etmek için:
Her iki taraftan 80 çıkarırız:
 $C - 80 = 80 + 50k - 80$, yani $C - 80 = 50k$.
Sonra 50'ye böleriz: $50k = C - 80$, $k = \frac{C-80}{50}$
- Aslında sorulan şu: Luka 4 000 denarla kaç kilometre gidebilir?
 $C = 4\,000$ için formüle koyalım:
 $k = \frac{4\,000-80}{50} = \frac{3\,920}{50} = 78,4$ km
78,4 km > 70 km olduğuna göre Luka'nın havaalanına taksiyle gitmeye yetecek parası var.
(İkinci yol: Luka'nın 70 km yol için ne kadar paraya ihtiyacı var?)
 $80 + 70 \cdot 50 = 3580 < 4000$)

Alıştırma 3

Bir gömlek üretim şirketinde, bir gömleğin fiyatı 800 denardır. Gömlek üretmenin sabit maliyeti ayda 12.000 denardır ve gömlek başına değişken maliyet 300 denardır. x adet gömlek üretmek için toplam aylık C miktarını (denar cinsinden) temsil eden bir formül yazın. Ardından, x değişkenini C cinsinden ifade edin.

Alıştırma 4

Bir karenin alanını hesaplama formülü $P = a^2$ dir, burada P alan ve a kenar uzunluğudur. A kenarını P alanı cinsinden ifade edin. Ardından, $P = 49 \text{ cm}^2$ ise Karenin kenarını hesaplayın.

Defterinize EVET için bir örnek yazın ve HAYIR için ifadenin atıfta bulunduğu dersin bölümüne geri dönün ve örneği(leri) inceleyin.

1. Basit formüller oluşturabilirim. (Evet/Hayır)
2. Bir değişkeni bir formülde başka bir değişken cinsinden ifade edebilirim. (Evet/Hayır)
3. Formülleri ve günlük durumlardaki uygulamalarını anlıyorum. (Evet/Hayır)

Bireysel çalışma

1. Birkaç kilogram elma aldığını düşün. 1 kg fiyatı c denar ve k kilogram alıyorsan toplam fiyatı nasıl hesaplırsın? Toplam fiyat (C) ile 1 kg fiyatı (c) ve miktar (k) arasındaki ilişkiyi gösteren formülü yaz.
2. Bir meyve bahçesinde 30 sandık dolusu fidan vardı. Her sandıkta x fidan vardı. Kötü hava ve yetersiz koruma nedeniyle her hafta 3 fidan kuruyor. n hafta sonra sağ kalan toplam fidan sayısını V olarak gösteren formülü yaz.
3. Arabayla yolculuk yapıyorsun. Hız formülü: $v = \frac{S}{t}$, burada v hız, S mesafe, t zamandır.
 - a) Zamanı (t) mesafe (S) ve hız (v) cinsinden ifade et.
4. Bir kimyasal reaksiyonda sıcaklık her saat 2°C artıyor. Başlangıç sıcaklığı T_0 ise, t saat sonra sıcaklığı T olarak gösteren formülü yaz. Sonra t 'yi T cinsinden ifade et.
5. Bir çiftlikte hayvan sayısı her ay 12 artıyor. Başlangıçta m hayvan varsa, x ay sonra hayvan sayısını n olarak gösteren formülü yaz. Sonra x 'i n cinsinden ifade et.
6. Enes hediyelik eşya satışı için bir tezgâh kiralyor. Tezgâhın aylık sabit kirası 1500 denar. Her satılan hediyelikten p denar kazanıyor. Enes x tane hediyelik satarsa:
 - a) Enes'in toplam kazancını (C denar) gösteren formülü yaz.
 - b) x 'i C cinsinden ifade et.
 - c) Enes'in sabit giderini karşılaması için en az kaç hediyelik satması gerekir?
7. Bir dikdörtgenin kenar uzunluklarını ifade et:
 - a) Çevre formülünden $L = 2a + 2b$
 - b) Alan formülünden $P = a \cdot b$

Bir (Tek) Bilinmeyenli Lineer Denklem. Denklemin Çözümü

Günlük hayatta sıkça bilinmeyen bir değeri hesaplayan gereken durumlarla karşılaşır. Örneğin: Bir şeyi almak için ne kadar paran eksik, bir yere varmak için ne kadar zamana ihtiyacın var, belirli bir miktar para harcamak için kaç adet ürün alman gerekir gibi. Bu tür problemler lineer denklemler yardımıyla çözülebilir.

$$\begin{aligned} \text{🍌} + \text{🍌} + \text{🍌} &= 21 \\ \text{🍌} + \text{🍌} + \text{🍌} &= 13 \\ \text{🍌} + \text{🍌} + \text{🍌} &= 18 \\ \text{🍌} - \text{🍌} + \text{🍌} - \text{🍌} &= ? \end{aligned}$$

Örnek 1

- a) Aşağıdaki denklem verilmiştir: $2x + 5 = 11$.
 $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesindeki hangi x değerleri için denklem doğru sayısal eşitlik olur, kontrol et.

Çözüm:

x kümesindeki her değeri doğrudan denklemde yerine koyarak 5 farklı sayısal eşitlik elde ederiz. Bunlardan yalnız biri doğru olur. O x değeri, $2x + 5 = 11$ denkleminin çözümüdür.

x değeri	Sayısal eşitlik	Doğru/Yanlış	Çözüm
$x = -1$	$2 \cdot (-1) + 5 = 11$	Yanlış	Hayır
$x = 0$	$2 \cdot 0 + 5 = 11$	Yanlış	Hayır
$x = 1$	$2 \cdot 1 + 5 = 11$	Yanlış	Hayır
$x = 2$	$2 \cdot 2 + 5 = 11$	Yanlış	Hayır
$x = 3$	$2 \cdot 3 + 5 = 11$	Doğru	Evet

Denklemi doğru bir sayısal eşitliğe dönüştüren değişken değeri, denklemin çözümü olarak adlandırılır.

Alıştırma 1

Kontrol et:

- $x = 3, 3x + 10 = 1$ denkleminin çözümü müdür?
- $x = -2, x^2 = 4$ denkleminin çözümü müdür?
- $x = 2, x^2 = 4$ denkleminin çözümü müdür?
- $x = -\frac{2}{3}, 3 - 5x = x + 7$ denkleminin çözümü müdür?

Alıştırma 2

Hangi değerleri için $x - 1$ ifadesinin sayısal değeri aşağıdakilere eşittir::

- a) 0 b) 5 c) -6

Örnek 2

Aşağıdaki denklemi çöz: $7x + 4 = 9 - 3x$.

Çözüm:

Doğrusal denklemleri çözerken ters işlemleri kullanırız, böylece denklemi $x = a$ biçimindeki çözülmüş forma getiririz. Bu somut durumda, önce denklemin her iki tarafına $3x$ ekleriz, sonra -4 ekleriz ve en sonunda 10 'a böleriz.

$$7x + 4 = 9 - 3x \quad | +3x$$

$$7x + 4 + 3x = 9 - 3x + 3x$$

$$10x + 4 = 9 \quad | -4$$

$$10x + 4 - 4 = 9 - 4$$

$$10x = 5 \quad | : 10$$

$$x = 5 : 10$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$x = \frac{1}{2}$ değerinin $7x + 4 = 9 - 3x$ denkleminin çözümü olduğunu nasıl kontrol edersin?

Örnek 3

Aşağıdaki denklemi çöz: $2(x - 3) + 5 = 12 - 3(x - 1)$

Çözüm

Önce parantezleri açarız, sonra bir önceki örnekteki gibi işlemleri yaparak devam ederiz:

Parantezleri dağıt, Benzer terimleri birleştir, x 'i yalnız bırakacak şekilde işlemleri yap

$$2(x - 3) + 4 = 12 - 3(x - 1)$$

$$2x - 6 + 4 = 12 - 3x + 1$$

$$2x - 2 = 13 - 3x \quad | +3x + 2$$

$$2x + 3x = 13 + 2$$

$$5x = 15 \quad | : 5$$

$$x = 3$$

Nedenini açıkla.

Alıştırma 3

Aşağıdaki denklemleri çöz ve çözümünü kontrol et:

- a) $7x + 4 = -38$ b) $3(2x - 4) = 5x + 1$ c) $3(x + 1) + 5 = 8 - 2(x - 5)$

Örnek 4

Martina'nın 250 denar parası var ve birkaç paket atıştırma almak istiyor. Bir paket atıştırmanın fiyatı 40 denar. Satın aldıktan sonra 30 denar'ının otobüs bileti için kalmasını istiyor.

Çözüm:

Soruyu önce bir denklem kurarak, sonra da o denklemi çözerek cevaplayacağız. x , alınacak paket sayısı olsun. Bir paketin fiyatı 40 denar olduğuna göre x paket için toplam masraf $40x$ olur. Satın alım sonrası kalan para 30 denar olacak. Martina'nın başlangıçta 250 denarı vardı. Bu şartlara göre denklem:

$$250 - 40x = 30$$

Sonraki adım, denklemi çözmek ve Martina'nın kaç paket atıştırma alabileceğini bulmaktır.

$$250 - 40x = 30 \quad | -250$$

$$-40x = 30 - 250$$

$$-40x = -220 \quad | : (-40)$$

$$x = 5,5$$

Paket sayısı denklemi çözüldüğünde 5,5 bulunur. Ancak Martina yarım paket alamayacağı için 5 paket alır. Sonunda cebinde kalacak para: $250 - 40 \cdot 5 = 50$ denar olur. Böylece otobüs bileti için parası kesinlikle yeter.

Alıştırma 4

Bir okul gezi düzenliyor. Bir öğrencinin ulaşım ücreti 300 denar. Ayrıca tüm öğrenciler için 5 000 denar sabit ücretle rehber ödemesi var. Gezi için toplam 23 000 denar ödenecek. Kaç öğrenci geziye katılacak?

Gerçek hayattaki bir problemin doğrusal bir denklemle çözülebileceğini nasıl anlarsınız? Denklem çözümü gerçek hayattaki bağlamda her zaman mantıklı mıdır? Bir örnekle açıklayın. Bilinmeyen bir değeri hesaplamak için doğrusal bir denklem kullanacağınız günlük hayattan başka bir örnek düşünebilir misiniz? Denklem çözümünüzün doğru olup olmadığını nasıl kontrol edebilirsiniz?

Defterinizdeki soruları cevaplayın. Cevaplarınızı sınıf arkadaşlarınızla paylaşın.

1. Düşün: Günlük hayattan bir problem için doğrusal bir denklem yazabilir miyim?
2. Çöz: Bir denklemi adım adım çözebilir miyim?
3. Kontrol et: Çözümümün doğruluğunu ikame yoluyla kontrol edebilir miyim?
4. Uygula: Doğrusal bir denklemle çözülebilecek kendi problemimi bulabilir miyim?

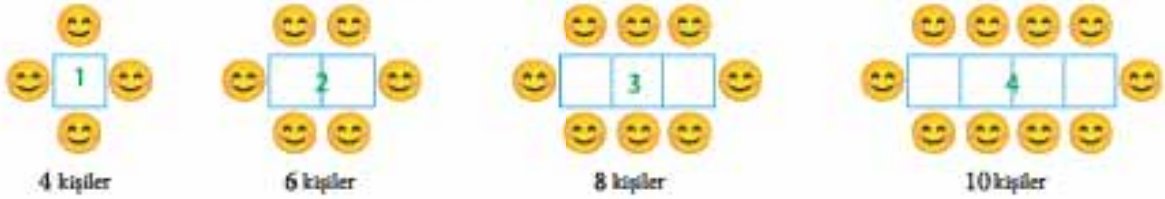
Bireysel çalışma

1. Denklem verilmiş: $5x - 7 = 18$. $x = 5$ bu denklemin çözümü mü?
- 2.* Denklemleri çöz: a) $2y + 5 = 3y - 7$ b) $0 \cdot y + 9 = 0$ c) $0 \cdot z + 0 = 0$
3. Ana ile Boyan'ın toplamda 56 kitabı var. Ana'nın Boyan'dan 8 kitabı fazla. Bu durumu gösteren denklemi yaz.
4. Lirim öyle bir sayı düşünüyor ki önce 3 ile çarpınca, sonra 5 ekleyince sonuç 20 oluyor. Lirim hangi sayıyı düşündü?
5. Marko 4 kutu şeker alıyor ve her kutuda eşit miktarda şeker var. Sonra 18 şeker alıp toplamda 34 şeker oluyor. Her kutuda kaç şeker vardı?
6. Bir restoranda bir pizza ve bir içecek toplam 540 denar. Eğer içecek pizzadan 60 denar ucuzsa, pizza ve içecek kaç denar?
7. Bir dikdörtgenin çevresi 48 cm. Uzun kenarı kısa kenarının üç katı. Kısa ve uzun kenarları bulun.
8. Top oyununda Yanko ile Slavko şu kuralları kararlaştırdılar: her isabet için 3 puan kazanılır, her ıskalamada ise 2 puan kaybedilir. Yanko'ya göre, Slavko 16 atıştan 33 puan elde etti, ama kaç kez isabet ettiğini ve kaç kez ıskaladığını bilmiyor. Onlara bu problemi çözmelerinde yardım et (denklem kur, çöz ve çözümünü kontrol et).
9. Aylık telefon paketi için 1000 denar ödeniyor ve paketten sonraki her dakika görüşme için 5 denar ücret alınır. Eğer öğrenci bu ay toplam 1150 denar ödemişse, paketin dışında kaç dakika konuşma yapmıştır? Denklem kur, çöz ve adımları açıkla.
10. Bir mağazada ceket ile pantolon birlikte 6500 denar tutuyor. Ceketin fiyatı pantolonun iki katından 500 denar fazladır. Her ürünün fiyatı nedir?
11. Andrey 3 çift spor ayakkabı ve bir çanta satın aldı. Her çift ayakkabı aynı fiyat, çanta ise bir çift ayakkabının iki katından 800 denar daha pahalı. Toplamda 14.600 denar ödediye bir çift ayakkabı kaç para etmiştir?
12. Mihaela tren ve otobüsle seyahat etti. Otobüsle gidilen mesafe trenle gidilen mesafenin üç katından 80 km daha fazladır ve trenle gidilen mesafeden üç kat daha azdır. Toplam mesafe 560 km olduğuna göre, Mihaela her ulaşım aracıyla kaç kilometre yol katetmiştir?
13. Bir fabrika deposunun 120 litrelik kapasitesi vardır. Her saat depoya, çıkan suyun üç katı kadar fazla su girer. Depoda başlangıçta 40 litre su vardır. Eğer 6 saat sonra depoda 900 litre su varsa, her saat depoya kaç litre su girip çıkmaktadır?

Tam Sayılardan Oluşan diziler

Düşün ki bir doğum günü partisi düzenliyorsun, mekânı hazırlıyorsun ve 4 birleştirilmiş masa, 5 masa gibi durumlarda kaç misafirin oturabileceğini hesaplamak istiyorsun (resimde gösterildiği gibi). Birleştirilen masa sayısı ile etrafındaki sandalye sayısı arasında bir ilişki var mı? Her yeni sandalyenin yerleşimi öncekiyle bağlantılı mı? Bu derste sayı ve şekilleri sıralamayı, sayı veya şekil sırasının nasıl işlediğini keşfetmeyi öğreneceksin.

Her bir sonraki sayı veya görsel düzenin nasıl oluştuğunu, bir dizideki şemayı ve belirli bir konumda hangi sayının olduğunu nasıl bulacağını inceleyeceksin.



Örnek 1

Amine her gün biriktiriyor. İlk gün 5 denar, ikinci gün 10 denar, üçüncü gün 15 denar biriktirmiş. Eğer bu şekilde devam ederse, beşinci gün toplamda kaç denar biriktirmiş olur?

Çözüm:

Amine her gün önceki güne 5 denar ekliyor:

- Birinci gün: 5 denar
- İkinci gün: 10 denar ($5 + 5$)
- Üçüncü gün: 15 denar ($10 + 5$)
- Dördüncü gün: 20 denar ($15 + 5$)
- Beşinci gün: 25 denar ($20 + 5$)

Yani beşinci gün Amine 25 denar biriktirmiş olur.

Bu şekilde sayıların belli bir sırayla yazılması sana dizi kavramını ve dizinin elemanlarını nasıl bulacağını anlamanda yardımcı olur.

Alıştırma 1

4'er 4'er artan bir dizi yaz, başlangıçlar: a) -5 b) -2 c) 1.

Altıncı terim hangi sayı olur?

Örnek 2:

Verilen sayılar: 5, 8, 11, 14, 17, ...

- a) Yedinci sayı nedir?
b) Her bir sonraki sayıyı belirleyen kural nedir?

Çözüm:

- a) Birinci sayı (a_1): 5
İkinci sayı (a_2): $5 + 3$
Üçüncü sayı (a_3): $5 + 3 + 3$
Dördüncü sayı (a_4): $5 + 3 + 3 + 3$
Beşinci sayı (a_5): $5 + 3 + 3 + 3 + 3$
Altıncı sayı (a_6): $5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
Yedinci sayı (a_7): $5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$
Yani yedinci sayı = 23.

Belirli bir kurala göre ilişkili olan sayı veya çizimlerin (desenlerin) dizisine dizi denir. Bir dizideki sayılar, desenler veya görsel temsillere (çizimler) dizinin elemanları denir.

Dizideki sayıları $a_1, a_2, a_3, \dots$ şeklinde gösteririz. Buradaki indis (a harfinin sağındaki küçük sayı), dizide elemanın hangi sırada olduğunu belirtir.

- b) Dizideki her sayı 5, 8, 11, 14, 17, ... bir önceki sayıdan 3 fazladır.
Yani sayılar 3 eklenerek elde edilir.
Dizideki bir sonraki sayıyı bulma kuralı: "3 ekle."
Her bir sonraki eleman önceki sayıya 3 daha fazla eklenerek bulunur.
Eğer dizide n 'inci elemanı a_n olarak gösterirsek, $a_n = 5 + 3 \cdot (\text{eklenen üçlülerin sayısı})$. a) şıkkındaki örnekten, ikinci terime bir üçlü, üçüncü terime iki üçlü, dördüncü terime üç üçlü eklendiğini vb. görürüz. Demek ki n . terime $(n - 1)$ üçlü eklenecektir.
Böylece dizinin her terimini (genel terimi) belirlemek için $a_n = 5 + 3 \cdot (n - 1)$ formülünü yazabiliriz.
Formülün çalışıp çalışmadığını kontrol edebiliriz. Bu şekilde, a) şıkkındaki yedinci terimin 23 olduğunu buluruz.
Formülle kontrol edersek: 7'nci terim için: $a_7 = 5 + 3 \cdot (7 - 1) = 5 + 3 \cdot 6 = 5 + 18 = 23$.

Örnek 3

Aşağıdaki resimde yıldız grupları gösterilmiştir:

*
**

- a) Altıncı grupta kaç yıldız olur? b) 10. grup nasıl görünür?

Çözüm:

- a) Her gruptaki yıldızları sayarsan şu diziyi elde edersin: 1, 2, 3, 4, 5, ...
Her yeni grup önceki gruptan bir yıldız fazla içerir. Altıncı grupta 6 yıldız olur.
Bir sonraki gruptaki yıldız sayısını bulma kuralı: "1 ekle."
b) Onuncu grupta 10 yıldız olur. Yani n 'inci gruptaki yıldız sayısı $a_n = n$ şeklinde olur.
Burada n grubun numarasıdır ve a_n o gruptaki yıldız sayısını gösterir.

Alıştırma 1

Bir dizinin genel terimi $a_n = 2n$ olarak verilmiş. Beşinci terim (a_5) kaçtır?

Örnek 4:

Marko bir konser salonunda sandalyeleri sıralamaya başlamış. Birinci sırada 4 sandalye, İkinci sırada 7 sandalye, Üçüncü sırada 10 sandalye, Dördüncü sırada 13 sandalye var...

- a) Altıncı sırada kaç sandalye olur?
b) 12. sırada kaç sandalye olur?
c) Herhangi bir sıradaki sandalye sayısını hesaplamak için genel terim formülünü yaz.
ç) Bu diziyi sayılar yerine çizimle gösterirsen ilk dört sıra nasıl görünür?

Çözüm:

- a) Her sıradaki sandalye sayısını yazarsan şu diziyi elde edersin: 4, 7, 10, 13, ...
Her sırada 3 sandalye fazla var. Beşinci sırada: 16 sandalye ($13 + 3$). Altıncı sırada: 19 sandalye ($16 + 3$)
b) On ikinci sıradaki sandalye sayısı: $4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 4 + 33 = 37$
c) Dizinin genel terim formülü: $a_n = 4 + 3(n - 1)$
Neden? Çünkü her sırada önceki sıraya 3 ekleniyor.
d) Diziyi çizimle gösterirsen:
Sıra 1: 
Sıra 2: 
Sıra 3: 
Sıra 4: 

Alıştırma 2

Orhan her hafta para biriktirmeye karar verdi. İlk hafta 50 denar, İkinci hafta 80 denar, Üçüncü hafta 110 denar, Dördüncü hafta 140 denar, ... böyle devam ediyor.

- Verilen düzene göre sekizinci hafta kaç denar biriktirir?
- On hafta sonunda toplam ne kadar para biriktirmiş olur?
- Orhan'ın herhangi bir haftada biriktireceği parayı hesaplayabileceğin formülü yaz.
- Bu durumu paralarla sıralı şekilde çizerseniz nasıl görünür?

Resimde dikdörtgen masaların birleştirilerek etrafına sandalyelerin yerleştirilmesi gösterilmiş. 30 misafirin oturabilmesi için kaç masa birleştirilmelidir?



Defterine aşağıdaki gibi yaz:

Aşağıdaki ifadeleri değerlendir ve evet (a) veya hayır (b) olarak işaretle:

Verilen bir kurala göre dizinin elemanlarını belirleyebiliyorum. a) Evet b) Hayır

Verilen bir konumdaki (pozisyondaki) elemanı bulabiliyorum. a) Evet b) Hayır

Tam sayılardan oluşan bir dizinin kuralını bulabiliyorum. a) Evet b) Hayır

Evet (a) işaretliyse örnek yaz. Hayır (b) ise ilgili derse dön ve örnekleri tekrar incele.

Bireysel çalışma

- Bir binadaki asansör göstergesindeki sayı dizisi: 0, 3, 6, 9, 12, ...
 - Dizinin hangi kurala göre oluşturulduğunu belirle.
 - Binanın en üst katı 74 ise, bu sayı asansör göstergesinde görünür mü? Binadaki tüm katlar gösterge üzerinde var mı?
 - Asansör göstergesi için yeni bir sayı dizisi yaz, yer altı otoparkını -2 olarak başlat ve kuralı sen belirle.
- Aşağıdaki diziler için:
 - 69, 62, 55, 48,
 - 17, -13, -9, -5, ...
 - 11, 7, 3, -1, ...
 - 5, -8, -11, -14, ...

Her dizinin sonraki elemanını bulma kuralını yaz ve sonraki üç elemanını yaz.



3. Okul yemekhanesinde her gün 10 yemek daha fazla hazırlanıyor. İlk gün 50 yemek var.
 - a) İlk beş günün dizisini yaz.
 - b) Dizinin genel terimini yaz.
4. Favori video oyununun zorluk seviyesi şu diziyle artıyor: 3, 10, 17, 24, ...
 - a) Zorluk seviyesinin artış kuralını bul.
 - b) Zorluğu artırmanın yeni ve adil bir yolunu tasarla.
5. Aleks park yoluna lambalar yerleştirmek istiyor. İlk lamba başlangıçtan 3 m sonra, İkinci 7 m, Üçüncü 12 m, Dördüncü 18 m.
 - a) Bu dizinin mantıklı bir kuralı var mı?
 - b) Lambalar arası mesafeler optimal mi?
 - c) Yolun eşit aydınlanması için nasıl bir düzenleme yapardın?
- 6.* Bir video oyununda oyuncu altın paralar topluyor. Her yeni seviyedeki para sayısı şu diziye göre artıyor: 2, 6, 12, 20, 30, ...
 - a) Sayıların nasıl arttığını bulabilir misin?
 - b) 6. seviyede oyuncu kaç para alır?
 - c) Herhangi bir seviyedeki para sayısını hesaplamak için genel kuralı yaz.
7. Bir oyunda ödül hesaplamak, bonus toplamak veya turnuvada ödül dağıtmak için kendi ilginç dizini tasarla. Neden bu dizinin iyi olduğunu ve tüm katılımcılar için nasıl adil yaptığını açıkla.
- 8.* Dizi: 2, 4, 8, 16, ... Bu dizinin kuralını ve genel terim (a_n) kuralını yaz.
9. Aşağıdaki dizinin genel terimini belirleyen kuralı yaz.

a)



b)



c)

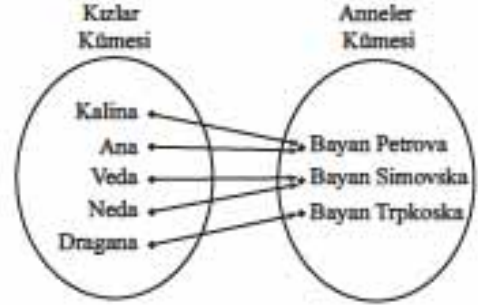


Basit Fonksiyonların Gösterimi

Matematikte “fonksiyon” kavramı, gerçek dünyadaki problemleri modellemek ve analiz etmek için güçlü bir araçtır.

Fonksiyon, bir büyüklüğün başka bir büyüklüğe nasıl bağlı olduğunu tanımlar; yani bir kümenin elemanlarını başka bir kümenin elemanlarıyla belirli bir kurala göre ilişkilendirir.

Bu derste bu ilişkinin nasıl gösterileceğini öğreneceksin. Öğrendiklerini uygulayarak fonksiyonları gerçek yaşam durumlarında anlayıp kullanabilecek ve matematikteki ileri konuları daha iyi kavrayabileceksin.



Örnek 1

Ben 2 ile başlıyorum ve sonra her bir sonraki sayıyı 5 ekleyerek elde ediyorum. Bu dizideki ilk beş sayı nedir ve genel terimi (kuralı) nasıl yazılır?

Çözüm:



Dizideki ilk beş sayı şunlardır: 2, 7, 12, 17, 22

Örnek 2

Marko'nun 5 elması var. Her sonraki gün 3 elma daha alıyor. Birkaç gün yeni elma aldıktan sonra toplam kaç elması olur?

Çözüm:

Marko 5 elmayla başlıyor. Her gün 3 elma daha alıyor.

Durumu şöyle ifade edebiliriz:

“Başlangıçtaki 5 elmadan sonra Marko'nun elma sayısı her gün 3 artar.”

Fonksiyon, bir kümenin her elemanını başka bir kümenin tam olarak bir elemanına eşleyen bir kuraldır.

Bu örnekte elma sayısı, verilen bir kurala (fonksiyona) göre gün sayısına bağlıdır.

Bu fonksiyon “gün sayısı” ile “elma sayısı” arasındaki ilişkiyi tanımlar. Daha anlaşılır olması için bunu önce bir tabloyla gösterelim:

Gün	Girdi	Çıktı
Birinci gün:	$5 + 3$	8
İkinci gün:	$5 + 3 + 3$	11
Üçüncü gün:	$5 + 3 + 3 + 3$	14
Dördüncü gün:	$5 + 3 + 3 + 3 + 3$	17
Beşinci gün:	$5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$	20
Altıncı gün:	$5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$	23

Tabloya ve verilen kurala göre, örneğin yedinci gün için elma sayısı: $5 + 3 \cdot 7 = 26$ elma olur. Eğer gün sayısını x ile, gün sayısını elma sayısına dönüştüren kuralı f ile gösterirsek:

$$1 \xrightarrow{f} 5 + 3 \cdot 1 \quad 1 \xrightarrow{f} 8 \quad f(1) = 5 + 3 \cdot 1 = 8$$

$$2 \xrightarrow{f} 5 + 3 \cdot 2 \quad \dots \text{yani} \quad 2 \xrightarrow{f} 11 \quad \dots \text{veya başka şekilde yazılırsa:} \quad f(2) = 5 + 3 \cdot 2 = 11$$

$$3 \xrightarrow{f} 5 + 3 \cdot 3 \quad 3 \xrightarrow{f} 14 \quad f(3) = 5 + 3 \cdot 3 = 14$$

Şimdi x gün sayısını, $f(x)$ ise toplam elma sayısını gösterirse, formül şu şekilde olur:

$$f(x) = 5 + 3x$$

Bu şekilde fonksiyonun gösterilmesine analitik (veya formülle gösterim) denir. Marko elmaları almaya başlamadan önce, gün sayısı $x = 0$ iken Marko'nun 5 elması vardır.

Alıştırma 1

Okul yılının başında Lena pul toplamaya karar verir. 2 pulu vardır ve sonra her gün 4 pul daha ekler. 3 gün sonra Lena'nın kaç pulu olur? Fonksiyonu denklem şeklinde yaz.

Örnek 3

Bir markette ürünler belirli fiyatlarla satılıyor. Her müşteri için mağaza, toplam alışveriş tutarına göre indirim sunuyor:

- 1000 denara kadar olan tutarda indirim yok.
- 1000'den fazla, fakat en çok 5000'e kadar %5 indirim.
- 5000 denardan fazla ise %10 indirim.

Mağaza ayrıca faturalarını hemen ödeyen müşterilere %2 ek indirim de sunuyor.

- Müşterinin harcadığı paraya bağlı olarak (peşin ödeme indirimi olmadan) ödediği fiyatı gösteren fonksiyonu yaz.
- 6000 denar harcayan bir müşteri ne kadar öder?

Çözüm:

a) Sözel ifade: Önce, müşterinin ödeyeceği tutarın harcadığı miktara nasıl bağlı olduğunu inceleyelim:

- 1000 denara kadar harcadıysa indirim yok.
- 1000 ile 5000 denar arasında harcadıysa %5 indirim var.
- 5000 denardan fazla harcadıysa %10 indirim var.

Ayrıca müşteri hemen ödeme yaparsa %2 ek indirim uygulanır.

Sembollerle ifade:

P , müşterinin toplam harcadığı miktar olsun. Ödeyeceği tutar $f(P)$ olarak gösterilir.

Fonksiyon şu şekilde olur:

$f(P) = P$, eğer müşteri 1000 denar veya daha az harcadıysa.

$f(P) = 0,95 \cdot P$, eğer müşteri 1000'den fazla ama 5000'e kadar harcadıysa.

$f(P) = 0,90 \cdot P$, eğer müşteri 5000 denardan fazla harcadıysa

$$\text{Ya da kısaca: } f(P) = \begin{cases} P & \text{eğer } P \leq 1000 \\ 0,95 \cdot P, & \text{eğer } 1000 < P \leq 5000 \\ 0,90 \cdot P, & \text{eğer } P > 5000 \end{cases}$$

Eğer müşteri hemen ödeme yaparsa, uygulanan önceki indirimden sonra kalan tutara %2 ek indirim uygulanır. Yani son fiyat, önceki indirimler sonrası tutardan %2 daha az olur.

b) Belirli bir örnek için fonksiyonun değerini hesaplayalım: Müşteri 6000 denar harcamışsa: a) bölümüne göre: $f(6000) = 0,90 \cdot 6000 = 5400$ denar.

Sonra peşin ödeme indirimi uygulanır: $0,98 \cdot 5400 = 5292$ denar.

Alıştırma 2

Yovana çiçek satıyor. Bu, fiyat listesinden bir alıntıdır.

Her türden bir çiçek için: Ayrıca, alıcı 5'ten fazla çiçek satın alırsa, %10 indirim alır. Alıcı 10'dan fazla çiçek satın alırsa, indirim %15'e çıkar. Yovana, hemen ödeme yapan tüm alıcılara ek %5 indirim sunmaya karar verir.

- Alıcının satın aldığı çiçek sayısına bağlı olarak ödediği fiyatı temsil eden fonksiyonu yazın (hemen ödeme indirimi olmadan).
- 8 lale, 4 orkide ve 2 gül satın alan alıcının hemen ödeme yapmaya karar vermesi durumunda toplam fiyatı hesaplayın.

Gül:	300 denar.
Lale:	150 denar.
Orkide:	500 denar.

Alıştırma 3

Dalgıç dalarken, suyun basıncı dalgıcın bulunduğu derinlik arttıkça artar. Deniz suyunun yoğunluğu 1020 kg/m^3 olduğundan her 10 metrede basınç 1,02 bar artar (bar basınç birimidir). Birkaç başlangıç değeri için ilişki aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Derinlik d (m)	10	20	30	40	50
Basınç P (bar)	1,02	2,04	3,06	4,08	5,1

Bir derinlikte iki farklı basınç değeri olması mümkün mü? Basıncın derinliğe bağlı fonksiyonunu yaz ve 34 metre derinlikte suyun basıncını belirle.

Günlük hayattan matematiksel fonksiyonla gösterilebilecek bir örnek verebilir misin? Gerçek bir durumu anlatan ve çözümünde şu fonksiyonların kullanılacağı bir metin yazmaya çalış.

a) $f(x) = 320 - 5x$ b) $f(x) = 320 + 5x$

Fonksiyon kavramından başlayarak bir zihin haritası oluştur.
Daha sonra dersi kullanarak kontrol et.

Bireysel çalışma

1. Fonksiyon $f(x) = 2x + 5$ ifadesini sözcüklerle açıkla (bu fonksiyonun her kısmı ne anlama geliyor anlat).
2. Verilen fonksiyon $f(x) = 2x - 1$. Aşağıdaki x değerleri için $f(x)$ değerini bul:
 $x = 3, x = -2, x = 0$.
3. $f(x) = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$ matematikte bilinen bir fonksiyondur. Bunu sözcüklerle açıkla ve formül olarak yaz.
4. Verilen fonksiyon $f(x) = 3x - 4$. Fonksiyonun beş değerini yaz ($x = 1, 2, 3, 4, 5$ için).
5. Şehirde sıcaklık her saat 3°C artıyorsa ve başlangıç sıcaklığı 15°C ise, sıcaklığın zamana bağlı fonksiyonunu nasıl yazarsın?
6. Yana'nın saç 25 cm uzunluğunda. Her ay 1,5 cm uzuyor. Yana'nın saç uzunluğunun aya bağlı fonksiyonu K'yi yaz. 5 ay sonraki saç uzunluğunu hesapla.
7. a) Miloş'un bahçesinde 40 fide vardı. Ama kötü hava koşulları nedeniyle her gün 3 tane kurudu. Fide sayısının gün sayısına bağlı formülünü yaz. Kaç gün sonra hepsi kurur?
b) $S = 15 + 4d$ şeklinde verilen fonksiyonu sözcüklerle yaz (S = fide sayısı, d = gün sayısı).

8. Leyla'nın yolculuğunda kat edilen yolun zamana bağlı tablosu verilmiş: Yolun zamana bağlı fonksiyonunu yaz.

Zaman (saat)	0	1	2	3	4
Yol (km)	0	50	100	150	200

9. Ömer bir kimya deneyi yapıyor. Gözlediği reaksiyon, bir maddenin ısınması ve sıcaklığının her dakika 2°C artmasıyla oluşuyor. Maddenin başlangıç sıcaklığı 18°C . m dakika sonraki sıcaklığı T 'yi bulmak için fonksiyonu yaz m (dakika), T (derece) olarak.

Bir Doğrusal Fonksiyonun Grafik Gösterimi ve Koordinat Çiftleri

Doğrusal fonksiyonlar günlük hayatta en sık kullandığın matematiksel modellerden biridir. İki büyüklük arasındaki ilişkiyi temsil ederler. Örneğin, markette aynı türdeki ürünlerin toplam ağırlığı, bir tanesinin ağırlığına bağlı doğrusal bir fonksiyondur; sabit hızla seyahat ettiğinde belirli bir sürede aldığın mesafe, zamana bağlı doğrusal bir fonksiyondur; taxi ücreti ise kat edilen kilometreye bağlı doğrusal bir fonksiyon değeridir.

Örnek 1

Musa defter satıyor. 200 denarla başladı ve satılan her defterden 50 denar kazanıyor. Toplam geliri $f(x)$ satılan defter sayısına x bağlayan fonksiyon için bir formül yazın.

Çözüm:

$f(x) = 50x + 200$, burada: x satılan defter sayısı, $f(x)$ toplam gelir, 50 defter başına gelir ve 200 başlangıç miktarıdır.



Doğrusal (linear) fonksiyon, iki değişken arasındaki ilişkiyi şu formülle ifade eder:

$$f(x) = ax + b \text{ Burada:}$$

x bağımsız değişken, $f(x)$ bağımlı değişken ve genellikle $y = ax + b$ şeklinde yazılır, a ve b verilen sayılardır, $a \neq 0$ olması, fonksiyonun doğrusal olması için gereklidir.

Örnek 2:

Verilen doğrusal fonksiyon: $y = 2x - 3$

- a) $x = -1$ için, $x = 0$ için, $x = 2$ için y 'yi bul
b) Elde edilen koordinat çiftlerinin fonksiyonu nasıl temsil ettiğini açıkla.

Çözüm:

a) Verilen x değerleri için her y değerinin hesaplanması aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

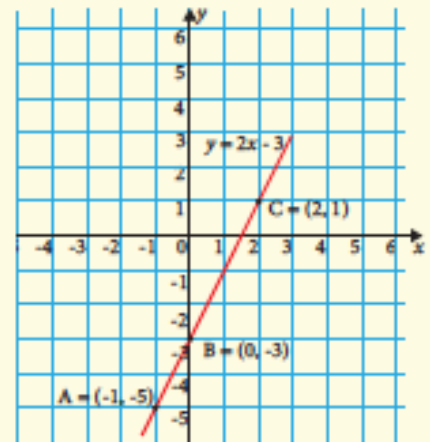
x	-1	0	2
y 'nin Hesaplanması	$y = 2 \cdot (-1) - 3 = -2 - 3$	$y = 2 \cdot 0 - 3 = 0 - 3$	$y = 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3$
y	-5	-3	1

Tablodan şu koordinat çiftlerini görebiliriz: $(-1, -5)$, $(0, -3)$, $(2, 1)$.

Koordinat çifti, bir noktanın koordinat sistemindeki konumunu belirleyen sıralı bir sayı çiftidir (x, y) .

Her koordinat çiftindeki birinci sayı - x koordinatı (apsis) olarak adlandırılır, yani bağımsız değişkenin değerini gösterir.

İkinci sayı - y koordinatı (ordinat) olarak adlandırılır ve bağımlı değişken y 'nin değerini gösterir. Örnek 2'deki koordinat çiftlerini koordinat sistemine yerleştirirsek, her çiftin karşılık geldiği noktaları elde ederiz. Bu noktalar birleştirildiğinde, doğrusal fonksiyonun grafiğini oluşturan bir doğru elde edilir.



Örnek 3:

Koordinat çifti $(1, 5)$, Örnek 2'deki doğrusal fonksiyonun grafiği üzerinde bir nokta mı? ($y = 2x - 3$).

Çözüm:

$(1, 5)$ noktasının $y = 2x - 3$ fonksiyonunun grafiği üzerinde olup olmadığını iki şekilde kontrol edebiliriz:

I. yol: Fonksiyon $y = 2x - 3$ 'ün grafiği çizildiğinde $(1, 5)$ noktasını buluruz. Bu noktanın doğrusal fonksiyonun grafiği olan doğru üzerinde olup olmadığını kontrol ederiz.

II. yol: $x = 1$ ve $y = 5$ değerlerini $y = 2x - 3$ denkleminde yerine koyarız: $5 = 2 \cdot 1 - 3$, $5 \neq -1$ olur. Sonuç yanlış bir sayı eşitliği verir, dolayısıyla bu sıralı çift fonksiyon denkleminde çözüm değildir. Yani koordinatları $(1, 5)$ olan nokta, $y = 2x - 3$ doğrusal fonksiyonunun grafiği üzerinde değildir.

Alıştırma 1

Aşağıdaki koordinat çiftlerinin doğrusal fonksiyon $y = x - 1$ şartını sağlayıp sağlamadığını kontrol et:

- a) $(1, 0)$ b) $(2, 2)$ c) $(-1, 2)$ d) $(-2, -3)$ e) $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$

Alıştırma 2

Aşağıdaki doğrusal fonksiyonların grafiklerini çiz:

- a) $y = 3x$ b) $y = 2x - 4$ c) $y = -x + 2$
d) $y = -4x$ e) $y = -3x - 1$

Alıştırma 3

Simeon telefonla konuştuğunda, sabit bir 50 dolarlık temel ücret öder ve her konuşma dakikası için 10 dolar eklenir. 1, 2, 3 ve 4 dakikalık konuşmalar için toplam fiyatın tablosunu yap.

Örnek 4

Bir restoranda yemeğin fiyatı, sipariş edilen porsiyon sayısına bağlıdır. Hesabın toplam tutarı, x porsiyon sayısı ve y toplam fiyat (avro) olmak üzere, $y = 3x + 5$ fonksiyonu ile hesaplanır.

- a) $x = 1$, $x = 3$ ve $x = 5$ için koordinat çiftlerini bul.
b) Bu fonksiyonun grafiğini koordinat sisteminde çiz.
c) Bu durumda 5 sayısı neyi temsil eder? 3 ne anlama gelir?
d) Bir öğrenci 4 porsiyon sipariş ederse, hesabı ne kadar olur?

Çözüm:

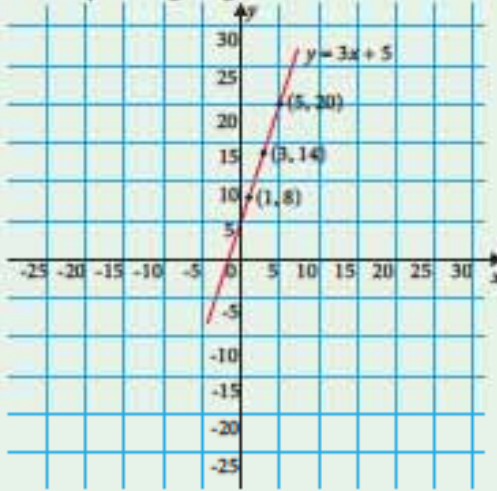
- a) y 'nin değerini her x değeri için hesaplıyoruz: $x = 1$ için: $y = 3 \cdot 1 + 5 = 3 + 5 = 8$,
 $x = 3$ için: $y = 3 \cdot 3 + 5 = 9 + 5 = 14$, $x = 5$ için: $y = 3 \cdot 5 + 5 = 15 + 5 = 20$

Tablo şu şekilde doldurulabilir:

Porsiyon sayısı x	1	3	5
Toplam fiyat euro cinsinden y	8	14	20

Tablodan koordinat çiftlerini yazabilirsiniz: (1, 8), (3, 14), (5, 20).

- b) Fonksiyonun grafiği



- c) Denklemdaki 5 değeri başlangıç fiyatını temsil eder, yani kaç porsiyon sipariş edilirse edilsin, başlangıç fiyatı 5 avrodur (örneğin, bir restoranda masa rezervasyonu için). Değişken x 'ten önceki, yani sipariş edilen porsiyon sayısından önceki 3 sayısı 1 porsiyonun fiyatıdır (yani 3 avronun 1 porsiyon maliyeti vardır).
- d) Bir öğrenci 4 porsiyon sipariş ederse, toplam tutarı hesaplamak için $y = 3 \cdot 4 + 5 = 12 + 5 = 17$ fonksiyonunda $x = 4$ 'ü yerine koyarız. Dolayısıyla, 4 porsiyonun hesabı toplam 17 avro olacaktır.

Alıştırma 4

Valbona her hafta 200 denar biriktiriyor. Başlangıçta 500 denarı vardı.

- a) Valbona'nın birikimini anlatan fonksiyonu yaz.
b) İlk beş hafta için bir tablo hazırla.
c) Grafiğini çiz.

$y = x + 3$ ve $y = -x - 3$ doğrusal fonksiyonlarının grafiklerini çiz. İki fonksiyonun grafiklerinin farkını açıkla.

Defterine cevapları ve açıklamaları yaz.

1. Bir doğrusal fonksiyonun ne olduğunu anlıyorum. Evet/Hayır
(Açıkla: Fonksiyonu nasıl anlıyorsun?)
2. Verilen bir x değeri için y 'yi nasıl hesaplayacağımı biliyorum. Evet/Hayır
(Bir örnek yaz.)
3. Koordinat çiftlerini yerleştirerek ve noktaları birleştirerek fonksiyonun grafiğini çizebiliyor muyum? Evet/Hayır
(Grafiği nasıl çizdiğini anlat.)

Bu derste kendimi ne kadar güvende hissediyorum?

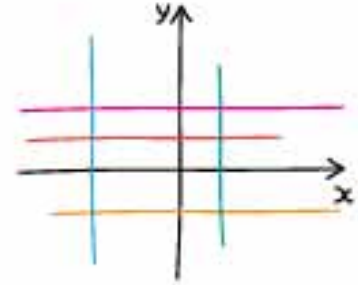
Çok güvende / Kısmen güvende / Emin değilim (Açıkla: Neden?)

Bireysel çalışma

1. Bir elektronik mağazasında televizyonların fiyatı indirim başladıktan sonra her gün 500 denar azalır.
 - a) Başlangıç fiyatı 15 000 denar ise, gün sayısı x 'e bağlı fiyat formülünü yaz.
 - b) 3, 5 ve 7 gün sonra fiyatı bul.
 - c) Fonksiyonun grafiğini çiz.
2. Bir otobüs şirketinde A şehrinden B şehrine yolculuk maliyeti $y = 30x + 10$ formülüyle hesaplanır. x = kilometre sayısı, y = maliyet (denar).
 - a) 100 km ve 250 km için maliyeti bul.
 - b) Fonksiyonun grafiğini çiz.
3. Risto bir elektronik mağazasında çalışıyor. Günlük taban maaşı 1000 denar, sattığı her ürün için +200 denar kazanıyor.
 - a) Satılan ürün sayısına bağlı olarak kazancı y 'yi veren formülü yaz.
 - b) 3, 4 ve 6 ürün sattığında kazancını bul.
 - c) Grafiğini çiz.
4. İsak'ın alışveriş yaptığı kitapçıda 3'ten fazla kitap alırsa toplam fiyattan 5 euro indirim alır. Bir kitabın fiyatı 4 euro. Formül: $y = 4x - 5$.
 - a) 5 ve 7 kitap için fiyatı bul.
 - b) Grafiğini çiz.
5. Bir bisiklet kiralamak günlük 100 denar. Ayrıca herkes 50 denar üyelik ücreti ödemek zorunda.
 - a) Birkaç gün için kiralama yapan bir kişinin toplam ödemesi için formülü yaz.
 - b) 2 gün ve 4 gün kiralayan bir kişinin ödeyeceği miktarı bul.

x veya y Eksenine Paralel Doğrusal Fonksiyonların Grafikleri

Bu derste, grafikleri x eksenine veya y eksenine paralel olan fonksiyonlarla tanışacaksın. Bu fonksiyonları nasıl tanıyacağını ve grafiklerini nasıl çizeceğini öğreneceksin. x eksenine paralel olan fonksiyonlar, y için sabit bir değere sahiptir. y eksenine paralel olan fonksiyonlar, x için sabit bir değere sahiptir. Bu ders, bu fonksiyonların temel özelliklerini anlamana ve grafikleri nasıl gösterildiklerini öğrenmene yardımcı olacak.



Örnek 1

Doğrusal fonksiyon için bir zihin haritası oluştur. Önceki dersi kullanarak haritanı kontrol et.

Alıştırma 1

$y = 2x - 3$ doğrusal fonksiyonunun grafiğini çiz. Bağımsız değişken x 'in önündeki katsayı a nedir ve katsayı b nedir?

Örnek 2

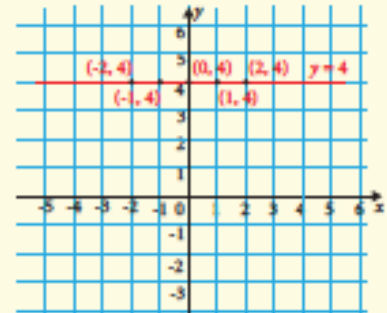
$y = 0 \cdot x + 4$ fonksiyonunun grafiğini çiz.

Çözüm:

Fonksiyon $y = 0 \cdot x + 4$ için bağımsız değişken x 'in katsayısı 0'dır. Grafiği çizmeden önce bir tablo yapalım. Çünkü x 'in her değeri 0 ile çarpıldığında sonuç sıfır olur, bu durumda y 'nin değeri her x için 4'tür.

x	-2	-1		1	2
y	4	4	4	4	4

Verilen koordinat çiftlerinden $(-2, 4)$, $(-1, 4)$, $(0, 4)$, $(1, 4)$, $(2, 4)$ her birine koordinat sisteminde karşılık gelen bir nokta yerleştiriyoruz. Noktaları birleştirince x -eksenine paralel yatay bir doğru elde ederiz. Fonksiyonun formülünü $y = 4$ olarak da yazabiliriz. Bu bir sabit fonksiyondur çünkü x 'in her değeri için y 'nin değeri 4'tür.



Örnek 3:

Fonksiyon $x = -2$ olarak verilmiştir, yani y cinsinden açıkça ifade edilmemiştir, x cinsinden verilmiştir. Onun grafiğini çiz.

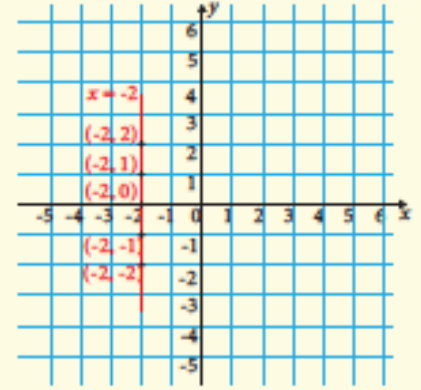
Çözüm:

Fonksiyonda $x = -2$, x sabit bir değere sahiptir.

Bu şu anlama gelir: y hangi değeri alırsa alsın, x 'in değeri -2 olur. Bu şöyle gösterilebilir:

x	-2	-2	-2	-2	-2
y	-2	-1	0	1	2

Her koordinat çifti $(-2, -2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 0)$, $(-2, 1)$, $(-2, 2)$ için koordinat sisteminde noktayı buluruz. Noktaları birleştirerek y -eksenine paralel bir dik doğru elde ederiz.

**Alıştırma 2**

Fonksiyonların grafiklerini çiz:

- a) $y = -2$ b) $x = 3$ c) $x = 1\frac{1}{2}$ d) $y = 5$ e) $y = -2\frac{1}{3}$

Örnek 4

Bir laboratuvarında kapalı bir odada sabit sıcaklık sağlayan bir cihaz inceleniyor. Zaman ne kadar geçerse geçsin, sıcaklık hep 22°C kalıyor.

- a) Geçen zamana bağlı olarak sıcaklığı tanımlayan $T(t)$ fonksiyonunu yaz. Burada t , geçen saat sayısıdır (ölçüm başlamadan önceki zamanlar için negatif de olabilir).
b) Fonksiyonun grafiğini çiz ve nasıl bir grafik olduğunu açıkla.

Çözüm:

- a) Fonksiyon $T(t) = 22$ 'dir. Burada t , geçen saat sayısıdır (ölçüm başlamadan önceki zamanlar için negatif bir sayı da olabilir).

- b) Bu ölçüm sırasında ve ölçümden önce her saat için sıcaklığın 22°C olarak kaldığı anlamına gelir. Grafiği çizmek için koordinat sistemine birkaç nokta yerleştiririz: $(-2, 22)$, $(-1, 22)$, $(0, 22)$, $(1, 22)$, $(2, 22)$, $(3, 22)$. Bu noktaları birleştirdiğimizde $y = 22$ fonksiyonunun grafiğini elde ederiz.

Grafik, x eksenine paralel yatay bir doğru olur; bu da sıcaklığın sabit kaldığını gösterir.



İki fonksiyon düşün: biri $y = m$ şeklinde, diğeri $x = n$ şeklinde yazılır. Her birinin grafiği nasıl görünür (hangi eksenlere paraleldir ve neden)? Bu bilgiyi gerçek hayattaki problemleri çözerken nasıl kullanabilirsin?

Defterine şu soruları çöz:

1. $y = b$ ve $x = a$ şeklindeki fonksiyonlar arasındaki fark nedir?
2. Şu fonksiyonlardan hangilerinin grafiği y -eksenine paralel bir doğru olur:
 $y = -1$, $x = -3$, $x = 2$, $y = 4,5$?
3. $y = -3$ ve $x = 2$ fonksiyonlarının grafiklerini çiz.
4. Günlük hayattan, $y = b$ veya $x = a$ şeklinde bir fonksiyon kullanarak çözülebilecek bir problem yaz.

Derse geri dön ve doğru çözdün mü kontrol et.

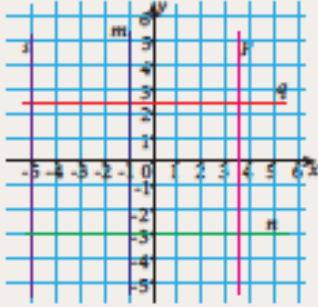
Eğer 2 yanlışın varsa, $y = b$ ve $x = a$ şeklindeki doğrusal fonksiyon grafiklerini tekrar çalışman ve alıştırmaya yapman gerekir.

3 veya 4 soruyu doğru çözdüysen, bu dersi başarılı bir şekilde öğrenmiş sayılırsın.

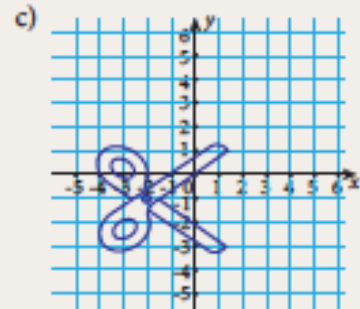
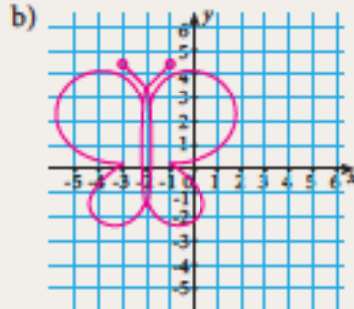
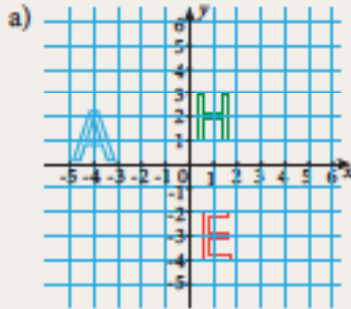
Bireysel çalışma

1. Bir okul salonunda klima öyle ayarlanmıştır ki odanın sıcaklığı günün saati ne olursa olsun sürekli 17°C 'de tutulur.
 - a) Odanın sıcaklığını anlatan fonksiyonu yaz.
 - b) Fonksiyonun grafiğini çiz.
2. Yerel bir restoranda günlük özel yemek her gün sabit 150 denardan satılıyor.
 - a) Fiyat ile gün arasındaki ilişkiyi bir fonksiyon olarak ifade et.
 - b) Fonksiyonun grafiğini çiz.

3. Parkta bulunan sıcak içecek otomatı, alınabilecek içecek türü veya sayısı ne olursa olsun her zaman tam olarak 100 denar alır.
- a) Otomata girilen tutarı anlatan fonksiyonu yaz.
- b) Fonksiyonun grafiğini çiz.
4. Verilen doğruların denklemlerini yaz.



5. Aşağıdaki şekillerin simetri eksenlerinin denklemlerini yaz.



6. a) Koordinat sisteminde şu noktaları işaretle: $(-4, 3)$, $(-4, 5)$, $(-4, 0)$, $(-4, 2)$, $(-4, -3)$. Bu noktaların üzerinden geçen doğrunun denklemini yaz.
- b) Koordinat sisteminde şu noktaları işaretle: $(-4, 5)$, $(-3, 5)$, $(2, 5)$, $(0, 5)$, $(4, 5)$. Bu noktaların üzerinden geçen doğrunun denklemini yaz.
7. Koordinat sisteminde $x = 3$ ve $y = 4$ doğrularının simetri eksenleri olduğu bir şekil çiz.
8. Noktalar $M(2, 3)$, $N(-1, 5)$, $P(-4, 3)$ ve $Q(-1, -1)$ bir deltoidin köşeleridir.
- a) Koordinat sisteminde deltoidi çiz.
- b) Deltoidin köşegenlerinin üzerinde bulunduğu doğru denklemleri, sırasıyla yaz.
9. Verilen noktalar: $A(2, 4)$, $B(2, -3)$, $C(1, 4)$, $D(2, -2)$, $E(2, 6)$. Hangi nokta gruba ait değildir? Cevabını açıkla.

K O N U

4

ÖLÇME



Hiçbir şeyin ölçülemediği bir günü düşün. Saati nasıl bileceğiz, kaç kilometre gittiğimizi nasıl öğreneceğiz, bir cismin kütlesinin ne kadar olduğunu nasıl anlayacağız veya çayı ne kadar süre demlememiz gerektiğini nasıl belirleyeceğiz? Ölçme, nesnelerin büyüklüklerini seçilen ölçü birimleriyle karşılaştırdığımız ve bu şekilde onların uzunluğunu, kütlesini, hacmini, süresini veya başka bir büyüklüğünü belirlediğimiz bir işlemdir.

„Ölçmek, doğru olma sanatıdır – onsuz her şey sadece yaklaşık olur.“

Öğrenmenin Sonuçları

Bu konuyu öğrendikten sonra şunları yapabilecek durumda olacaksın:

- Tahmin, ölçme, hesaplama ve günlük bağlamlarda problem çözmek için uygun ölçü birimlerini seçmek;
- Gerçek hayattan, birden fazla aşamayı içeren grafikler çizer ve yorumlarsın, örneğin yolculuk süresi grafiği.
- Günlük durumlardan problemlerde, dörtgenin çevresini, karmaşık 2D şekillerin alanını ve kare ile küpün hacmini hesaplamak.

Uzunluk Ölçme Aletleri ve Ölçü Birimleri. Mikron

Bu derste, uzunluk ölçümünde kullanılan iki tür ölçüm aracıyla tanışacaksın: analog ve dijital araçlar. Bu araçlar, farklı bilimsel, teknik ve endüstriyel alanlarda ölçümlerin doğruluğu ve hassasiyeti için temel öneme sahiptir.

Analog ölçüm araçları, örneğin cetveller ve kumpaslar, yaygın olarak kullanılan ve kolayca uygulanabilen araçlardır. Ancak bu tür araçlar, ölçüm sonuçlarının dikkatli bir şekilde okunmasını ve yorumlanmasını gerektirir. Dijital ölçüm araçları ise elektronik ekranlar aracılığıyla ölçüm sonuçlarını doğrudan ve otomatik olarak gösterir. Bu özellikleri sayesinde daha modern olup hassas ölçümler için daha elverişlidirler.



Bu derste özellikle çok küçük uzunluk ve kalınlıkların ölçülmesine odaklanılacaktır. Bu tür ölçümler için mikron ölçüm araçlarının kullanımı gereklidir. Mikron ölçüm aracı, malzemelerin kalınlığı veya makine ve elektronik parçalarının hassas boyutları gibi çok küçük ölçülerin belirlenmesinde idealdir. Ayrıca mikrometre ölçü birimini ve bunun metre ve milimetre cinsinden nasıl dönüştürüleceğini de öğreneceksin.

Örnek 1

Milan bir resim çerçevesi yapmaya karar verdi. Bunun için farklı uzunluklarda tahta çıtalara ihtiyacı olacak. Elinde uzunluk ölçü birimi olarak santimetre ve metre kullanan ölçüm araçları var. Hesaplamaları yapmasına yardım et ve soruları yanıtla:

- Milan 3 metre uzunluğunda bir tahta çitayı 100 parçaya ayırırsa, her parçanın uzunluğu kaç santimetre olur?
- Milan iki çıta kullanmak zorunda: biri 1,5 metre, diğeri 150 santimetre. Bu iki çitanın toplam uzunluğu kaç santimetredir? (İşlem basamaklarını ve sonucu yaz.)
- Milan 5 çıta alacaksa ve her biri 2 metre uzunluğundaysa, çıtaların toplam uzunluğu kaç santimetre olur?
- Milan'ın elinde biri 2 metre, diğeri 850 santimetre olan iki çıta varsa, bu çıtaların toplam uzunluğunu yaz. Bu uzunluğu metre ve santimetre cinsinden nasıl ifade edersin?
- Milan, her tahta çitanın yaklaşık 4 metre uzunluğunda olduğunu tahmin etti. Eğer her çitanın gerçek uzunluğu 3,7 metre ise, 5 böyle çitanın toplam uzunluğunu hesapla. Tahmini toplam uzunluk ile gerçek toplam uzunluk arasındaki fark nedir?

Çözüm:

- a) $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$, $300 \text{ cm} : 100 = 3 \text{ cm}$
 b) $1,5 \text{ m} = 150 \text{ cm}$, toplam uzunluk $150 \text{ cm} + 150 \text{ cm} = 300 \text{ cm}$
 c) $5 \cdot 2 \text{ m} = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$
 d) $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$, $200 \text{ cm} + 850 \text{ cm} = 1050 \text{ cm}$, $1050 \text{ cm} = 10 \text{ m } 50 \text{ cm}$
 e) Milan her çitanın yaklaşık 4 metre olduğunu tahmin etti. Bu durumda tahmini toplam uzunluk $5 \cdot 4 = 20 \text{ m}$ olur.
 Her çita 3,7 metre ise, 5 çitanın toplam uzunluğu: $5 \cdot 3,7 \text{ m} = 18,5 \text{ m}$ olur. Tahmini toplam uzunluk ile gerçek toplam uzunluk arasındaki fark $20 - 18,5 = 1,5 \text{ m}$ 'dir.

Alıştırma 1

Kent, bir bisiklet yolu için dere üzerine küçük bir köprü inşa etmeyi planlıyor. Sen, köprünün doğru boyutlarının ölçülüp belirlenmesi gereken ekipte yer alıyorsun. İnşaatla ilgili şu veriler verilmiştir:

- Dere genişliği 4,25 m'dir.
 - Köprünün genişliği, derenin her iki ucunda 0,5 m daha fazladır.
 - Köprünün uzunluğu, genişliğinin 3 katı olmalıdır.
- a) Arazi ölçümlerinde hangi ölçüm araçlarını kullanırsın?
 b) Köprünün toplam genişliği kaç metre olur?
 c) Köprünün uzunluğu kaç metre olur?
 d) Milimetre bölümlü bir metre kullanıyorsan, ölçümü santimetre ve milimetre cinsinden tam olarak nasıl ifade edersin?

Örnek 2:

Aneta biyoloji meraklısıdır ve farklı bitki lifleri arasındaki farkları incelemek ister. Bir ot yaprağındaki liflerin kalınlığını ölçmek istiyor. Öğretmeni ona, bir lifin kalınlığının genellikle mikron (μ - mikrometre) cinsinden ölçüldüğünü söyler.

1 mikron (μ), metrenin milyonda birine eşittir.

Uygun ölçüm araçlarını kullanarak çok küçük uzunluklar ölçen Aneta, ot lifinin kalınlığının 50 μm olduğunu tespit etmiştir.

SI birim sisteminde metrenin milyonda birine eşit uzunluk mikrometre, μm olarak adlandırılır. Bu uzunluğun 'mikron' (μ) şeklinde gösterimi ise 1967 yılında kullanımdan kaldırılmıştır.

- a) Kalınlığı mikrondan milimetreye çevir.
- b) İnsan saç telinin kalınlığı yaklaşık 70 μm ise, hangi lif daha incedir: yaprak lifi mi yoksa insan saçı mı? İki lif arasındaki fark kaç mikron?
- c) Boyutunu hayal edebilmek için, bu tür liflerden kaç tanesi yan yana dizilirse 1 milimetrelilik bir uzunluk oluşturur?
- d) Bu kadar küçük boyutları ölçmek için bilimde neden mikrometre kullanmak önemlidir?

Çözüm:

- a) Milimetre ile mikron arasındaki ilişkiyi kullanarak: Eğer lifin kalınlığı 50 μm ise,
 $50 \mu\text{m} = 50 \div 1\,000 \text{ mm} = 0,05 \text{ mm}$.
 Lifin kalınlığı 0,05 mm'dir.
- b) İnsan saç telinin kalınlığı 70 μm , ot yaprağındaki lifin kalınlığı ise 50 μm olduğuna göre, aralarındaki fark: $70 \mu\text{m} - 50 \mu\text{m} = 20 \mu\text{m}$. Ot lifinin kalınlığı insan saçından 20 μm daha incedir.
- c) Boyutunu hayal edebilmek için, 50 μm kalınlığındaki liflerden kaç tanesi yan yana gelirse 1 mm olur, bunu hesaplayalım.
 $1 \text{ mm} = 1\,000 \mu\text{m}$ olduğuna göre: $1\,000 \mu\text{m} \div 50 \mu\text{m} = 20$.
 Yani 20 adet 50 μm kalınlığındaki lif yan yana dizilirse 1 mm uzunluk elde edilir.
- d) Mikron (μm) kullanmak bilimde çok önemlidir çünkü hücresel yapılar, mikroskobik nesneler veya lifler gibi çok küçük boyutların hassas bir şekilde ölçülmesini sağlar. Mikron birimi, santimetre veya milimetre ölçeğinde ölçülemeyecek kadar küçük olan nesnelerin yüksek doğrulukla ölçülmesine olanak tanır. Bu özellikle biyoloji, tıp ve teknoloji alanlarında çok önemlidir, çünkü mikron düzeyindeki ayrıntılar süreçleri ve işlevleri anlamak için kritik öneme sahiptir.

Alıştırma 2

Bir bilimsel deney, dikdörtgen prizma şeklinde çok küçük bir nesnenin boyutlarının hassas şekilde belirlenmesini gerektiriyor. Ölçümler farklı birimlerde verilmiştir: nesnenin uzunluğu 2 500 μm , genişliği 0,75 mm ve yüksekliği 0,05 cm'dir.

- a) Tüm boyutları milimetre cinsine çevir.
- b) Tüm boyutları mikron cinsine çevir.
- c) Nesnenin uzunluğu yüksekliğinin kaç katıdır?

Örnek 3:

Bir elektrik mühendisi, bir elektronik cihaz için baskılı devre kartı tasarlıyor. Kartın boyutları farklı birimlerde verilmiştir: kartın uzunluğu 15 cm, genişliği 85 mm ve kalınlığı 1 200 μm 'dir.

- a) Tüm boyutları milimetre cinsine çevir.
- b) Tüm boyutları mikron cinsine çevir.

- c) Eğer her katmanın kalınlığı 1200 μm ise, 2 cm maksimum yüksekliğe sahip bir kutuya kaç katman yerleştirilebilir?

Çözüm:

a) Milimetreye çevirme:

1 cm = 10 mm, 1 μm = 0,001 mm

- Uzunluk: 15 cm = (15 · 10) mm = 150 mm
- Genişlik: 85 mm – zaten milimetre cinsindedir
- Kalınlık: 1200 μm = (1200 · 0,001) mm = 1,2 mm

b) Mikrına çevirme:

1 mm = 1 000 μm , 1 cm = 10 000 μm

- Uzunluk: 15 cm = (15 · 10 000) μm = 150 000 μm
- Genişlik: 85 mm = (85 · 1000) μm = 85 000 μm
- Kalınlık: 1200 μm – zaten mikron cinsindedir

c) Katman sayısının hesaplanması:

- Kutunun maksimum yüksekliği: 2 cm = 20 mm
- Bir katmanın kalınlığı: 1,2 mm
- Katman sayısı = 20 mm : 1,2 mm = 16,(6)

Kesirli katman olamayacağı için, maksimum katman sayısı 16'dır.

Alıştırma 3

Petar kış koşullarında kullandığı üç farklı giysi katmanının kalınlığını ölçmek istiyor. Bunun için özel ölçüm araçları kullanıyor ve şu ölçümleri elde ediyor:

- Kışlık ceketin iç kısmındaki katmanın kalınlığı: 450 μm .
- Kışlık kazağın katman kalınlığı: 800 μm .
- Kışlık ceketin dış kısmındaki katmanın kalınlığı: 1200 μm .

- Üç katmanın tüm kalınlıklarını mikron (μm) cinsinden milimetre (mm) cinsine çevir.
- Hangi giysi en kalın? Hangisi en ince? En ince ve en kalın giysi arasındaki fark kaç mikron?
- Elde edilen kombinasyonun kalınlığının 5 cm olması için her bir katmandan kaç tane üst üste koymamız gerekir ?
- Farklı malzemelerin, örneğin giysilerin kalınlığını ölçerken mikron (μm) birimini kullanmanın neden önemli olduğunu açıkla. Bu ölçümler kışlık giysi tasarımında nasıl yardımcı olabilir?

Alıştırma 4

Farklı ölçüm araçlarında gösterilen uzunlukları oku ve her bir ölçüm aracının analog mu dijital mi olduğunu yaz.



Petar, soğuk bir bölgede yaşayan biri olarak soğuk havaya karşı kendisini koruyacak uygun kışlık giysileri seçmek zorunda. Üç katmanlı giysisinin (polar mont, kışlık kazak ve kışlık mont) kalınlıklarını ölçtü ama giysi kalınlığının ısı yalıtımını nasıl etkilediğini öğrenmek istiyor.

Eğer daha kalın giysiler ısıyı daha etkili şekilde tutuyorsa, bu bilgiyi Petar'a farklı sıcaklık koşullarına uygun en iyi kışlık giysiyi seçmesinde nasıl kullanırsın?

Açıkla: Mikron cinsinden ölçülen kalınlık bilgisi ve katmanların kalınlıkları hakkındaki bilgi, kış koşullarında giyinme kararı verirken nasıl yardımcı olur? Giysi kalınlığına bağlı olarak farklı giysi türlerinin özelliklerini araştır.

Defterine aşağıdaki soruları yanıtla ve sonra arkadaşlarınla paylaş:

1. Mikronun (μm) ne olduğunu ve küçük boyutların ölçümünde nasıl kullanıldığını anladım mı?
(Evet / Hayır)
Eğer hayırsa, açıklamanın veya problemin çözümünün hangi kısımları bana anlaşılabilir geldi?
2. Ölçü birimlerini (mikronu milimetreye) doğru bir şekilde çevirmeyi başardım mı?
(Evet / Hayır)
Eğer hayırsa, dönüştürme sürecini nasıl geliştirebilirim?
3. Mikron ölçmenin farklı bilimsel ve pratik durumlarda nasıl yardımcı olduğunu ne öğrendim?
Bunu özetlemek için bu soruya kısa bir yanıt yaz.

Bireysel çalışma

1. Aşağıdaki ölçüleri verilen birimlere çevir:
 - a) 3,5 kilometreyi metreye çevir.
 - b) 250 milimetreyi santimetreye çevir.
2. Evin bulunduğu yer ile okul arasındaki mesafe 546 metredir. Ölçümü bileşik sayı (metre + santimetre olarak) şeklinde yaz.
3. 3,25 m ölçüsünü santimetreye, üç ondalığa kadar ondalıklı sayı kullanarak çevir.
4. Sınıftaki masanın uzunluğunu tahmin etmek ve sonra doğru şekilde ölçmek için şu adımları uygula:
 1. Uzunluğu tahmin et:
 - Masaya bak ve uzunluğunu bildiğin bir nesneyle karşılaştırmaya çalış, örneğin yaklaşık 30 cm uzunluğundaki bir A4 kâğıdı ya da kolunun uzunluğu.
 - Bu karşılaştırmaya dayanarak masanın uzunluğunu yaklaşık olarak tahmin et.
 2. Ölçüm yap:
 - Metre veya cetvel gibi uygun bir ölçüm aracı kullanarak masanın uzunluğunu tam olarak ölç.
 - Ölçüm aracını masanın bir kenarının uzunluğu boyunca yerleştir ve ölçülen uzunluğu kaydet.
 - Eğer ölçüm aracı masanın uzunluğundan daha kısaysa, birden fazla ölçüm yap ve bunları toplayarak toplam uzunluğu bul.
 3. Tahmin ve ölçümü karşılaştır:
 - İlk tahminini gerçek ölçümle karşılaştır.
 - Tahmin ile ölçüm arasındaki farkı not et ve bu farkın neden kaynaklandığını düşün.

Bu etkinlik, tahmin ve ölçüm becerilerini geliştirmen ve uzunluk ölçümünde doğruluğun ne kadar önemli olduğunu anlamana yardımcı olacaktır.
5. Hangi uzunluk daha büyüktür: 5 metre mi yoksa 520 santimetre mi? Kaç santimetre fark vardır?
6. Aşağıdaki çokgenlerin çevresini, kenar uzunlukları verildiği şekilde hesapla:
 - a) Kenarları 4 m ve 6 m olan dikdörtgen.
 - b) Kenarları 5 cm, 8 cm ve 5 cm olan üçgen.
 - c) Bir kenarı 3 m olan düzgün beşgen.
7. Marko'nun 1 500 mm uzunluğunda süs şeridi var. Bu uzunluğu bileşik sayı olarak yaz.

8. Bir cetvel yardımıyla bir uzunluk ölç ve ölçtüğün değeri santimetre ve milimetre cinsinden yaz. Ölçümde elde ettiğin hassasiyet nedir? Bu ölçüm aracının ölçüm sınırları nelerdir?

*9. Bir mikrometre kullanarak küçük bir metal lifi veya teli ölç. Ölçüm sonucunu mikron (μm) cinsinden yaz ve milimetreye çevir. Mikrometre küçük boyutları nasıl hassas bir şekilde ölçmeyi sağlar? Mikrometre daha büyük nesneleri ölçmek için kullanılabilir mi? Neden evet veya neden hayır?



Kütle Ölçüm Araçları ve Kütle Ölçü Birimlerinin Dönüştürülmesi

Bu derste, kütle ölçümünde doğruluğun önemine odaklanacaksın. Analog ve dijital kütle ölçüm araçlarının ölçeklerini nasıl okuyacağını, ölçüm yaparken uygun ölçü birimlerini ve sembollerini nasıl kullanacağını hatırlayacaksın.

Özellikle kütle ölçü birimlerini farklı birimler arasındaki ilişkileri kullanarak dönüştürmeye dikkat edeceksin. Bu beceriler, bilim, sanayi, sağlık ve günlük yaşam gibi çeşitli alanlarda yararlı olan hassas hesaplamalar ve tahminler için gereklidir.

Örnek 1

Aşağıdaki kütle ölçüm araçlarından hangileri analog, hangileri dijitaldir?



Örnek 2

Marko ve Yana, bir ambalaj fabrikasında kullanılan çeşitli malzemelerin kütlesini hassas ölçülerle etiketlemek için bir projede çalışıyorlar. Farklı nesnelerin kütlesini ölçmek için çeşitli ölçüm araçları ve birimler kullanmaları gerekiyor.

Bu süreçte hem analog hem de dijital teraziler kullanılacak, ayrıca birimler arasında dönüşüm yaparak doğru sonuçlar elde edip verileri kaydetmeleri gerekecek.

- Marko, her 100 gramda bir bölme olan bir analog terazi kullanıyor. Alüminyum bir parçanın kütlesini ölçerken ibre yedinci 100 gramlık bölmeden ve üçüncü 10 gramlık bölmeden sonra duruyor. Parçanın toplam kütlesi kaç gramdır?
- Yana, kütleyi doğrudan kilogram cinsinden gösteren bir dijital terazi kullanıyor. Dijital terazi büyük bir paket için 2,850 kg gösteriyor. Bu kütle kaç gramdır? (Birim dönüşüm işlemini de yaz.)
- Marko, her biri 3,2 kg olan 5 paket için kütle bilgisini kaydetmelidir. Tüm paketlerin toplam kütlesi gram cinsinden kaç olur? Tona çevirirsek toplam kütle kaç ton olur?
- Yana bir paketin kütlesini yaklaşık 3 kg olarak tahmin ediyor. Dijital terazi ölçümü ise 3,4 kg gösteriyor. Tahmin ile ölçüm arasındaki fark kaç kilogramdır? Tahmini kütle (3 kg), gerçek kütlenin (3,4 kg) yüzde kaçtır?
- Ambalaj fabrikasında 5,5 ton yiyecek, her biri 2 kg olan paketlere doldurulacaktır. Kaç paket elde edilir? Tüm yiyeceğin kütlesi gram cinsinden kaçtır?

Çözüm:

a) Alüminyum parçanın kütlesi: $7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 = 700 + 30 = 730$ g

b) Kütleyi gram cinsine çevirme: $2,850 \text{ kg} = (2,850 \cdot 1000) \text{ g} = 2850$ g

c) Toplam kütle gram cinsinden: $5 \cdot 3,2 \text{ kg} = 16 \text{ kg} = 16\,000$ g
Toplam kütle ton cinsinden: $16 \text{ kg} = 0,016$ t

d) Tahmin ile gerçek ölçüm arasındaki fark: $3,4 \text{ kg} - 3 \text{ kg} = 0,4 \text{ kg}$.

Yüzde olarak tahmini kütlenin gerçek kütleyle oranını belirlemek için $3 : 3,4$ oranını hesaplamamız gerekir.

Bu durumda sonsuz ondalıklı bir sayı elde edilir, bu nedenle doğruluk kaybını önlemek için sonucu kesirli biçimde yazacağız: $\frac{3}{1} : \frac{34}{10} = \frac{3}{1} \cdot \frac{10}{34} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$

Yüzde olarak: $\frac{15}{17} \cdot 100 = \frac{1500}{17} = \%88\frac{4}{17}$

Sonuç olarak Yana'nın tahmini, gerçek ölçümden $\%88\frac{4}{17}$ daha küçüktür.

e) Paket sayısı: $5,5 \text{ t} = 5500 \text{ kg}$, $5500 \text{ kg} : 2 \text{ kg} = 2750$ paket

Tüm yiyeceğin kütlesi gram cinsinden: $5,5 \text{ t} = 5500 \text{ kg} = (5500 \cdot 1000) \text{ g} = 5\,500\,000$ g

Alıştırma 1

Ana bir paket buğdayın kütlesini analog terazi kullanarak ölçmelidir. Terazinin ibresi 1 kilogramlık 4 büyük bölme ve her biri 100 gram olan 5 küçük bölme gösteriyor. Paketin toplam kütlesi kaç kilogram ve kaç gramdır?

Alıştırma 2

Zeki 3 paket çikolatanın kütlesini ölçtü. Birinci paket 250 g, ikinci paket 0,5 kg ve üçüncü paket 300 g ağırlığında. Üç paketin toplam kütlesi kilogram cinsinden kaçtır?

Alıştırma 3

Bir eczane rafında farklı ilaç kutuları bulunmaktadır. Bir kutuda 14 adet 400 mg'lık tablet, diğer kutuda 10 adet 325 mg'lık tablet ve üçüncü kutuda 20 adet 15 g'lık şaşe vardır. Raf üzerinde her tür ilaçtan 10 kutu varsa toplam ilaç kütlesini hesapla. Toplam kütleyi gram, dekagram ve hektogram cinsinden ifade et.

Örnek 3:

Bir kutu çikolatanın kütlesi 2,5 kg'dır. Depoda 48 böyle kutu vardır.

- Tüm kutuların toplam kütlesi kilogram cinsinden kaçtır?
- Kutuların toplam kütlesini gram cinsine çevir.
- Bir kamyon maksimum 1,2 ton yük taşıyabilir. Bu yük tek bir kamyonla taşınabilir mi? Eğer taşınamazsa, ikinci kamyonla taşınması gereken yük kaç ton olur?

Çözüm:

- Tüm kutuların kütlesi, kutu sayısı ile bir kutunun kütlesinin çarpılmasıyla bulunur:
 $48 \cdot 2,5 = 120 \text{ kg}$.
- Toplam 120 kg kütleyi gram cinsine çeviriyoruz: $120 \text{ kg} = (120 \cdot 1000) \text{ g} = 120000 \text{ g}$.
- Bu soruya yanıt vermek için önce kamyon kapasitesini tondan kilografa çeviriyoruz:
 $1,2 \text{ t} = (1,2 \cdot 1000) \text{ kg} = 1200 \text{ kg}$. Sonra karşılaştırıyoruz: $120 \text{ kg} < 1200 \text{ kg}$.
Evet, tüm yük tek bir kamyonla taşınabilir çünkü kutuların toplam kütlesi kamyon kapasitesinden daha küçüktür.

Alıştırma 4

Bir un fabrikasında her biri 4,75 kilogram olan un torbaları paketleniyor.

- Fabrika bir günde 650 torba üretiyor. Tüm unun toplam kütlesi kilogram cinsinden kaçtır?
- Bir depoya en fazla 3,5 ton un depolanabilir. Bir günde üretilen tüm torbalar tek bir depoya sığar mı?
- Unun toplam kütlesini bileşik sayı şeklinde yaz.

Bir mağazada veya depoda çalışsaydın, farklı ürünler için hangi ölçü birimini (gram, kilogram veya ton) kullanacağına nasıl karar verirdin? Günlük yaşamda kütle ölçü birimlerinin doğru seçilmesinin neden önemli olduğunu açıkla.

Defterine aşağıdaki soruları yanıtla:

1. Farklı ölçü birimleriyle (gram, kilogram, ton) toplam kütle hesaplayabiliyor muyum?
Evet / Kısmen / Hayır
2. Her ölçü biriminin anlamını ve ne zaman kullanıldığını anlıyor muyum? Evet / Kısmen / Hayır
3. Kütle ölçü birimleri bilgisini gerçek yaşam örnekleriyle ilişkilendirebildim mi?
Evet / Kısmen / Hayır
4. Bu tür soruları daha kolay çözebilmek için bir dahaki sefere neyi daha iyi yapabilirim?

Bireysel çalışma

1. Bir un paketinin kütlesi 3,25 kg'dır. Kütlesi hektogram (hg), dekagram (dag) ve miligram (mg) cinsinden kaçtır?
2. Eğer bir kutu çikolatanın kütlesi 1,2 hg ise, 6 kg çikolata kaç böyle kutuya dağıtılır?
3. Bir plastik bal kabının kütlesi 5,6 kg, diğerinin kütlesi 4,75 kg. Toplam kütle hg cinsinden kaçtır? İki kutu arasındaki kütle farkı dag cinsinden kaçtır?
4. Hangi kütle daha büyüktür: 3,5 hg mi yoksa 3 500 mg mı? Birinin diğerine oranı kaçtır?
5. Bir taşıma paketi 250 g'lık 50 paket tereyağı içeriyor. Paketin toplam kütlesi kilogram ve hektogram cinsinden kaçtır?
6. Büyük bir reçel kavanozunun kütlesi 4,125 kg'dır. Bu kütleyi dag, g ve hg cinsine çevir.
7. Boş bir çantanın yaklaşık kütlesini tahmin et ve cevabını hg cinsinden yaz. Sonra ölçümle doğrula ve kütleyi dag cinsinde ifade et.
8. Mobilya yapımında kullanılan bir tahta parçasının kütlesi 15 hg. İşlenirken 3 eşit parçaya ayrılacak. Her bir parçanın kütlesi kg cinsinden kaçtır?
9. Terazide 0,875 kg kütle gösteriliyor. Bunu bileşik sayı olarak yaz.
10. Bir nakliye aracı en fazla 2 t taşıyabilir. Her biri 125 kg olan kaç paket bir seferde taşınabilir?

Hacim Ölçümü ve Ölçü Birimleri

Hacim ölçümü, günlük yaşamda ve çeşitli mesleki alanlarda önemli bir beceridir. Evde sıvı ölçmekten karmaşık mühendislik ve bilimsel süreçlere kadar, ölçü birimlerini doğru anlamak ve hassas ölçüm yapmak büyük önem taşır.

Bu derste, menzürler, dijital ölçüm cihazları ve diğer araçlar gibi analog ve dijital hacim ölçüm aletlerinin ölçeklerini nasıl okuyacağını hatırlayacaksın. Ayrıca, hacim ölçü birimleri arasındaki dönüşümleri yapmaya odaklanacaksın ve birimler arasındaki ilişkileri kullanmayı öğreneceksin. Bu beceriler yalnızca tahmin ve ölçüm yapmana yardımcı olmakla kalmayacak, aynı zamanda doğruluk ve etkinliğin gerekli olduğu gerçek hayattaki durumlara seni hazırlayacaktır.

Örnek 1

Aşağıdaki hacim ölçüm araçlarından hangileri analog, hangileri dijitaldir?



Örnek 2

Bir tanker tam olarak 8 hektolitreye (hl) sıvı alabilir. Taşımak için sıvı, her biri 25 litre (l) kapasiteli daha küçük kaplara aktarılacaktır. Tankerin tamamını boşaltmak için kaç tane 25 litrelik kap gerekir?

Çözüm:

Hektolitreyi litreye çevirme: $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$, $8 \text{ hl} = (8 \cdot 100) \text{ l} = 800 \text{ l}$

Kap sayısının hesaplanması: $800 : 25 = 32 \text{ kap}$

Sonuç olarak, tankerin tamamını boşaltmak için 32 kap gereklidir.

Alıştırma 1

Bir fabrika çeşitli ürünler üretip paketlemektedir ve sen bu ekibin bir parçasısın, üretim ve dağıtımda doğruluğu sağlamak için uzunluk, kütle ve hacim ölçümleri ile hesaplamalar yapmakla görevlidir.

- 1) Bir ürün paketi aşağıdaki boyutlara sahip plastik bir kutuda depolanır: Uzunluk: 0,25 dam, Genişlik: 3,2 m, Yükseklik: 0,1 hm

- a) Tüm boyutları metre (m) ve santimetre (cm) cinsine çevir.
 - b) Kutunun taban çevresini hesapla.
 - c) Kutunun 1,5 dam yüksekliğinde bir depoya sığıp sığmayacağını tahmin et.
- 2) Bir ürünün kütlesi 450 g.
- a) Ürünün kütlesini dekagram (dag), hektogram (hg) ve kilogram (kg) cinsine çevir.
 - b) Plastik kutuya 250 ürün sığarsa, tüm ürünlerin toplam kütlesini hesapla ve bunu kutunun izin verilen 120 kg taşıma kapasitesiyle karşılaştır.
- 3) Plastik kutu 3,24 hl hacminde sıvı alabilir. Kutuyu doldurmak için kaç adet 800 ml'lik şişe gerekir?
- 4) 1), 2) ve 3) numaralarda elde edilen tüm ölçümleri tek birim ve bileşik sayı olarak yaz. Ölçüm ve dönüşümlerle tahminlerinin doğru olup olmadığını kontrol et. Dönüşümlerde üç ondalığa kadar ondalıklı sayı kullan.

Örnek 3

Elena ev yapımı meyve suyu hazırlayıp şişe ve bidonlarda saklamak istiyor. 15 l meyve suyu hazırladı. Evde her biri 750 ml hacminde 5 şişesi ve her biri 5 l hacminde 2 bidonu var.

- a) Tüm meyve suyunu şişe ve bidonlara doldurabilir mi? Eğer hayırsa, geriye ne kadar meyve suyu kalır?
- b) Bir şişenin boşken kütlesi 250 g'dır. 1 l hacmindeki meyve suyu 1 kg kütleye sahiptir. Şişe 1 l meyve suyu ile dolduğunda toplam kütlesi ne olur?
- c) Her bidonun kütlesi 1,5 kg ise, meyve suyu, boş şişeler ve boş bidonların toplam kütlesi ne kadar olacaktır?

Araştır: Bir sıvının hacmi ile kütlesi arasındaki ilişkiyi veya 1 l hacmindeki bir sıvının kütlesinin ne kadar olduğunu öğren. Bu oran şu şekilde ifade edilir: $\frac{\text{Kütle kg}}{\text{Hacim l}}$
Fizik öğretmenine de "yoğunluk" kavramının ne anlama geldiğini ve hangi ölçü birimleriyle ifade edildiğini sorabilirsin.

Çözüm:

- a) 5 şişenin hacmi: $5 \cdot 750 \text{ ml} = 3750 \text{ ml}$ veya 3,75 l
2 bidonun hacmi: $2 \cdot 5 \text{ l} = 10 \text{ l}$
Toplam hacim: $3,75 \text{ l} + 10 \text{ l} = 13,75 \text{ l}$
Kalan meyve suyu: $15 \text{ l} - 13,75 \text{ l} = 1,25 \text{ l}$
Sonuç olarak: Tüm meyve suyu depolanamaz, 1,25 l meyve suyu artar.
- b) Bir dolu şişenin kütlesi: Boş şişe kütlesi = 250 g
Şişedeki meyve suyu 750 ml hacimli dolu meyve suyu şişesi (1 litre meyve suyunun kütlesi 1 kg'dır) = 750 g
Toplam kütle = $250 \text{ g} + 1000 \text{ g} = 1250 \text{ g} = 1,25 \text{ kg}$
- c) Meyve suyunun ve kapların toplam kütlesi:
Meyve suyu kütlesi = hacim (litre) $\cdot$ 1 l meyve suyu kütlesi = $15 \cdot 1 = 15 \text{ kg}$
5 şişenin kütlesi = $5 \cdot 0,25 \text{ kg} = 1,25 \text{ kg}$
2 bidonun kütlesi = $2 \cdot 1,5 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$
Toplam kütle = $15 \text{ kg} + 1,25 \text{ kg} + 3 \text{ kg} = 19,25 \text{ kg}$

Alıştırma 2

İvan, toprak kullanmadan bitki yetiştirme yöntemi olan bir hidroponik sistemin bakım projesinde çalışıyor. Sistem, belirli hacimlerde su ve besin çözeltisi için tanklar gerektiriyor. İvan'ın biri 18,5 l, diğeri 12,75 l hacminde iki tankı var. Toplam 40 l sıvıyı bu iki tanka ve 1,25 l'lik şişelere doldurması gerekiyor.

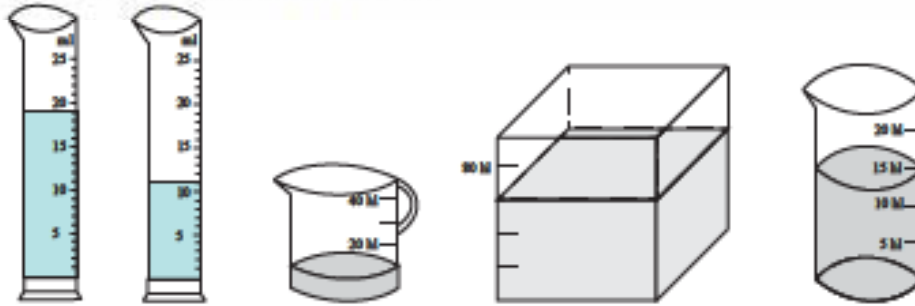
- İki tankın almadığı fazla sıvıyı depolamak için kaç tane 1,25 l'lik şişeye ihtiyacı olur?
- İvan 12,75 l'lik tankı kapasitesinin %75'ine kadar doldurmak isterse kaç litre sıvı gerekir?
- İvan 18,5 l'lik tankı doldururken 3:2 oranında su ve besin çözeltisi kullanacaksa, her birinden kaç litre eklemesi gerekir?

Alıştırma 3

Bir litre mazotun kütlesi 0,8 kg'dır. Bir tank 400 kg mazot alabiliyor. Tankın hacmi kaç litredir?

Alıştırma 4

Resimlerde gösterilen hacimleri yaz.



Alıştırma 5

Yovana ailesi için çorba hazırlıyor. Tarifte 2,5 l su gerektiği yazıyor. Elinde mililitre ölçekli dijital bir ölçüm aracı ve maksimum kapasitesi 1,2 l olan bir sürahiyi var.

- Gerekli su miktarını elde etmek için sürahiyi kaç kez doldurması gerekir?
- Yovana sürahiyi sadece iki kez tam doldurursa ne kadar su eksik kalır?
- Dijital ölçüm aracıyla Yovana tencerede önceden 750 ml su olduğunu fark ediyor. Çorba için yeterli suyu tamamlamak için sürahiyi kaç kez doldurması gerekir?

Şişeler, sūrahiler veya pişirme kapları gibi günlük kullanıma yönelik yeni, pratik kaplar tasarlayan bir tasarımcı olduğunı düşün. Ölçüm ve hacim hesaplama bilginizi bu kapları daha doğru, işlevsel ve kullanıcılar için verimli hale getirmek için nasıl kullanırdın?

Kapasitelerini kontrol etmek için analog mu yoksa dijital ölçüm araçlarını mı seçerdin?

Neden?

Defterinizdeki soruları cevaplayın. Sınıf arkadaşlarınızla paylaşın.

1. Hacim ölçmek için analog ve dijital cihazlarda ölçekleri okumada ne kadar kendime güveniyorum?
 - a) Çok eminim
 - b) Biraz eminim
 - c) Daha fazla pratik yapmam gerekiyor
2. Hacim için ölçüm birimlerini doğru bir şekilde dönüştürebilir miyim (Örneğin, litreyi mililitreye, santimetre küpü litreye)?
 - a) Her zaman doğru
 - b) Bazen hatalar yapıyorum
 - c) Bunu tekrar yapmam gerekiyor
3. Analog veya dijital bir cihaz kullandığımda, sonucun mantıklı olup olmadığına karar verebilir miyim?
 - a) Evet, her zaman kendime güveniyorum
 - b) Bazen emin değilim
 - c) Hayır, bunu geliştirmem gerekiyor
4. Hacim ölçme ve hesaplama becerilerimi geliştirmek için ne yapabilirim? (Atacağınız bir adımı yazın.)

Bireysel çalışma

1. Bir depo 3,25 kl su içeriyor. Hacmini hl, dal ve l cinsine çevir.
2. Kapasitesi 1,8 kl olan bir depo kapasitesinin %75'ine kadar doldurulmuş. Mevcut su miktarı dl ve l cinsinden nedir?
3. İki havuz sırasıyla 2,35 kl ve 1,75 kl hacme sahiptir.
 - a) Toplam hacim hl cinsinden nedir?
 - b) Hacim farkı dal cinsinden nedir?
4. Hangisinin hacmi daha büyüktür: 4,5 hl mi yoksa 450 dal mı? Birinin diğerine oranı kaçtır?
5. Bir tanker 12 dal (dekalitre) akaryakıt alır. Tüm tankerden 24 eşit bidon doldurulabiliyorsa, bir bidon kaç litre alır?
6. Bir kovaadaki suyun hacmini tahmin et ve cevabını dal cinsinde yaz. Ölçerek doğrula ve hacmi hektolitre (hl) cinsinde ifade et.
7. Dijital ekranda 0,435 kl hacim gösteriliyor.
 - a) Bunu hl, dal ve l cinsine çevir.
 - b) Bileşik sayı olarak yaz.
8. Bir akvaryum 2,7 hl su içeriyor. Akvaryumda kaç litre su vardır?
9. Bir üretim süreci günde 15 dal sıvı kullanıyor. 30 gün için kaç hl sıvı harcanır?
10. Bir nakliye aracı bir seferde 6 hl sıvı taşıyabiliyor. 5 seferde kaç kl sıvı taşır?
11. 2,5 dal kapasiteli bir varil %80 dolu. Varilde kaç litre sıvı vardır?
12. 1,2 kl kapasiteli bir depo 12 l'lik kaplara boşaltılacak. Depoyu tamamen boşaltmak için kaç kap gerekir?
13. Bir depoda her biri 3,75 hl kapasiteli 8 depo var. Tüm depoların toplam hacmi dal cinsinden nedir?
14. 5 kl ile 450 dal arasındaki hacim farkı nedir? Farkı hl cinsinden ifade et.
15. Bir depolama kabının hacmi 0,625 hl'dir.
 - a) Bu hacim kaç dal ve litredir?
 - b) 700 l depolamak için yeterli olup olmadığını tahmin et.

Zaman. 12 Saatlik ve 24 Saatlik Sistem

Bu derste, önceki sınıfta öğrendiğin zaman ölçü birimlerini hatırlayacaksın: saniye, dakika, saat, gün, hafta, ay, yıl, on yıl (dekad) ve yüzyıl (asır). Ayrıca, bu ölçü birimleri arasındaki dönüşüm ilişkilerini nasıl kullanacağını ve 12 saatlik ve 24 saatlik sistemleri günlük yaşam problemlerini çözerken nasıl uygulayacağını öğreneceksin.

Bu iki zaman sistemi farklı bağlamlarda yaygın olarak kullanılır: 12 saatlik sistem günlük kullanımda tercih edilir. 24 saatlik sistem ise resmî belgelerde, ulaşımda ve bilgisayar sistemlerinde sıkça kullanılır.

Örnek 1

Yovanoviç ailesi bir günlük gezi planlıyor. Hayvanat bahçesini ve müzeyi ziyaret etmek, ardından bir restoranda öğle yemeği yemek istiyorlar. Aşağıdaki tabloda planlanan etkinliklerin saatleri ve süreleri verilmiştir:

Etkinlik	Başlangıç Saati	Bitiş Saati
Hayvanat bahçesini ziyaret		
Müzeyi ziyaret		
Restoranda öğle yemeği		

- Yovanoviç ailesinin aşağıdaki etkinlikler için geçirdiği toplam süreyi hesapla ve dakika cinsinden ifade et:
 - Hayvanat bahçesi ziyareti
 - Müze ziyareti
 - Restoranda öğle yemeği
- Ailedeki en küçük üye olan Ana, tablodaki saatleri dijital olarak yazmıştır. Aynı saatler analog olarak nasıl yazılacaktır?
- Aile, öğle yemeğinden sonra etkinliklerine 2 saat 45 dakika daha devam etmeye karar verdi. O zaman saat kaç olur?

Çözüm:

- a) Hayvanat bahçesi ziyareti: 10:30'dan 12:00'ye kadar 1 saat 30 dakika veya 90 dakika.
Çünkü $12:00 - 10:30 = 1$ saat 30 dakika.
Müze ziyareti: 12:30'dan 14:00'e kadar 1 saat 30 dakika veya 90 dakika.
Restoranda öğle yemeği: 14:30'dan 15:30'a kadar 1 saat veya 60 dakika.

b)

Etkinlik	Başlangıç Saati	Bitiş Saati
Hayvanat bahçesi ziyareti		
Müze ziyareti		
Restoranda öğle yemeği		

- c) Yovanoviç ailesinin son etkinliği 15 saat 30 dakikada bitiyor. Aile etkinliklere 2 saat 45 dakika daha devam ediyor. $(15 + 2)$ h $+(30 + 45)$ min = 17 h + 75 min = 18 h 15 min. O zaman saat 18'i 15'dak geçiyor.



Ekstra Soru: 200 yılda kaç on yıl (dekad) vardır?

Alıştırma 1

Bir spor kulübündeki öğrenciler bir spor müsabakasına hazırlanıyor. Antrenörleri onlara bir günlük antrenman ve etkinlik programı hazırladı. Tabloda program gösterilmiştir:

Etkinlik	Başlangıç Saati	Bitiş Saati
Sabah ısınma	07:45	8:30
Sahada antrenman	9:00	10:15
Mola	10:15	10:45
Öğleden sonra antrenman	14:00	15:30

- Tabloda verilen saatler hangi tür saatte gösterilmiştir?
- Her bir etkinliğin süresini hesapla ve şu şekilde ifade et:
Dakika cinsinden, Saat cinsinden (ondalık biçimde, örneğin: 1,5 saat)
- Öğrenciler gün boyunca aktif antrenmanda toplam ne kadar zaman geçiriyorlar? Saat ve dakika olarak yanıtla.
- Tüm etkinliklerin toplam süresini (mola dahil) saat ve dakika cinsinden bulun.
- Sahadaki antrenman süresi başlangıçta planlanandan %20 daha uzun sürerse, bu etkinliğin yeni bitiş saati ne olur?

Ekstra Soru:

2 yıl ve 4 ayda kaç hafta vardır?

Alıştırma 2

Marko bir haftalık görev planı yaptı. Her gün çeşitli etkinlikler için harcadığı zamanı dikkatle hesapladı. İşte günlük etkinlikleriyle ilgili veriler:

Etkinlikler	Süre (dakika cinsinden)
Ders çalışma	120
Spor antrenmanı	90
Arkadaşlarla oyun	45
Kitap okuma	30
Televizyon izleme	60

Marko, pazartesten cumaya kadar her gün aynı etkinlikleri yaparken, hafta sonları bu etkinlikleri yapmaz.

- Marko'nun beş iş günü boyunca öğrenmeye, spor antrenmanına, arkadaşlarıyla oynamaya, kitap okumaya ve televizyon izlemeye harcadığı toplam zamanı hesaplayın. Zamanı şu şekilde ifade edin:
1) Dakika 2) Saat
- Marko'nun öğrenmeye harcadığı zamanı hesaplayın:
1) 1 ay (30 gün) için 2) 1 yıl (365 gün) için
- Marko'nun beş iş günü boyunca spor antrenmanına harcadığı toplam zamanı dakikadan saate çevirin.
- Marko her gün kitap okumaya 15 dakika daha eklemeye karar verirse, bu etkinliğe haftada ne kadar zaman (saat ve dakika olarak) harcayacağını bulun.

Ek görev:

Marko, hafta sonu boyunca zamanının %40'ını ders çalışmaya ayırarak eksiklerini tamamlamayı planlıyor. Hafta sonu 48 saat sürüyorsa, ders çalışmaya ne kadar zaman (saat ve dakika olarak) harcayacaktır?

Alıştırma 3

- 2 saat 45 dakika süren bir deney yapman gerekiyor. Bu deney kaç saniye sürecektir?
- Tatildeysen ve bu tatil 5 gün 6 saat sürüyorsa, tatilin süresi toplam kaç saat olur?
- Cep telefonunda bir hafta boyunca toplam 120 dakika konuştuysan, bu kaç saat eder?

Örnek 2

Tomislav ve Ana aynı okulda öğrencidir. Onların okul programı şu şekildedir:

- Matematik dersleri saat 8:30'da başlar ve 45 dakika sürer.
 - Ardından 15 dakikalık bir ara vardır.
 - Fizik dersi 9:30'dan 10:15'e kadar sürer.
 - Öğle yemeği saat 12:00'de başlar ve 45 dakika sürer.
 - Son ders saat 15:00'te başlar ve 1 saat sürer.
- Matematik dersinin başladığı zamanı ve son dersin başladığı zamanı 12 saatlik sistemde yaz.
 - Tüm etkinliklerin saatlerini 24 saatlik sistemde yaz (matematik dersinin başlangıcı, ara, fizik dersi, öğle yemeği, son ders).
 - Tomislav ve Ana son dersten sonra eve dönmek zorunda ve otobüs saat 16:00'da kalkıyor. Bu saati saatini hangi sistemde belirtmek daha açıklayıcı olur ve neden?

Çözüm:

- Matematik dersi sabah 8.30'da başlar.
Son ders öğleden sonra 3.00'te başlar.
12 saatlik sistemde zaman iki döneme ayrılır:
Gece yarısından öğlene kadar (00.00–11.59) saatten sonra "sabah" veya "öğleden önce" ifadesi eklenir.
Öğleden gece yarısına kadar (12.00–23.59) saatten sonra "öğleden sonra" veya "akşam" ifadesi eklenir.
24 saatlik sistemde zaman tek dönemdedir (00:00–23:59). Saatler dört rakamla yazılır, saat ile dakika arasına iki nokta (:) konur: 00:00, 01:00, 02:00, ... 11:00, 12:00, 13:00, ... 17:00, 18:00, ... 22:00, 23:00.

Çözüm:

- a) 12 saatlik sistemde otobüsün hareket saati öğleden önce 11.30'dır.
- b) 24 saatlik sistemde otobüsün Ohri'ye varış saati 14:15'tir.
- c) Yolculuk öğleden önce 11.30'de başlıyor, yani günün ilk yarısında 30 dakika var, ve öğleden sonra 2.15'te PM'de bitiyor, yani günün ikinci yarısında 2 saat 15 dakika var.
Toplam yolculuk süresi: 2 saat 15 dakika + 30 dakika = 2 saat 45 dakika.
Senin için hangi sistemde hesaplamak daha kolay olur: 12 saatlik mi yoksa 24 saatlik mi?

Alıştırma 6

Okul gezisi 12 Mayıs'ta yapılacak. Günün programına bak:

- Otobüs okuldan saat öğleden önce 8.00'de hareket edecek.
 - Bilimsel gezi saat öğleden önce 9.30'da başlayacak ve öğleden sonra 1.45'te sona erecek.
 - Öğle yemeği 14:00'te başlayacak ve 45 dakika sürecek.
 - Son etkinlik saat öğleden sonra 3.00'te başlayacak ve 17:00'ye kadar sürecek.
 - Otobüs dönüş için öğleden sonra 6.15'te hareket edecek.
- a) Otobüsün hareket saatini 12 saatlik sistemden 24 saatlik sisteme çevir.
 - b) Bilimsel gezi ne kadar sürecek?
 - c) Öğle yemeğinden sonra son etkinlik başlayana kadar ne kadar serbest zamanın olacak?

Bir ekipte çalışırken herkesin farklı saat sistemleri kullandığı bir durumu düşün. Karışıklık olmaması için zamanı nasıl koordine edersin? Çalışma ortamında saat sistemlerini nasıl senkronize edeceğine dair bir plan yaz.

Günlük hayatta farklı saat sistemlerinin nasıl yararlı olabileceği hakkında kısa bir deneme yaz.

Bireysel çalışma

1. Petrovski ailesi hafta sonu için günlük bir gezi planlıyor. Aşağıdaki yerleri ziyaret etmeyi planlıyorlar:

Lokasyon	Mesafe (km)	Lokasyona gidiş süresi (dakika)	Kalma süresi (dakika)
Etnoköy	50	60	90
Etnoköy	30	40	120
Yerel restoran	20	30	60

Onlar tam olarak sabah 9:00'da evden çıkacaklar.

- Tüm lokasyonlara yolculuk süresinin toplamını hesapla. Süreyi saat ve dakika olarak ifade et.
- Her lokasyon için yolculuk ve kalma süresinin toplamını hesapla.
- Aile, milli parkta kalma süresini 30 dakika azaltmaya karar verirse, ek aktiviteler için ne kadar zamanı kalır?
- Tüm lokasyonlar arasındaki yolculuk süresini (eve dönüş dahil) saniye cinsinden ifade et.
- O gün toplam kaç kilometre yol kat ettiler?
- Tabloyu kullanarak cevaplayabileceğin başka sorular yaz.

Ek görev:

Petrovski ailesi etnoköyü bir yıl sonra tekrar ziyaret etmeyi planlıyor. Eğer gelecek yıl artık yıl ise, bu geziden bir sonraki gezilerine kaç gün geçmiş olacak?

2. Ana bir doğum günü partisi düzenliyor ve her şeyin zamanında hazır olmasını istiyor. Hazırlıklar ve parti sırasında yapılacak aktiviteler için bir program hazırladı. Aşağıdaki tabloda onun planları verilmiştir:

Aktivite	Başlangıç saati	Süre
Mekânın süslenmesi	14:30	1 saat 15 dakika
Yiyeceklerin hazırlanması	15:45	2 saat 20 dakika
Doğum günü partisi	18:15	3 saat
Partiden sonra temizlik	21:30	1 saat 45 dakika

- 
- Her aktivitenin bitiş saatini hesapla. Sonuçları dijital 12 saatlik formatta (saat:dakika) yaz.
 - Ana partiden önce hazırlık için ne kadar zaman harcayacak? Süreyi dakika cinsinden ifade et.
 - Ana hazırlıklara tam olarak partiden 5 saat önce başlamak isterse, saatin kaç olması gerekir?
 - Tablodaki saatleri analog saat üzerinde göster. Her aktivitenin başlangıç ve bitişinde akrep ve yelkovan nasıl durur, tarif et.
 - Tüm aktiviteler için toplam ne kadar zaman (saat ve dakika olarak) gereklidir?
 - Ana yemek hazırlığını 30 dakika kısaltmaya karar verirse, parti başlamadan önce şimdi ne kadar dinlenme süresi olur?

Ek görev:

Ana gelecek yıl da doğum gününü kutlamayı planlıyorsa, bir sonraki doğum gününe kaç hafta kaldığını hesapla.

Her soruyu dikkatle oku ve çöz. Doğru cevabı bulmak için yapacağın adımları yaz.

- 150 dakikayı saat ve dakika olarak çevir.
- 48 saati gün olarak çevir.
- 15 gün kaç haftadır?
- 6 haftayı ay olarak çevir (bir ayda ortalama 4 hafta olduğunu varsay).
- 3 on yıl kaç yıldır?
- 500 saniyeyi dakika ve saniye olarak çevir.
- 10 080 dakikada kaç hafta vardır?
- 10.3 saatte kaç saniye vardır?
- 11.730 günü yıl olarak çevir.
- Hangisi daha büyüktür: 3 saat 30 dakika mı yoksa 210 dakika mı? Açıkla.
- Vera projede öğleden önce 11.00'den öğleden sonra 5.30'a kadar çalışmayı planlıyor. Saati 24 saatlik sisteme çevir ve projede ne kadar zaman geçireceğini hesapla.

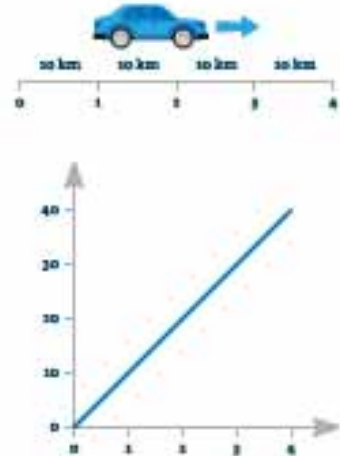
14. Vasil ve ailesi Sırbistan'ın Belgrad şehrinden ABD'nin New York şehrine seyahat ediyor. Uçuş Belgrad'dan yerel saatle öğleden önce 10.00'da kalkıyor. Uçuş 10 saat sürüyor ve New York'a yerel saatle 22:00'de varıyor.
- New York'a 12 saatlik sistemde hangi zaman diliminde varacaklar?
 - Belgrad ile New York arasındaki saat farkını hesapla.
15. Okul servis otobüsü saat öğleden önce 10.00'da durağa geliyor. Otobüs daha sonra aynı durağa 3 saat 20 dakika sonra geri dönüyor. Ne zaman geri geleceğini yaz. Saati 12 saatlik ve 24 saatlik formatta belirt.
- 16*. Yana, Japonya'daki Tokyo, Birleşik Krallık'taki Londra ve Avustralya'daki Sidney şehirlerini kapsayan uluslararası bir toplantıya katılıyor. Toplantıya bu üç şehirden katılımcılar katılacak. Toplantı 1 Mart'ta Tokyo saatiyle 09:00'da başlayacak. Tokyo, Londra ve Sidney'in saat dilimleri hakkında internette araştırma yap.
- Toplantının başlangıç saatini Londra ve Sidney saatine dönüştür.
 - Tokyo ile Sidney arasındaki saat farkı kaçtır?

Zaman Aralıklarını Hesaplama ve Çizelgelerle Çalışma

Bu derste farklı çizelge ve programları kullanarak zaman aralıklarını nasıl hesaplayacağını hatırlayacaksın, günlük örneklerden daha karmaşık örneklere kadar.

Zaman aralıkları, zamanı düzenlemek için çok önemlidir, özellikle etkinlik, plan, ulaşım ve diğer aktiviteler için program yaparken.

Bu derste zaman çizelgelerini nasıl kullanacağını ve zaman aralıklarını nasıl hesaplayacağını öğreneceksin; bu da günlük yaşamın planlanması ve organize edilmesi için önemli bir beceridir.



Örnek 1

Bir grup öğrenci 4 gün sürecek bir okul gezisi planlıyor. Her gün farklı bir etkinlik programı var, tablo aşağıda verilmiştir:

Günlere göre etkinlikler:

Gün	Etkinlikler ve molalar		
	Etkinliklerin başlangıcı	Mola süresi	Etkinliklerin bitişi
Birinci	09:00	12:00 - 12:30	16:30
İkinci	08:30	13:00 - 13:30	17:00
Üçüncü	09:00	12:00 - 12:30	15:30
Dördüncü	08:00	11:00 - 11:30	14:00

- Etkinliklerin başlangıcından (birinci gün, 09:00) son etkinliklerin bitişi (dördüncü gün, 14:00) kadar ne kadar süre geçecek? Süreyi saat ve dakika olarak hesapla.
- 24 saatlik programı kullanarak her gün toplam kaç tam saat etkinlik olacağını hesapla.
- Gezi programı 15 Mayıs'ta başlıyorsa, takvime göre gezi ne zaman bitecek?

Çözüm:

1. gün: 7 saat 30 dakika. 2. gün: 8 saat 30 dakika. 3. gün: 6 saat 30 dakika. 4. gün: 6 saat.
Toplam: 27 saat 90 dakika = 28 saat 30 dakika.
1. gün: 7 saat. 2. gün: 8 saat. 3. gün: 6 saat. 4. gün: 6 saat.
- Başlangıç: 15 Mayıs, bitiş: 18 Mayıs.

Alıştırma 1

Hafta sonu için bir etkinlik düzenlemekle sorumlusun. Etkinliğin günlük programı şu şekilde:

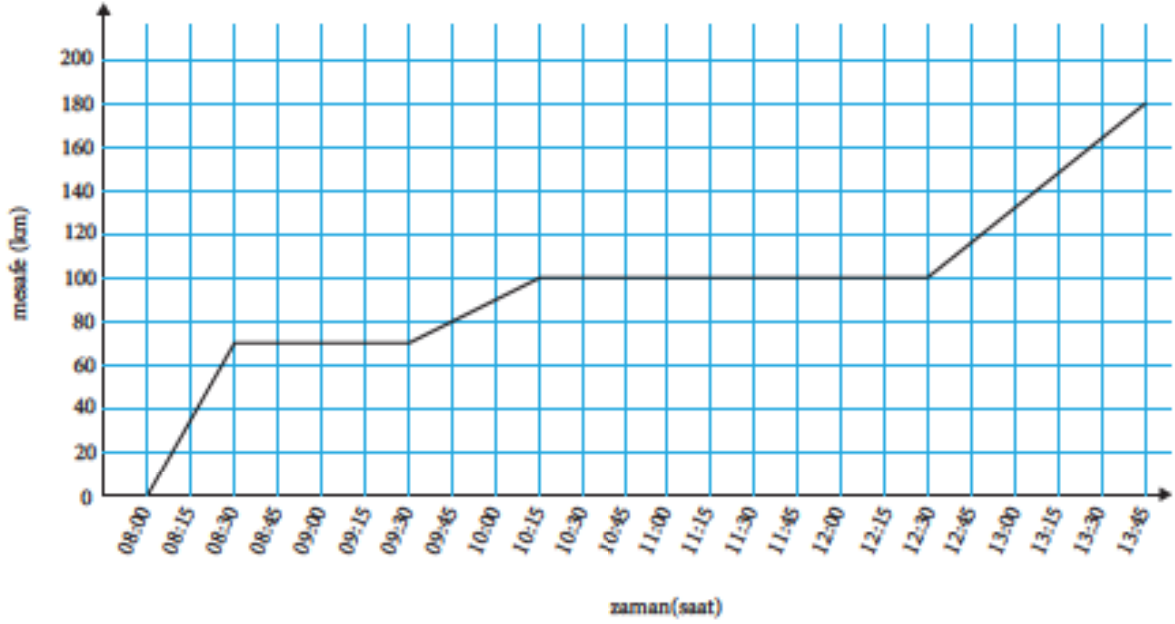
- Etkinliğin başlangıcı: 09:00
 - Birinci mola: 10:30 - 11:00
 - İkinci mola: 13:00 - 14:15
 - Etkinliğin bitişi: 16:00
- Molalar hariç etkinlik ne kadar sürecek?
 - Molalar için toplam ne kadar süre planlanmış?
 - Etkinliğin başlangıcı ile bitişi arasındaki zaman aralığını hesapla.
Süreyi dakika cinsinden yaz.

Örnek 2:

İgor, Üsküp'ten Manastır'a (Bitola) yolculuk yapıyor ve yolculuk sırasında molalar veriyor. Aşağıdaki çizelgeyi kullanarak yolculuğu sırasındaki aktivitelerinin programını tabloya doldur ve ardından hesaplama yap.

Saatlere göre katedilen mesafe:

İgor'un yolculuğu



a) Tabloyu defterine aynen çiz.

Aktivite	24 saatlik zaman kaydı
Yolculuğun birinci bölümü	
İlk kısa mola	
Yolculuğun ikinci bölümü	
İkinci mola (öğle yemeği)	
Yolculuğun üçüncü bölümü	

- İgor ilk molasını saat kaçta verdi ve bu mola ne kadar sürdü?
- Öğle yemeğinde ne kadar süre kaldı?
- Üsküp'ten Manastır'a (Bitola) toplamda ne kadar zaman ve kaç kilometre yol katetti?
- İgor, öğle yemeği molasından önce kaç kilometre yol aldı?
- İgor hiç durmadan seyahat etseydi yolculuk ne kadar sürecekti?

Çözüm:

a) Tablo – 24 saatlik formatta etkinlik saatleri

Aktivite	24 saatlik zaman kaydı
Yolculuğun birinci bölümü	08:00-08:30
İlk kısa mola	08:30-09:30
Yolculuğun ikinci bölümü	09:30-10:15
İkinci mola (öğle yemeği)	10:15-12:30
Yolculuğun üçüncü bölümü	12:30-13:45

- b) İgor ilk molasını 08:30'da verdi ve bu mola 09:30'a kadar sürdü, yani 1 saat ($9\text{ s }30\text{ d} - 8\text{ s }30\text{ d} = 1\text{ s}$).
- c) Öğle yemeği 10:15'te başladı ve 12:30'da bitti.
Yani süresi: $12\text{ s }30\text{ d} - 10\text{ s }15\text{ d} = 2\text{ s }15\text{ d}$.
- d) Yolculuk için toplam geçen süreyi hesaplamak için çizelgeden (veya tablodan) varış saatini ve hareket saatini okuruz ve farkını alırız: $13\text{ s }45\text{ d} - 8\text{ s} = 5\text{ s }45\text{ d}$.
Çizelgeden 13:45'teki kilometre değerini okuruz; u-kseninde kilometreyi buluruz.
Böylece İgor'un toplam 180 kilometre yol aldığını anlarız.
- e) Çizelgeden 10:15'te öğle yemeği molası öncesinde İgor'un 100 kilometre kat ettiğini okuruz.
- f) İgor hiç duraksız gitseydi, yolculuk süresi iki şekilde hesaplanabilir:
Ya tüm hareket zamanlarını toplarız ya da toplam yolculuk süresinden iki mola süresini çıkarırız.
Burada ikinci yöntemle hesaplayacağız:
 $5\text{ s }45\text{ d} - (1\text{ s} + 2\text{ s }15\text{ d}) = 5\text{ s }45\text{ d} - 3\text{ s }15\text{ d} = 2\text{ s }30\text{ d}$.

Alıştırma 2

Enes'in bir gün boyunca soğuk algınlığı sırasında vücut sıcaklığındaki değişimi bir grafikte göster. Grafikten şu soruları yanıtla:

- a) $38\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'nin üzerinde kaç süre ateşi oldu?
- b) Sıcaklığı saat kaçta $36\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'ye düştü?
- c) Gün içinde en uzun süre hangi vücut sıcaklığında kaldı?
- d) Saat 10:30'da yüksek ateş için bir hap aldı.
Sıcaklığı $37,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'ye düşene kadar kaç dakika geçti?

Saatlere göre sıcaklık

Zaman (h)	Sıcaklık $^{\circ}\text{C}$
07:00	37
09:30	38
14:15	39
18:00	38
21:00	37,5
21:30	37
22:30	36

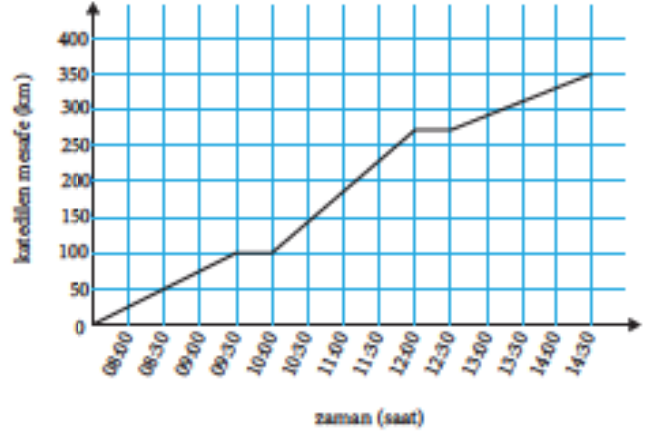
Örnek 3:

Seyahat planlama. Sen ve ailen hafta sonu için şehirden bir dağ tatil köyüne gitmeyi planlıyorsunuz. Plan, yolculuğun bir kısmının araba ile, diğer kısmının ise otobüsle yapılması şeklinde. Ayrıca araba ile yolculuk sırasında bir mola vermek ve otobüsü kaçırmamak istiyorsunuz. Seyahat süresini hesaplamak için etkinlik programını ve çizelgeyi kullanın:

- Şehirden dağ tatil köyüne toplam yolculuk süresi ne kadar olacak?
- Otobüs terminaline varış ile otobüs yolculuğunun başlaması arasında ne kadar süre var?
- Tatil köyüne daha erken gitmek isterseniz nasıl yolculuk edersiniz? Hangi kısmı kısaltırsınız?
- Yolculuğun başlangıcından tatil köyüne varışa kadar geçen süreyi hesaplayın.
- Eğer araba 08:00 yerine 8:45'te hareket ederse yolculuk kaç dakika daha geç başlamış olur?
Araç yolculuğunda mola olmazsa otobüs terminaline otobüsün hareketinden önce yetişebilir mi?

Yolun katedilmesi için gereken süre

Yolculuk planlaması

**Çözüm:**

- Toplam yolculuk süresi: $14 \text{ s } 30 \text{ d} - 8 \text{ s} = 6 \text{ s } 30 \text{ d}$.
- Otobüs terminaline varış ile otobüs yolculuğunun başlaması arasındaki süre: $12 \text{ s } 30 \text{ d} - 12 \text{ s} = 30 \text{ d}$.
- Daha erken varmak isterseniz, molalar kısaltılabilir ve yolculuğun ikinci bölümü otobüs yerine otomobille yapılabilir. Çizelgeden görülüyor ki otomobille yolculuk daha hızlıdır – aynı veya daha kısa sürede daha fazla mesafe kat edilir. Örneğin: otobüsle 2 saatte 80 km gidilirken, otomobilin ilk kısmında 1 s 30 d içinde 100 km, moladan sonra ise 2 saatte 170 km gidiliyor.
- Toplam sürüş süresi, yolculuğun toplam süresinden molalar ve otobüs bekleme süresi çıkarılarak bulunur: $6 \text{ s } 30 \text{ d} - (30 \text{ d} + 30 \text{ d}) = 6 \text{ s } 30 \text{ d} - 1 \text{ s} = 5 \text{ s } 30 \text{ d}$.
- Yolculuk 45 dakika daha geç, yani 8 s 45 d'te başlayacak. Eğer otomobille yolculukta mola verilmezse, ailenle birlikte otobüsün kalkış saatinden önce terminale yetişebilirsiniz.

Alıştırma 3

Üsküp'ten Veles'e tren sefer çizelgesi verilmiştir. Yolculuğu bir grafikte göster.

- Tren Lisiçe'den Veles'e ne kadar sürede gider?
- Tren Üsküp'ten Veles'e ne kadar sürede ulaşır?
- Hangi iki istasyon arasında yol en uzun sürer ve ne kadar?
- Hangi iki istasyon arasında en kısa sürede gidilir?
- Yolculuğun süresi aynı olan istasyonlar var mı?
- Draçevo'dan Veles'e kadar mesafe kaç kilometredir?

Tablo – Bir yerden başka bir yere kadar geçen süre ve mesafe

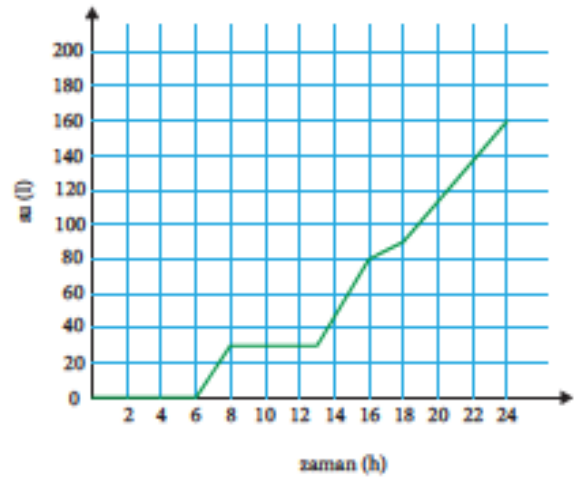
Yer	Saat	Kat edilen mesafe (km)
Üsküp	06:20	0
Lisiçe	06:31	5
Draçevo	06:37	13
Oreşani	06:48	25
Veles	07:25	55

Alıştırma 4

Grafikte Petrovski ailesinin bir gün boyunca su tüketimi verilmiştir.

- Tüm gün boyunca toplam kaç litre su tüketilmiştir?
- Hangi zaman dilimlerinde 30 litreden fazla su tüketilmiştir? Toplam kaç saat eder?
- Günün hangi döneminde en fazla su tüketimi olmuştur?
- Gün boyunca hangi saatlerde 30 litreden az tüketim vardır?
- Verilen değerler ay boyunca her gün için geçerli olsaydı, aylık su tüketimi ne olurdu?
- 1 000 litre su 40 denar ise, bu ailenin aylık faturası ne kadar olurdu?
- Günün farklı saatlerinde hangi aktiviteler daha fazla su tüketimine neden olur?
- Kendi ailenin su faturasını incele ve su tasarrufu yaparak nasıl para biriktirebileceğini düşün.

Zaman dilimlerinde su tüketimi
Petreski ailesinin harcadığı su miktarı



Zaman aralıklarını doğru hesaplamanın önemini düşün. Hayatında hangi durumda zaman aralıklarını doğru hesaplamak en önemli olurdu? Günlük hayatından, daha önce öğrendiğin bilgilerin sana bazı aktiviteleri planlamada nasıl yardımcı olacağını gösteren somut bir örnek yaz.

Aşağıdaki sorulara göre cevaplarını yaz. Kendini 1'den 4'e kadar değerlendir:

- 1 – Problemi çözemiyorum.
- 2 – Bazı soruları çözebiliyorum ama yardıma ihtiyacım var.
- 3 – Soruları bağımsızca çözebiliyorum ve temel kavramları açıklayabiliyorum.
- 4 – Soruları kolayca çözüyorum, tüm adımları açıklayabiliyorum ve günlük durumlarda uygulayabiliyorum.

1. Programı okuyup anlayabiliyor ve zaman aralıklarını hesaplamak için uygulayabiliyorum.
2. Farklı aktiviteler arasındaki zaman aralıklarını doğru bir şekilde farklı birimlerle (saniye, dakika, saat, gün, hafta) hesaplayabiliyorum.
3. Zaman aralıklarını hesaplamak için grafik okumayı ve kullanmayı başarıyorum.
4. Programı ve zaman aralığı hesaplamayı gerçek durumlarda, örneğin bir iş gününü ya da aktivitelerin planını organize etmekte uygulayabiliyorum.

Kendini değerlendirdikten sonra hangi alanları geliştirebileceğini düşün. Eğer bir ifadeye 1 veya 2 verdiysen, o ifadeyle ilgili sorulara tekrar bak ve daha iyi anlamak için ek yardım iste.

Bireysel çalışma

- Şehirden saat 10:25'te kalkıp komşu şehre 14:00'te varacak bir otobüs planlanmış. Yolculuk ne kadar sürecek? Zaman aralığını saat ve dakika cinsinden hesapla ve yaz.
- Bir okul gününün ders programı aşağıdaki gibidir:
 1. dersin başlangıcı ile son dersin bitişi arasındaki zaman aralığını hesapla.
 - Okulda, başlangıçtan son dersin bitimine kadar ne kadar zaman (saat ve dakika olarak) geçireceğini hesapla.
- Gün içinde 5 farklı aktivite için bir program planla (örneğin: araştırma, yazma, mola, düzeltme, tamamlama). Tüm aktiviteleri bitirmek için toplam ne kadar zamana ihtiyacın olacağını hesapla.
- Ana bir seyahat planlıyor:
 - 10 Mart'ta yola çıkacak ve 12 gün yolculukta kalacak.
 - Sonra tekrar yola çıkmadan önce 5 gün evde olacak ve ikinci yolculuk 8 gün sürecek.
 - Ana ilk yolculuktan hangi tarihte dönecek?
 - İkinci yolculuk ne zaman bitecek?
- Okulda 3 hafta süren bir kış tatili var. 20 Aralık'ta başlıyor. Öğrenciler tatilden sonra ilk pazartesi günü okula dönecek.
 - Tatil hangi tarihte bitiyor?
 - İlk okul günü hangi tarih?
- Film çekim ekibinin aktiviteler için programı aşağıdaki tabloda verilmiştir:
 - Tüm çekimler toplamda ne kadar sürüyor?
 - Toplamda mola ve öğle yemeği için ne kadar süreleri var?

Ders programı

Ders	Başlangıç ve bitiş saati
1	08:00-08:45
2	09:00-09:45
3	10:00-10:45
4	11:00-11:45
5	12:00-12:45
6	13:00-13:45

Sahnelerin çekimi için gerekli süre

1. Sahnenin çekimi	08:30-10:15
Mola	10:15-10:45
2. Sahnenin çekimi	10:45-12:00
Öğle yemeği	12:00-13:00
3. Sahnenin çekimi	13:00-15:30

7. Ivana 90 gün sürecek bir projede çalışıyor ve proje 1 Şubat'ta başlıyor. Proje 3 eşit aşamaya bölünmüş.
- Her aşama kaç gün sürer?
 - Her aşama hangi tarihte biter?
 - Tüm proje ne zaman biter?
- Artık yıl ve artık olmayan yıl için hesaplamalar yap.
8. Tren programı:
- Tren 1: Üsküp'ten 08:20'de kalkar ve Veles'e 09:05'te varır.
 - Tren 2: Veles'ten 09:20'de kalkar ve Gevgelija'ya 11:15'te varır.
- Tren 1, Üsküp'ten Veles'e ne kadar sürede gider?
 - Yolcu, tren 1 ile seyahat ettikten sonra tren 2'yi yakalamak için Veles istasyonunda ne kadar süre bekler?
 - Bekleme süresi dahil, yolcunun Üsküp'ten Gevgelija'ya toplam yolculuk süresi ne kadar olur?

Üçgenin ve Dörtgenin Çevresi

Günlük hayatta üçgenler, dörtgenler veya diğer çokgenlerin çevresini belirleme sorusu ile sık sık karşılaşırın. Çevre, bir şeklin tüm kenarlarının toplam uzunluğunu ifade eder. Bu derste temel kavramları hatırlayacak ve farklı durumlarda üçgenlerin ve dörtgenlerin çevresini nasıl hesaplayacağını öğreneceksin.



Örnek 1:

Düzensiz şekilli 6 kenarlı bir çiçek bahçesinin düzenlenmesine yardım ediyorsun. Çiçekleri korumak için etrafına alçak bir ahşap çit yerleştirilmesine karar verildi. Bahçenin kenarlarının uzunlukları: 2 m, 3 m, 4 m, 3 m, 5 m ve 4 m.

- Çit 10 m'lik paketler halinde satılıyor. Kaç paket çit alman gerekecek?
- Bir paketin fiyatı 500 denar ise toplamda ne kadar para harcayacaksın?
- Bahçeyi kenarları eşit olacak şekilde (örneğin düzgün altıgen) düzenlemek istersen ve çevresi aynı kalacaksa, her bir kenarın uzunluğu ne olur?

Çözüm:

- Çitin toplam uzunluğunu belirlemek için tüm kenarların uzunluklarını toplamalısn:
 $2 + 3 + 4 + 3 + 5 + 4 = 21$ m. Çit 10 m'lik paketlerde satılıyorsa, $21 \text{ m} : 10 \text{ m} = 2$ paket olur ama 1 m eksik kalır. Bu nedenle 3 paket almak gerekir.
- Bir paket 500 denar ise, üç paket 1 500 denar tutar.
- Çokgen düzgün bir altıgen olacaksa, tüm kenarları eşit uzunlukta olur ve her bir kenarın uzunluğunu a ile gösteririz. Çevresi şöyle hesaplanır: $L = 6 \cdot a$. Sorudaki koşula göre düzgün altıgenin çevresi a) maddesindeki çevreye eşit olur, yani: $21 \text{ m} = 6 \cdot a$, $a = 21 \text{ m} : 6 = 3.5$ m.

Alıştırma 1

Bir koşu parkuru düzenlediğini hayal et. Parkur düzensiz şekilli ve 6 kenarı var. Kenarların uzunlukları şunlardır: 10 m, 15 m, 12 m, 20 m, 18 m ve 25 m.

- Koşucuların kat edeceği parkurun toplam uzunluğu kaç metredir?
- Yarış 5 turdan oluşuyorsa, her bir koşucunun kat edeceği toplam mesafe kaç metredir?
- Parkuru şerit ile işaretlemek için 50 m'lik şerit paketleri satın alıyorsun. Tüm parkur için kaç paket şerit gerekecek?
- Parkuru 7 kenarlı yapmak için bir kenar daha eklemen gerekirse ve toplam çevrenin tam olarak 110 m olmasını istiyorsan, o yeni kenarın uzunluğu kaç metre olmalıdır?

Örnek 2

Ayşe, parkta bir piknik düzenliyor ve arkadaşlarıyla oturacakları alanın etrafına dekoratif şerit yerleştirmek istiyor. Piknik alanı dikdörtgen şeklinde ve kenarları 6 m ve 4 m uzunluğunda. Ayrıca kenarları 3 m, 4 m ve 5 m olan daha küçük bir üçgen oyun alanı da kurmaya karar vermiş. Ayşe'nin ne kadar dekoratif şeride ihtiyacı var?

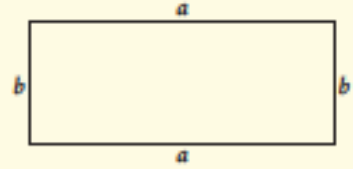
Çözüm:

Ayşe'nin oturma alanı için ne kadar dekoratif şerit gerektiğini hesaplamak için dikdörtgenin çevresi hesaplanır:

Dikdörtgenin çevresi = $2 \cdot \text{uzunluk} + 2 \cdot \text{genişlik}$ veya
 $\text{çevre} = 2 \cdot (\text{uzunluk} + \text{genişlik})$. Neden?

Çevre genellikle L ile gösterilir. Eğer dikdörtgenin uzunluğunu ve genişliğini a ve b ile gösterirsek, çevre şu formülle yazılabilir:

$$L = 2 \cdot a + 2 \cdot b \text{ veya } L = 2 \cdot (a + b).$$



Ayşe'nin arkadaşlarıyla oturacağı alanın çevresi:

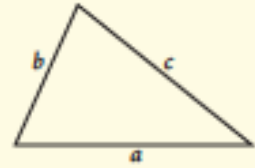
$$L = 2 \cdot (6 + 4) = 20 \text{ m}$$

Üçgen şeklindeki oyun alanı için gereken dekoratif şeridi hesaplamak için üç kenarın toplamını alırız: $L = a + b + c$

$$\text{Üçgen alanın çevresi: } L = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ m}$$

Son olarak, Ayşe'nin ihtiyaç duyacağı toplam dekoratif şeridi hesaplamak için iki çevreyi toplarız: $20 \text{ m} + 12 \text{ m} = 32 \text{ m}$

Ayşe'nin 30 m uzunluğunda şeridi varsa, şerit ona yetecek mi yoksa eksik mi kalacak?

**Alıştırma 2**

Kenarlarının uzunlukları 5 cm, 7 cm ve 10 cm olan bir üçgenin çevresini hesapla.

Alıştırma 3

Uzunluğu 8 cm ve genişliği 5 cm olan bir dikdörtgenin çevresini hesapla.

Alıştırma 4

Tabloyu defterine aynen çiz ve boş olan alanları doldur!

Üçgen	Üçgenin çevresi için formül

Alıştırma 5

Tabloyu defterine aynen çiz ve doldur!

Dörtgen	Dörtgenin çevresi için formül
	
	
	
	
	
	
	

Alıştırma 6

Bir tarlanın şekli ikizkenar yamuktur. Yamukta iki eş kenarın uzunluğu 7 m, tabanların uzunluğu ise 8 m ve 12 m'dir.

- Tarlanın çevresi kaç metredir?
- Daha büyük tabanın uzunluğunu 2 m kısaltmaya karar verirsen, yeni çevre kaç metre olur?
- Her bir yan kenarın uzunluğunu 1 m kısaltmaya karar verirsen, yeni çevre kaç metre olur?

Örnek 3:

Sen, genişliği y ve uzunluğu $2y$ olan dikdörtgen şeklinde çerçeveler tasarlayacak bir tasarımcısın. Bazı çerçevelerde dikdörtgen çerçevenin içine yerleştirilmiş süslemeler var. Bu süslemeler, tabanı 8 cm ve kenarı x cm olan ikizkenar üçgen şeklinde.

- Üçgenin kenarı x 'i çevresi ve tabanı cinsinden ifade et.
- Üçgenin çevresi 28 cm ise kenar uzunluğu x kaç cm olur?
- Dikdörtgenin çevresini y cinsinden ifade et.
- Dikdörtgenin çevresi 60 cm ise, kenar uzunlukları y ve $2y$ kaç cm olur?

Çözüm:

- Üçgenin çevresi $L = 8 + 2x$ 'tir. Kenar x , taban ve çevre cinsinden ifade edilmelidir.
 $2x = L - 8$, yani: $x = \frac{L-8}{2}$
- (a)'da kenar x 'i çevre L ve taban cinsinden ifade ettik. Taban 8 cm olarak biliniyor. Çevre de biliniyorsa, 28 cm olarak yerine koyarsak: $x = \frac{L-8}{2} = x = \frac{28-8}{2}$, $x = \frac{20}{2}$, $x = 10$
 Üçgenin kenarı 10 cm'dir.
- Dikdörtgenin uzunluğu $2y$ ve genişliği y ise, dikdörtgenin çevresi:
 $L = 2y + 2 \cdot (2y) = 2y + 4y = 6y$
- Dikdörtgenin çevresi 60 cm ise, formülde yerine koyarsak $L = 6y$ olur: $60 = 6y$, $y = \frac{60}{6} = 10$
 Dikdörtgen in kenar uzunlukları 10 cm ve 20 cm'dir

Alıştırma 7

Bir bahçe düzenlediğini ve etrafına bir yol yaptığını hayal et. Bahçe düzensiz bir dörtgen şeklindedir; kenarlarından biri a metre, ikinci kenarı $2a$ metre, üçüncü kenarı b metre ve dördüncü kenarı $b + 3$ metredir.

Bahçenin bir kenarı, her kenarı c metre uzunluğunda olan eşkenar bir üçgen şeklindeki küçük bir çiçeklik ile bitişiktir.

- Bahçenin çevresini a ve b cinsinden ifade et.
- Çiçekliğin çevresini c cinsinden ifade et.
- Bahçenin toplam çevresi 50 metre ise ve a , b 'den 4 metre daha kısa ise, a ve b değerlerini bul.
- Çiçekliğin çevresi 18 metre ise, kenar uzunluğu c kaç metredir?
- Yol hem bahçeyi hem de çiçekliği dolaşacak şekilde yapılacaksa toplam yol uzunluğu kaç metre olur?

Eğer iki üçgen aynı çevreye sahipse, kenarlarının uzunlukları da her zaman aynı olur mu? Nedenini açıkla ve bir örnek ver.

DeFTERİNE AŞAĞIDAKİ SORULARI YANITLA. SONRA YANITLARINI ARKADAŞLARINLA PAYLAŞ. TUM BU DERSTEKİ ÇÖZÜLEN SORULARI İNCELE.

1. Sana en kolay gelen soru hangisiydi?
2. En zor olan hangisiydi?
3. Üçgenin ve dörtgenin çevresini hesaplarken kendini güvende hissettin mi?
4. Ne öğrendin ve bu bilgileri gerçek hayatta nasıl kullanabilirsin?
5. Hangi bilgileri geliştirmek istersin?

Bireysel çalışma

1. Otopark yeri dikdörtgen şeklindedir. Bir kenarın uzunluğu x metre, genişliği $2x$ metredir. Otoparkı çevreleyen çitin toplam uzunluğu ne olur? (Çevreyi x cinsinden ifade et.)
2. Çocuk bahçesinin avlusunda ikizkenar üçgen şeklinde bir saksılık var. İki eş kenarının uzunluğu $2y$ metre, tabanı $3y$ metre. Saksılığın çevresini y cinsinden ifade et.
3. Avlu dörtgen şeklindedir. Bir kenarı a metre, karşı kenarı $2a$ metredir. Diğer iki kenar b ve $b + 4$ metredir. Avlunun çevresini a ve b cinsinden ifade et.
4. Koşu pisti farklı kenarlara sahip bir üçgen şeklindedir. Kenarları x , $x + 4$ metre ve $2x$ metredir. Pist çevresini x cinsinden ifade et.
5. Oyun alanı dikdörtgen şeklindedir. Uzunluğu y metre, genişliği $y - 5$ metredir. Oyun alanının çevresini y cinsinden ifade et.
6. Bahçe ikizkenar üçgen şeklindedir. İki eş kenarı z metre, tabanı $1,5z + 4$ metredir.
 - a) Bahçenin çevresini z cinsinden ifade et.
 - b) $z = 7\frac{1}{4}$ m ise bahçenin çevresi kaç olur?
7. Ev bir dörtgen şeklindeki çitle çevrilidir. Bir kenarı x metre, ikinci kenarı $x + 3$ metre, diğer iki kenarı y ve $y + 2$ metredir.
 - a) Çitin çevresini x ve y cinsinden ifade et.
 - b) Çitin uzunluğu $x = 6$ m ve $y = 9$ m ise ne olur?

8. Oyun alanı bir beşgen şeklindedir. Kenar uzunlukları $2a$ metre, $3a$ metre, a metre, $a + 2$ metre ve $4a$ metredir.
 - a) Çevresini a cinsinden ifade et.
 - b) $a = 2,25$ m ise oyun alanının çevresini hesapla.
9. Bir paralelkenarın bir kenarı 10 m, çevresi 36 dm' dir. Paralelkenarın diğer kenarını hesapla.
10. Otopark yeri ikizkenar bir yamuk şeklindedir. Tabanları 15 m ve 9 m'dir, çevresi 42 m'dir. Otoparkın yan kenarının uzunluğunu hesapla.
11. Park girişinde süsleme olarak bir eşkenar dörtgen var. Çevresi 32 m. Eşkenar dörtgenin bir kenarını hesapla.
12. Bir uçak şekli trapez şeklindedir ve kenarları 18 dm, 12 dm ve 11 dm' dir, çevresi 58 dm' dir. Uçağın dördüncü kenarını hesapla.
13. Bir takı kolyesi deltoid şeklindedir ve bir kenarı 11 mm, çevresi 3,2 cm' dir. Kolye üzerindeki diğer kenarın uzunluğunu hesapla.
14. Bir eşkenar dörtgenin bir açısı 120° , kısa köşegeni 8,5 cm' dir. Eşkenar dörtgenin çevresini hesapla.
15. Küçük kenarı 5 cm olan bir dikdörtgende, bir köşegenin bir kenarı 4 cm ve diğer kenarı iki eş parçaya böldüğü verilmiştir. Dikdörtgenin çevresini hesapla.
16. Karenin köşegeninin uzunluğu 12 cm' dir. Karenin köşelerinden köşegen çizilerek dörtgen oluşur. Bu dörtgenin şeklini ve çevresini belirle.
17. Kısa ve uzun tabanları 8 cm olan bir yamuğun kısa tabanı, toplam kenar uzunluklarının $\frac{3}{8}$ 'ü kadardır. Yamuğun çevresini belirle.
18. Bir deltoidin iki eş kenarı arasındaki açı 60° , köşegeninin uç noktaları arasındaki mesafe 5 cm'dir. Deltoidin çevresini hesapla, eğer bir kenarı 7,5 cm ise.

Karmaşık 2-B (iki boyutlu) Şekillerin Alanı

Bu derste kareler, dikdörtgenler ve dik üçgenlerden oluşan karmaşık 2B şekillerin alanını hesaplama yöntemlerini öğreneceksin. Bu şekillerin bölümlerini inceleyecek, formüller kullanacak ve hesaplama sürecini nasıl basitleştireceğini öğreneceksin. Bu ders sayesinde, bir odanın, bir avlunun veya başka bir yüzeyin alanını hesaplarken ölçü birimlerini bilmenin ve bunları günlük hayatta kullanmanın ne kadar önemli olduğunu anlayacaksın.



Örnek 1

David, odasının zeminine fayans döşemek istiyor. Oda dikdörtgen şeklinde ve uzunluğu 4 m, genişliği 3 m. Kullanacağı fayanslar, kenarı 30 cm olan kare şeklinde.

- Odanın alanı kaç metrekare (m^2) olur?
- Odanın alanı kaç santimetrekare (cm^2) olur?
- Kesimden oluşacak atıkları dikkate almadan tüm zemini kaplamak için kaç fayans gerekir?

Çözüm:

c) maddesi için yönerge:

Gerekli fayans sayısı = Odanın alanı (cm^2) : Bir fayansın alanı (cm^2)

yani: $120\,000\,cm^2 : 900\,cm^2 = 133,3$ fayans. 133 mü yoksa 134 fayans mı gerekecek? Hangi tam sayıya yuvarlanmalı?

Örnek 2:

Mariya, dik üçgen şeklindeki çiçek bahçesinin etrafına ahşap bir çerçeve koymak istiyor. Bahçenin bir dik kenarı 4 m, diğer dik kenarı 3 m uzunluğunda. Bahçenin alanı kaç metrekare (m^2) olur?

Çözüm:

Dik üçgenin alan formülü şöyledir:

$$\text{Yani } = \frac{\text{kenar}_1 \cdot \text{kenar}_2}{2}, \text{ yani } P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\text{Kenarların değerlerini formüle koyarsak: } P = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6m^2,$$

Yani, bahçenin alanı $6\,m^2$ 'dir.

Alıştırma 1

Dikdörtgen şeklinde bir çalışma masası 120 cm uzunluğunda ve 60 cm genişliğindedir. Çalışma masasının alanını hesapla.

Alıştırma 2

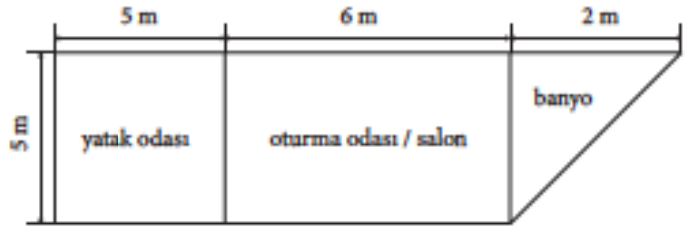
Bir karenin kenarı 15 cm'dir.

- Karenin alanı kaç desimetrekare (dm^2) olur?
- Karenin alanına eşit alana sahip ve genişliği 9 cm olan bir dikdörtgenin uzunluğu kaç cm olur?

Örnek 2

Milica, resimdeki plana benzer bir yeni daire satın aldı.

Yatak odasının zemini kare şeklinde, oturma odası dikdörtgen şeklinde ve banyo dik üçgen şeklindedir. Milica tüm odaların zeminini döşemek istiyor. Hesaplamalar konusunda ona yardım et.



- Dairenin toplam alanı kaç m^2 olur?
- Milica dairenin yarısını parke ile kaplamak isterse, parke ile kaplanacak alan kaç m^2 olur?

Çözüm:

- Tüm dairenin alanı, tüm odaların alanlarının toplamıdır; yani kare, dikdörtgen ve dik üçgenin alanlarının toplamıdır. Kare biçiminde olan yatak odasının alanı, $P = a^2$ formülü ile hesaplanır, buradan yerine koyma yapıldığında $P_k = a^2 = 5^2 = 25 \text{ m}^2$ elde edilir.

Oturma odasının alanı, dikdörtgenin alan formülü ile hesaplanır;

yani $P_n = a \cdot b = 5 \cdot 6 = 30 \text{ m}^2$.

Banyonun alanı için, sorunun şartına göre, bir dik kenar 2 m, diğer dik kenar ise dikdörtgenin genişliğine eşit, yani 5 m'dir.

Dik üçgenin alanı $P = \frac{\text{kenar}_1 \cdot \text{kenar}_2}{2}$, yani $P = \frac{a \cdot b}{2}$ formülü ile hesaplanır.

Dik kenarların yerine 2 m ve 5 m koyduğumuzda, dik üçgenin alanı

$$P_t = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ m}^2 \text{ olarak bulunur.}$$

Binanın toplam alanı, kare, dikdörtgen ve üçgenin alanlarının toplamıdır:

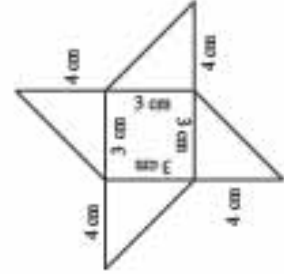
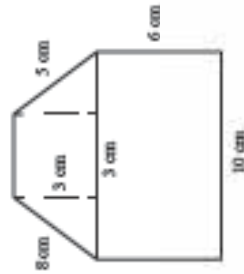
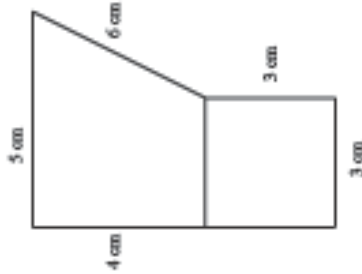
Toplam alan = Yatak odası alanı + Oturma odası alanı + Banyo alanı

$$\text{yani } P = P_k + P_n + P_t = 25 \text{ m}^2 + 30 \text{ m}^2 + 5 \text{ m}^2 = 60 \text{ m}^2.$$

- Toplam alanın yarısı $\frac{1}{2} \cdot 60 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$ olarak bulunur.

Alıştırma 3

Her bir karmaşık 2B şeklin alanını hesapla.



Örnek 3:

Sara, üç çeşit ahşap plakadan oluşan dekoratif bir duvar paneli yapmak istiyor. Panel bir kare, bir dikdörtgen ve bir dik üçgenden oluşuyor. Panelin ölçüleri şunlardır:

- Karenin bir kenarı 51 cm.
- Dikdörtgenin uzunluğu 80 cm, genişliği ise karenin kenarının üçte ikisi.
- Dik üçgenin bir dik kenarı dikdörtgenin genişliğine eşit, diğer dik kenarı ise 40 cm.

- Dikdörtgenin genişliğini karenin kenarı cinsinden ifade et ve değerini hesapla.
- Panelin toplam alanı kaç santimetrekare (cm^2) olur?
- Panelin toplam alanını metrekare (m^2) cinsine çevir.
- Sara sadece kareyi ve dikdörtgeni koruyucu vernikle kaplamak isterse, vernikleyeceği toplam yüzey alanı kaç desimetrekare (dm^2) olur?



Çözüm:

- Dikdörtgenin genişliğinin karenin kenarı üzerinden hesaplanması:
Görevin koşuluna göre, dikdörtgenin genişliği karenin kenarının $\frac{2}{3}$ 'üdür, yani $\frac{2}{3} \cdot 51 \text{ cm} = 34 \text{ cm}$.
- Karenin alanının hesaplanması: $P_k = a^2 = (50 \text{ cm})^2 = 2500 \text{ cm}^2$.
Dikdörtgenin alanının hesaplanması: $P_d = 80 \text{ cm} \cdot 34 \text{ cm} = 2720 \text{ cm}^2$.
Dik açılı üçgenin alanının hesaplanması: $P_t = \frac{34 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{2} = 680 \text{ cm}^2$.
Panelin toplam alanı:
 $P = P_k + P_d + P_t = 2601 \text{ cm}^2 + 2720 \text{ cm}^2 + 680 \text{ cm}^2 = 6001 \text{ cm}^2$.
- Toplam alanın m^2 'ye dönüştürülmesi:
Bildiğin gibi $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, o halde $P = 6001 : 10\,000 = 0,6001 \text{ m}^2$.
- Verniklenecek alan, karenin ve dikdörtgenin alanlarının toplamıdır, yani
 $P = 2601 \text{ cm}^2 + 2720 \text{ cm}^2 = 5321 \text{ cm}^2 = (5321 : 100) \text{ dm}^2 = 53,21 \text{ dm}^2$.

Alıştırma 4

Bir otoyola, ölçüleri 2 m ve 1,2 m olan dikdörtgen metal bir levhadan bir trafik işareti yerleştirilecek. Levhaya, kenarları 1,2 m ve 0,8 m olan bir dik üçgen şeklinde bir delik açılacak. Geri kalan metalin alanı kaç santimetrekare (cm^2) olur?

İki farklı karmaşık 2B şekil kareler, dikdörtgenler ve dik üçgenlerden oluşmuş ve aynı alana sahip. Bu, bu şekillerin mutlaka aynı çevreye sahip olduğu anlamına gelir mi? Cevabını bir örnekle açıkla.

Karmaşık 2B şekillerin alanını hesaplama konusundaki becerilerini değerlendirmeye çalış. Senin güçlü yanların neler, hangi konularda gelişmen gerekiyor?

Bireysel çalışma

1. Bir depoya karton kutular yerleştirilecek ve her kutunun tabanı 50 cm ve 30 cm boyutlarında. Deponun zemin alanı 24 m^2 . Zemine kaç kutu yerleştirilebilir?
2. İki odanın boyanması gerekiyor. Birinin duvarları 6 m ve 2,5 m ölçülerinde dikdörtgen şeklinde, diğer oda ise kenarı 6 m olan kare şeklinde. Boyanacak toplam alanı hesapla ve cm^2 cinsinden ifade et. 5 m^2 için 1 litre boya gerekiyorsa kaç litre boya gerekir?
3. Bir parkta kenarları 12 m olan kare şeklinde bir çiçek bahçesi var. Bahçenin etrafına 2 m genişliğinde bir yol yapılacak. Bahçe ve yolun toplam alanını hesapla ve cm^2 cinsinden ifade et.
4. Dikdörtgen şeklinde, kenarları 1,8 m ve 0,9 m olan bir yemek masasına, kenarları 15 cm olan ikizkenar dik üçgen şeklinde bir örtü seriliyor.
 - a) Örtünün alanı kaç mm^2 olur?
 - b) Masanın kaç cm^2 'lik kısmı örtüsüz kalır?
5. Bir salonun zemini 8,5 m ve 6 m boyutlarında bir dikdörtgendir. Zeminin %70'ini kaplamak için kenarı 20 cm olan kare şeklindeki kaç karo gerekir?
6. Bir tasarımcı dekoratif aynalar yapıyor. Aynalar 80 cm kenarlı kare şeklinde, ancak her köşede kenarları 20 cm olan bir ikizkenar dik üçgen şeklinde ahşap süs var. Sadece aynanın (kaplanmamış kısmın) alanı kaç cm^2 olur?

7. Bir evin pencereleri, kenarı 1,5 m olan kare ahşap çerçevelerden ve 1,2 m ile 0,8 m ölçülerinde dikdörtgen cam açıklıklardan oluşur. Bir pencerenin ahşap kısmının alanı ve 10 pencere için toplam alan kaç olur?
8. 5 m ve 4 m ölçülerinde dikdörtgen bir odaya 3 m ve 2 m ölçülerinde bir halı seriliyor. Odaanın ne kadarlık alanı açıkta kalır? dm^2 cinsinden ifade et.
9. Bir inşaatçı, 24 m^2 alanlı bir dik üçgen şeklinde beton bir temel döküyor. Dik üçgenin bir dik kenarı 8 m. Beton temelin diğer dik kenarı kaç metredir?
10. Bir bahçede 15 m^2 alanlı ve 3 m genişliğinde dikdörtgen bir çiçeklik var. Çiçekliğin uzunluğu kaç metredir?
11. Bir trafik işareti, kenarlarından biri 1,2 m olan bir dik üçgen şeklindedir ve alanı $0,72 \text{ m}^2$ 'dir. İşaretin diğer dik kenarı kaç metredir?
12. Bir tasarımcı, alanı $2,56 \text{ m}^2$ olan kare bir pano yapıyor. Panonun bir kenarı kaç metredir?
13. Dikdörtgen şeklinde bir oda 36 m^2 laminatla kaplanmıştır ve bir kenarı diğerinin dört katıdır. Laminatın döşendiği her duvar boyunca yerleştirilecek süpürgelik için toplam kaç metre lazım olur?

Hacim ve Hacim Ölçü Birimleri

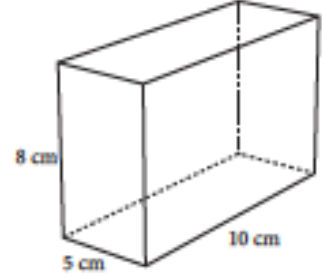
Bu derste hacim kavramını, yani bir 3B şeklin kapladığı uzay miktarını öğreneceksin. Hacim için hangi ölçü birimlerinin kullanıldığını, bu birimlerin sembollerini ve aralarındaki dönüşümleri öğreneceksin. Öğrendiklerin, hacim hesaplamanda ve ölçü birimlerini günlük hayatta ve çezeceğin matematik problemlerinde kullanmanda sana yardımcı olacak.



Örnek 1:

Çizimde dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu verilmiştir. Aşağıdaki soruları yanıtla:

- Kutunun uzunluğu kaç cm'dir?
- Kutunun genişliği kaç cm'dir?
- Uzunluğu 10 cm ve genişliği 5 cm olan bir yüzeyin alanını hesapla.
- 10 cm uzunluğunda ve 8 cm genişliğinde kutunun kaç yüzü vardır?
- Kutunun neden 3 boyutlu bir şekil olduğunu açıkla.

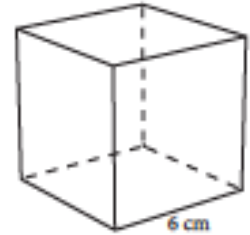
**Çözüm:**

- Kutunun uzunluğu 10 cm'dir.
- Kutunun genişliği 5 cm'dir.
- $P = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$.
- Kutunun uzunluğu 10 cm ve genişliği 8 cm olan iki yüzü vardır.
- Kutu üç boyutludur (10 cm, 5 cm, 8 cm), bu yüzden kutunun 3D (üç boyutlu) bir şekil olduğunu söyleriz; yani içinde bulunduğu uzayın bir kısmını kaplar.

Alıştırma 1

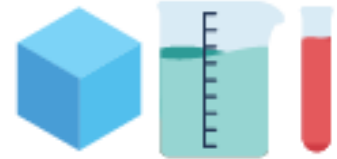
Çizimde bir küp verilmiştir. Aşağıdaki soruları yanıtla:

- Küpün her bir kenarının uzunluğu kaç cm'dir?
- Küpün bir yüzünün alanını hesapla.
- Günlük hayatta kullandığın hangi nesneler küpe benzer? En az iki örnek ver.



Her katı cismin kendine özgü bir şekli, büyüklüğü ve konumu vardır.

Sıvıların ve gazların sabit bir şekli yoktur. Şekilleri bulundukları kaba bağlıdır.

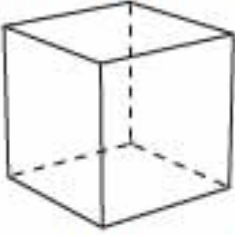


Üç boyutlu bir şeklin uzayda kapladığı yere "hacim" denir.

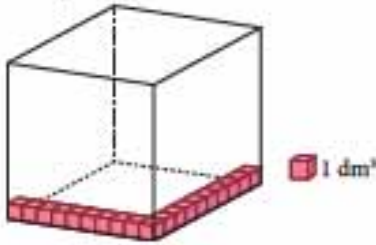
Örnek 2

Hacim ölçüleri, uzunluk ölçülerinden türetilmiştir.

- a) Kenarı bir metre olan bir küpün hacmi kaçtır?



- b) Çizimde 1 m³ hacminde boş bir küp verilmiştir. 1 dm³ hacminde kaç küp bu 1 m³'lük kutuya sığar?



Çözüm:

- a) Kenarı bir metre olan bir küpün hacmi (birim küp), temel bir ölçü birimidir ve metreküp olarak adlandırılır, 1 m³ ile gösterilir.

Kenar uzunluğu bir metre olan bir küpün hacmi, temel ölçü birimi olarak kabul edilir ve "metreküp" olarak adlandırılır; 1 m³ şeklinde gösterilir.

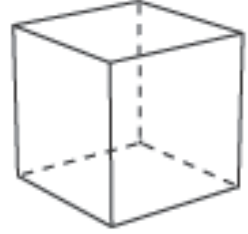
Bir 3B şeklin hacmini belirlemek aslında, o şeklin içinde kenarı bir birim uzunluğunda kaç birim küp bulunduğunu belirlemek demektir.

- b) Yukarıdan görüldüğü gibi küpün bir katına kenarı 1 dm olan 10 · 10 = 100 küp yerleştirilebilir. Neden?
Çünkü küpün yüksekliği 1 m yani 10 dm olduğundan, yükseklik boyunca 100 küpten oluşan 10 kat yerleştirilebilir. Yani 10 · 100 = 1 000 küp.
Şu sonuca varabiliriz: 1 m³ = 1 000 dm³.

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

Alıştırma 2

- a) Çizimde kenarı 1 dm olan boş bir küp kutu verilmiştir. Kenarı 1 cm olan daha küçük küplerden bu 1 dm kenarlı kutuya toplam kaç tane yerleştirilebilirsin?



Örnek 2 ve Alıştırma 2'yi çözerek şu sonuca varabiliriz:

Her bir sonraki hacim ölçü birimi, bir öncekinden 1 000 kat daha büyük veya daha küçük olur. Bu, daha büyük bir birimden daha küçüğüne giderken ölçü sayısını 1 000 ile çarpıyoruz; daha küçük bir birimden daha büyüğüne giderken ise 1 000'e böleriz anlamına gelir.

Örneğin:

1 metreküp (1 m^3) = 1 000 desimetreküp ($1 000 \text{ dm}^3$)

1 desimetreküp (1 dm^3) = 1 000 santimetreküp ($1 000 \text{ cm}^3$)

1 santimetreküp (1 cm^3) = 1 000 milimetreküp ($1 000 \text{ mm}^3$)

Bu, hacim ölçüsünde daha büyük birimden bir sonraki daha küçük birime geçtiğimizde ölçü sayısını 1000 ile çarptığımız, daha küçük birimden bir sonraki daha büyük birime geçtiğimizde ise 1000'e böldüğümüz anlamına gelir.

Örnek 3:

Kenarı 3 dm^3 olan bir küp verilmiştir.

- a) Küpün hacmini cm^3 cinsinden yaz.
 b) Küpün hacmini m^3 cinsinden yaz.
 c) Kenarı 1 dm^3 hacminde bir küp şeklinde kap al ve içine su doldur. Kap kaç litre su alır?

Çözüm:

$$\text{a) } 3 \text{ dm}^3 = (3 \cdot 1000) \text{ cm}^3 = 3000 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } 3 \text{ dm}^3 = (3 : 1000) \text{ m}^3 = 0,003 \text{ m}^3 \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

- c) Kenarı 1 dm^3 hacminde bir küp şeklindeki kab
 a su koyarsan ve sonra bu suyu ölçü kabına
 (şekildeki gibi bir sıvı ölçme kabı) dökersen, kaptaki ölçümde
 1 litre su olduğunu görürsün.



$$1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3$$

Daha önce öğrendiğin gibi, litre hacim (volüm) ölçü birimidir ve sıvıların ve gazların ölçümünde kullanılır.

Eğer $1 \text{ dm}^3 = 1 000 \text{ cm}^3$ ise, o zaman $1 \text{ l} = 1 000 \text{ cm}^3$ olur.

Alıştırma 3

Bir depoda 6 dm^3 su var. Depoda kaç litre su vardır?

Alıştırma 4

Bir su dolum fabrikasında plastik bir tankta 3 m^3 su bulunuyor. Bu su, her biri 5 litre alacak şekilde daha küçük plastik kaplara paylaştırılacak. Kaç adet 5 litrelik kap gerekecek?

Yönergeler:

- 3 m^3 kaç dm^3 eder, hesapla.
- 3 m^3 'te kaç litre su olduğunu hesapla.
- Tüm suyu dağıtmak için kaç adet 5 litrelik kap gerektiğini hesapla.

Alıştırma 5

Hayvanat bahçesindeki yeni bir balık akvaryumu dikdörtgenler prizması şeklinde ve hacmi 1 m^3 'tür.

- Akvaryumu doldurmak için kaç litre su gerekir, hesapla.
- Akvaryumun tamamını doldurmak için 20 litre kapasiteli kaç konteyner gerekir?

Hacim birimlerini (metreküp, desimetreküp, santimetreküp ve litre) günlük yaşamdan örneklerle nasıl ilişkilendirebilirsin? Bu ölçü birimlerinin farklı durumlar için önemi nedir? Metreküpleri litreye nasıl çevirirsin? Diğer dönüşümler nelerdir ve bunlardan hangisi sana en kolay geliyor, neden?

Defterine aşağıdaki soruları yamla. Cevabın HAYIR ise, sorunun ilgili olduğu ders bölümüne geri dön.

1. Hacim birimlerini ve aralarındaki dönüşümleri anlıyor muyum? Evet / Hayır
2. Metreküp, desimetreküp, santimetreküp ve litre arasındaki dönüşümleri kullanmam gereken soruları çözebildim mi? Evet / Hayır
3. Hacim ve hacim birimleri arasındaki dönüşümleri daha iyi anlamak için hangi ek alıştırmaları veya örnekleri incelemek isterdin? (Kısa bir yanıt yaz.)

Bireysel çalışma

- 12,5 m³'ü desimetreküp (dm³) cinsine çevir.
- 5 000 dm³'ü litre (l) cinsine çevir.
- 2 dm³ kaç santimetreküp (cm³) eder?
- 8 000 l su kaç metreküp (m³) eder?
- Bir fıçıda 5 m³ hacim var. Fıçıda kaç litre sıvı bulunur?
- 0,25 dm³'ü cm³ cinsine çevir.
- 3 000 cm³ kum kaç metreküp (m³) eder?
- Ailendeki aylık su tüketimini araştır. Tüketilen su hangi ölçü birimiyle ifade edilmiş? Diğer ölçü birimlerine çevir (örneğin: litre, kilolitre, metreküp).
- Verilen hacimlerden hangisi en büyüktür: 1 dm³, 10 cm³, 100 cm³, 1 000 mm³?
- Verilen hacimlerden hangisi en küçüktür: 2 dm³, 300 cm³, 400 mm³, 0,4 m³?
- 6 000 000 cm³ hacim 0,6 m³ olarak yazılabilir mi? Cevabını açıkla.
- Aşağıdaki hacim çiftlerini karşılaştırmak için >, < veya = işaretini kullan.

a) 0,5 l ve $\frac{1}{2}$ dm ³	b) 340 cm ³ ve 2 dm ³	c) 1500 cm ³ ve 2 l	d) 820 dm ³ ve 0,4 m ³ .
---	---	--------------------------------	--

Dikdörtgen Prizmanın ve Küpün Hacmi

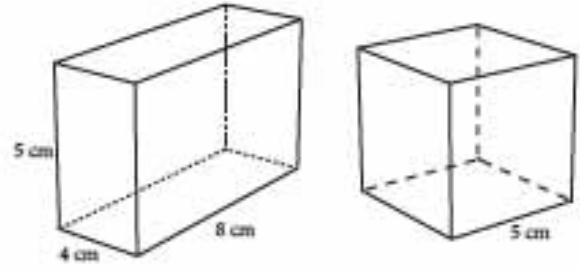
Günlük yaşamda küp ve dikdörtgenler prizması gibi 3B şekillerle sık sık karşılaşırız. Bunlar birçok durumda karşımıza çıkar – bir kutunun kapladığı alanı tahmin etmekten, dikdörtgenler prizması şeklindeki bir tankın alabileceği sıvı miktarını hesaplamaya kadar. Bu hesaplamaları doğru yapabilmek için küpün ve dikdörtgenler prizmasının hacmi için temel formülleri anlamak önemlidir. İşte bu ders sana bu önemli beceriyi kazandırmaya yardımcı olacak.



Örnek 1:

Okuldaki hediye hazırlama yarışmasında senin görevin arkadaşların için küçük paketler hazırlamak. Kurabiyeler küp veya dikdörtgenler prizması şeklindeki küçük kutulara konulacak.

- Bu kutuların şekillerini nasıl tarif edersin (hangisi küp, hangisi dikdörtgenler prizması)?
- Her kutuda kaç yüz ve hangi 2B şekiller bulunur?



Çözüm:

- Çizimi kullanarak hangi şeklin dikdörtgenler prizması, hangisinin küp olduğunu açıkla.
- Dikdörtgenler prizması ve küp 6 yüze sahiptir. Çizime bakarak dikdörtgenler prizmasının ve küpün hangi 2B şekillere sahip olduğunu yaz.

Örnek 2

Okulun sınıfını düzenleme ekibi, okul malzemeleri için ahşap kutular yapmak istiyor ve her kutu dikdörtgenler prizması veya küp şeklinde olacak.

- Bir ahşap kutu dikdörtgenler prizması şeklindedir. Kutunun uzunluğu 12 cm, genişliği 8 cm ve yüksekliği 5 cm'dir.

Sorular:

- İçine kenarı 1 cm olan kaç küçük küp sığar?
 - Dikdörtgenler prizmasının hacim formülünü uzunluk, genişlik ve yükseklik kullanarak çıkar.
- Diğer bir ahşap kutu, kenarı 6 cm olan küp şeklindedir. Küpün hacim formülünü çıkar.

Çözüm:

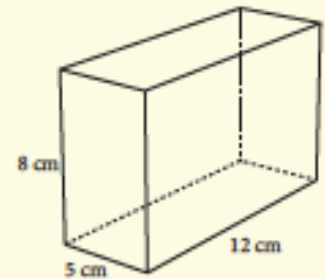
- İlk alet kutusu bir dikdörtgen prizma şeklindedir. Her küçük küpün hacmi 1 cm³ ise, tutacağı küp sayısı dikdörtgen prizmanın hacmi için kullanılan ölçüm numarasına eşittir.

Dikdörtgen prizmanın tabanına uzunluk ve genişlik olarak yerleştirilebilecek küp sayısı 12,8'dir ve bu şekilde 5 sıra olduğundan, toplam $12,8 \cdot 5 = 480$ küp ve hacmi 1 cm³ olur. Bu 480 küp dikdörtgen prizma şeklindeki kutuyu doldurur, yani dikdörtgen prizmanın hacmi 480 cm³'tür.

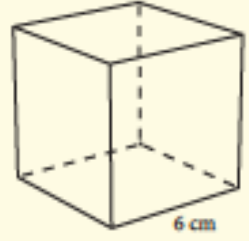
Dolayısıyla, dikdörtgen prizmanın hacmi = uzunluk · genişlik · yükseklik.

Dik prizmanın hacmini, uzunluğunu, genişliğini ve yüksekliğini sırasıyla V , a , b , c ile gösterirsek, $V = a \cdot b \cdot c$.

$$V = 12 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 480 \text{ cm}^3$$



- b) Bu noktada yapılacak kutu bir küp olduğundan ve küp eşit boyutlara sahip bir küp olduğundan ($a = b = c$), bir küpün hacim formülünde, genişliği ve yüksekliği a ile ve uzunluğu da a ile gösterdiğimizde, $V = a \cdot a \cdot a = a^3$ elde ederiz. Küpün kenarı $a = 6$ cm olduğundan, $V = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ cm³ elde ederiz. Yani, küpün hacmi 216 cm³'tür. Kutu 1 cm³ hacimli 216 küp içerir.



Alıştırma 1

Bir havuz dikdörtgenler prizması şeklindedir ve boyutları 10 m, 5 m ve 8 m'dir. Havuz kaç litre su alır?

Alıştırma 2

Örnek 1'e dön ve şu soruya yanıt ver: Kurabiyeleri içine koymak için hangisini seçersin, hangisi daha fazla alır?

Örnek 3

Ana, arkadaşına hediye paketlemek için dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu satın aldı. Kutunun üzerinde uzunluğunun 20 cm, genişliğinin 10 cm olduğu, ancak yüksekliğinin belirtilmediği yazıyordu. Ana kutunun hacminin 2 000 cm³ olduğunu biliyordu.

- Kutunun yüksekliği kaç cm'dir?
- Kenarı 2 cm olan kaç küçük küp bu kutuya sığar?

Çözüm:

- Kutunun hacmi şu formülle hesaplanır: $V = a \cdot b \cdot c$ dir. Formülde kutunun bilinen uzunluk ve genişlik değerlerini yerine koyarsak: $2\,000 = 200 \cdot c$, $c = \frac{2\,000}{200} = 10$
Sonuç olarak, kutunun yüksekliği 10 cm'dir.
- Küpün hacmi: $V = a^3$ a yerine 2 cm koyarsak, $V = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3$ bulunur.
Yani bir küpün hacmi 8 cm³'tür.
Kenar uzunluğu 2 cm olan küplerin büyük kutuya sığacak sayısı =
kutunun hacmi : bir küpün hacmi = $2\,000 \text{ cm}^3 : 8 \text{ cm}^3 = 250$.
Demek ki kutu 250 küçük küp alabilir.

Alıştırma 3

Bir kırtasiyede, boyu 1,5 m, eni 50 cm ve yüksekliği 2 m olan dikdörtgenler prizması şeklinde dolaplar var. İş yeri sahibi şunları bilmek istiyor:

- Bir dolabın hacmi kaçtır?
- Her kitap 1 500 cm³ yer kaplıyorsa, bir dolaba kaç kitap sığar?

Eğer iki kutu aynı hacme sahipse, mutlaka aynı boyutlarda mı olurlar? Açıkla.
Bir küpün kenar uzunluğunu iki katına çıkarırsak, hacmi nasıl değişir?
Dikdörtgenler prizmasının uzunluğu ve genişliği değişmeden yüksekliği değişirse, bu hacmi nasıl etkiler?

1. Küpün ve dikdörtgenler prizmasının hacim formüllerini anladığına emin misin?
2. Hangi sorular sana daha kolay geldi, hangileri daha zor oldu?
3. Dikdörtgenler prizması ve küpün hacmini hesaplamada hangi konuda kendini geliştirmelisin?
4. Dikdörtgenler prizması ve küpün hacmini günlük hayatta hangi durumlarda kullanabileceğini düşün.

Bireysel çalışma

1. Kenarı 15 cm olan bir küpün hacmini hesapla.
2. Kenarları 12 dm, 15 dm ve 18 dm olan bir dikdörtgenler prizmasının hacmini hesapla.
3. Tüm kitaplarını koyabileceğin bir kutuya ihtiyacın var. Kutunun şekli küp ve kenarı 30 cm. Bir kitabın 400 cm^3 yer kapladığını biliyorsak, bu kutuya kaç kitap sığar?
4. Kenarları 4 m, 3 m ve 2 m olan bir dikdörtgenler prizması şeklindeki bir depo kaç litre su alır?
5. Toni, bahçesinde alet saklamak için bir kutu yapmak istiyor. Kutunun tabanı 4800 cm^2 alanında. Kutunun genişliği 40 cm ve yüksekliği 50 cm ise hacmini hesapla.
6. Bir depo, 3 m uzunluğunda, 2,5 m genişliğinde ve 2 m yüksekliğindedir.
 - a) Depo hacmini hesapla.
 - b) Kenarı 50 cm olan küp şeklinde kutular bu depoya en fazla kaç tane sığar?
7. Bir kamyon odunla yüklü. Odunlar 3 m, 4 m ve 1,5 m boyutlarında bir dikdörtgen prizma şeklinde istiflenmişse, kamyonunda kaç metre küp odun vardır?
- 8.* Yovan'ın bahçesinde yağmur suyu toplamak için küp şeklinde bir depo var. 1 728 litre su alabiliyor.
 - a) Deponun kenarı kaç cm'dir?
 - b) Bir gün yağan yağmur depoyu yarıya kadar doldurursa, depo kaç litre su alır?

Bir Küpün Ve Bir Dikdörtgen Prizmanın Alanını Ağlarından Hesaplama

Günlük hayatta sıklıkla küp veya dikdörtgenler prizması şeklinde nesnelerle karşılaşırız; hediye kutuları, mobilyalar ve çeşitli ambalajlar gibi. Böyle bir nesnenin yapımı için ne kadar malzeme gerektiğini ya da onu örneğin bir kumaşla kaplamak için ne kadar alan gerektiğini öğrenmek istiyorsan, onun toplam yüzey alanını hesaplamam gerekir.



Bu derste, küpün ve dikdörtgenler prizmasının açınımlarını (ağlarını) kullanarak yüzey alanını nasıl hesaplayacağını öğreneceksin. Gerçek hayattan örnekler inceleyecek ve toplam yüzey alanı formüllerini farklı durumlarda nasıl uygulayacağını göreceksin. Bu bilgi sana tasarım, paketlenme ve üretimle ilgili pratik problemleri anlamada ve çözmeye yardımcı olacak.

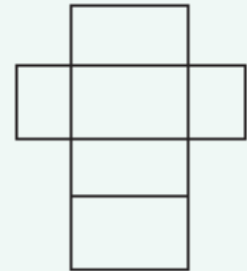
Örnek 1

Mariya hediye kutusu modelleri yapıyor. Kutuların açınımlarını (ağlarını) oluşturmak için kağıtlar kullanıyor. Yaptığı kutulardan birinin uzunluğu 8 cm, genişliği 5 cm ve yüksekliği 4 cm. Mariya kutuyu açınım şeklinde açıyor ve 6 dikdörtgenden oluşan bir ağ elde ediyor. Ağı doğru olup olmadığını ve kutunun gerçekten oluşturulup oluşturulamayacağını kontrol etmek istiyor.

- Ağda $8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$ ölçülerinde kaç dikdörtgen olacak?
- Ağda $8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$ ölçülerinde kaç dikdörtgen olacak?
- Ağda $5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$ ölçülerinde kaç dikdörtgen olacak?
- Tüm bu dikdörtgenler kutuyu (dikdörtgenler prizmasını) oluşturmak için yeterli mi, kontrol et ve ağı çiz.

Çözüm:

- $8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$ ölçülerinde 2 dikdörtgen vardır.
Bu dikdörtgenler prizmanın iki büyük yüzünü oluşturur.
- $8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$ ölçülerinde 2 dikdörtgen vardır.
Bu dikdörtgenler prizmanın daha uzun ve dar olan iki yan yüzüdür.
- $5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$ ölçülerinde 2 dikdörtgen vardır.
Bu dikdörtgenler prizmanın iki küçük yan yüzünü oluşturur.
- Dikdörtgenler prizmasının ağı toplamda 6 dikdörtgenden oluşur.
Dikdörtgenlerin sayısı ve boyutları prizmayı oluşturmak için doğrudur.

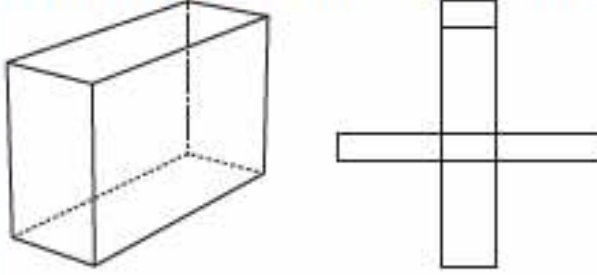


Alıştırma 1

Sınıfta küp şeklinde bir nesne bul ve ölçülerini al (örneğin kutu, kitap, masa...). Onun açınımlarını (ağını) çiz.

Örnek 2

Uzunluğu 4 cm, genişliği 3 cm ve yüksekliği 2 cm olan bir dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı kaçtır?



Çözüm:

Uzunluğu 4 cm, genişliği 3 cm ve yüksekliği 2 cm olan bir dikdörtgenimiz var. Her bir duvarın alanı:

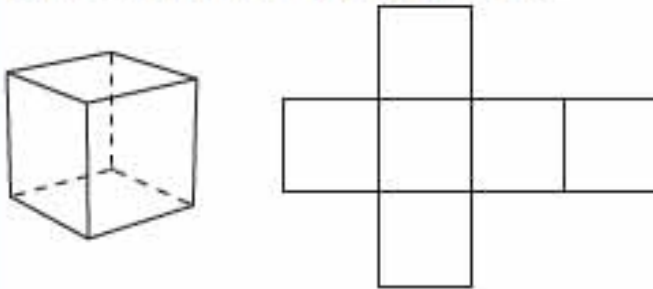
$$a \cdot b = 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2, a \cdot c = 4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2, b \cdot c = 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2.$$

Her dikdörtgenden iki tane olduğundan toplam alan $2 \cdot (12 + 8 + 6) = 2 \cdot 26 = 52 \text{ cm}^2$ dir.

Herhangi bir dörtgenin alan formülü $P = 2$ olarak yazılabilir. $(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

Örnek 3

Kenarı 3 cm olan bir küpün yüzey alanı kaçtır?



Çözüm:

Izgaradan, küpün altı eşit kenarı olduğunu görebilirsiniz. Her kenar, kenarı 3 cm olan bir karedir.

Her karenin alanı $3^2 = 9 \text{ cm}^2$ dir. Küpün toplam alanı $6 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2$ dir. Neden?

Herhangi bir küpün alan formülü $P = 6a^2$ olarak yazılabilir.

Alıştırma 2

Uzunluğu 5 cm, genişliği 3 cm ve yüksekliği 4 cm olan bir dikdörtgenler prizmasının açılımını (ağını) çiz. Sonra bu ağı kullanarak yüzey alanını hesapla.

Alıştırma 3

Kenarı 5 cm olan bir küpün açılımını (ağını) çiz. Sonra bu ağı kullanarak yüzey alanını hesapla.

Örnek 4

Martin, aletlerini sakladığı deposunu boyamak istiyor. Depo dikdörtgenler prizması şeklinde ve 6 m uzunluğunda, 4 m genişliğinde ve 3 m yüksekliğinde.

- Depodaki tüm duvarların toplam yüzey alanı kaçtır?
- Sadece üç duvarı boyamak isterse, bu üç duvarın toplam yüzey alanını hesapla.
- Taban ve tavanın toplam yüzey alanı kaçtır?

Çözüm:

- a) Tüm duvarların toplam yüzey alanının hesaplanması:

$$P = 2 \cdot (6 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 3) = 2 \cdot 54 = 108 \text{ m}^2$$

- b) Üç duvarı boyamak için hesaplama:

Üç duvarın alanı (örneğin iki büyük ve bir küçük):

$$P = 18 \text{ m}^2 + 18 \text{ m}^2 + 12 \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2.$$

- c) Taban ve tavanın toplam yüzey alanı:

$$P = P_H + P_T = 6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} + 6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 48 \text{ m}^2$$

Alıştırma 4

David, deponun tüm duvarlarını boyamak istiyor, ancak tavanı ve tabanı değil. Boya üreticisi, 1 litre boyanın 5 m^2 yüzeyi kaplayabildiğini belirtiyor. (Örnek 4'teki deponun boyutlarını kullanın.)

- Deponun tüm duvarlarını boyamak için kaç litre boyaya ihtiyacı olacak?
- Her kova 10 litre boya içeriyorsa, David kaç kova boya satın almak zorunda

Bir küpün kenar uzunluğunu iki katına çıkarırsak, yüzey alanı ne olur? Dikdörtgenler prizmasının ağı (açılımı), yüzey alanını daha hızlı hesaplamana nasıl yardımcı olabilir?

Bilgini değerlendir – dikdörtgenler prizması ve küpün yüzey alanı konusunda kendini değerlendir. Emin olmadığın bölümler için dersteki kısımlara tekrar dön.

Puan 5: Kenarları bağımsızca tanımlayabiliyorum, açılımını (ağını) çizebiliyorum ve dikdörtgenler prizması ile küpün toplam yüzey alanını doğru bir şekilde hesaplayabiliyorum.

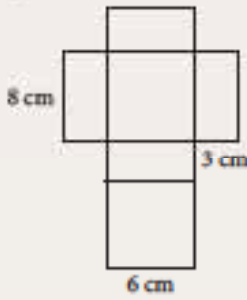
Puan 3–4: Bazen dikdörtgenler prizması ve küpün açılımını (ağını) çizerken ve yüzey alanını doğru hesaplamada yardıma ihtiyacım oluyor.

Puan 1–2: Verileri ilişkilendirmekte ve formülleri uygulamakta zorluk çekiyorum. Kavramları tam olarak anlamak ve uygulamak için ek yardıma ve daha fazla alıştırma ihtiyacım var.

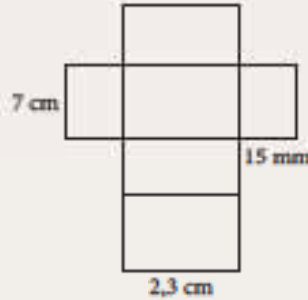
Bireysel çalışma

1. Verilen açınımlardan (ağlardan) bir dikdörtgenler prizması veya küpün yüzey alanını hesapla.

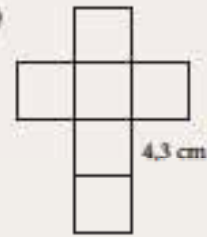
a)



b)



c)



2. Bir küpün toplam yüzey alanı 150 cm^2 'dir. Küpün bir kenarı kaç cm'dir?
3. Bir küpün açılımı verilmiştir. Küpün bir yüzünün alanı 64 cm^2 'dir. Küpün toplam yüzey alanını hesapla.
4. Bir dikdörtgenler prizmasının tabanı, alanı 120 cm^2 olan bir dikdörtgendir. Tabanın genişliği 6 cm ve prizmanın yüksekliği 10 cm'dir. Dikdörtgenler prizmasının toplam yüzey alanını hesapla.
5. Bir dikdörtgenler prizmasının tabanı, kenarı 8 cm olan bir karedir. Prizmanın yüksekliği 1 cm'dir. Dikdörtgenler prizmasının toplam yüzey alanını hesapla.
6. Bir küpün bir yüzünün alanı 36 cm^2 'dir. Küpün kenar uzunluğunu ve toplam yüzey alanını hesapla.

7. Bir dikdörtgenler prizmasının taban alanı 54 cm^2 , tabanın genişliği 9 cm 'dir.
- Tabanın uzunluğunu hesapla.
 - Prizmanın yüksekliği 10 cm ise, toplam yüzey alanını hesapla.
8. Bir küpün bir yüzünün alanı 81 cm^2 'dir. Küpün kenar uzunluğunu ve toplam yüzey alanını hesapla.
- *9. Bir dikdörtgenler prizmasının: taban alanı 50 cm^2 , ön yüz alanı 70 cm^2 ve yüksekliği 7 cm 'dir. Prizmanın toplam yüzey alanı kaçtır?
- *10. Bir dikdörtgenler prizmasının bir yan yüzünün alanı 60 cm^2 'dir. Prizmanın yüksekliği 8 cm ve tabanı karedir. Taban kenarını ve prizmanın toplam yüzey alanını hesapla.
11. Deyan'ın odası dikdörtgenler prizması şeklinde ve yan duvarlarının alanı $7,5 \text{ m}^2$ ve $10,5 \text{ m}^2$ 'dir
- Odanın toplam yüzey alanı 56 m^2 ise taban alanı kaçtır?
 - Eğer tabanın her m^2 'si için 10 karo gerekiyorsa, tüm taban için kaç karo gerekir?
 - Tavanın her m^2 'si için $0,5 \text{ l}$ boya gerekiyorsa, tavana kaç litre boya lazım?
12. Petrovski ailesi, balıkları için küp şeklinde açık bir akvaryum satın aldı. Etiketle akvaryumun toplam yüzey alanının 720 cm^2 olduğu yazıyor. Küpün kenar uzunluğunu ve akvaryumun kaç litre su aldığını hesapla.
13. Emiliya hediye için küp şeklinde bir kutu yapmak istiyor. Karton kullanarak kutunun kenar uzunluğu öyle olsun ki toplam yüzey alanı 600 cm^2 olsun. Küpün kenar uzunluğunu belirle ve hacmini hesapla.

K O N U

5

VERİLERLE ÇALIŞMA



Günlük yaşamda sürekli verilerle çevriliyiz: Okuldaki öğrenci sayısı, ders çalışmaya ne kadar zaman harcadığımız, ayda kaç güneşli gün olduğu, bir spor karşılaşmasının sonuçları, kütüphaneyi kaç kez ziyaret ettiğimiz gibi bilgiler hep veridir. Bu tür bilgileri topladığımızda, düzenlediğimizde ve aktardığımızda aslında verilerle çalışmış oluruz.

Verilerle çalışmak sadece matematik değildir – bu, sana mantıklı düşünmeyi, karar vermeyi ve düşüncelerini başkalarına anlatmayı öğreten güçlü bir beceridir.

“Matematik bilimin kraliçesidir, istatistik ise onun hizmetkârıdır.”

Öğrenme Sonuçları

Bu konuyu öğrendikten sonra şunları yapabileceksin:

- Problemlerin çözümünde kümelerle işlemleri uygularsın;
- Tam sayıları ve tam sayının mutlak değerini günlük yaşam bağlamında uygularsın;
- Aritmetik yasaları ve ters işlemleri kullanarak tam sayılarla yapılan hesaplamaları basitleştirirsin;
- Problemlerin çözümünde, doğal sayılı üsler ve belirli doğal sayıların kareköklerini kullanırsın;
- Günlük yaşam bağlamındaki problemlerin çözümünde, kesirler, ondalık sayılar ve yüzdeler arasındaki ilişkiyi kullanırsın;
- Pozitif rasyonel sayılarla işlemler yaparak günlük yaşam bağlamındaki problemleri çözersin;
- Oran ve doğru orantı ile ilgili problemleri çözersin.

Araştırma planlaması

Günlük yaşamda sık sık verilerden yola çıkarak sonuçlar çıkarman gereken durumlarla karşılaşsın.

Örneğin, bir aile gezisi planlarken; hava durumu, popüler destinasyonlar, konaklama ve aile üyelerinin görüşleri hakkında bilgi toplamamız gerekir. Benzer şekilde bilimde ve iş hayatında araştırma planlamak, doğru ve yararlı sonuçlar elde etmenin temelidir.

Bu derste bir araştırma planı yapmayı, veri toplama araçları geliştirmeyi ve kullanmayı öğreneceksin. Örneğin anketler, soru formları ve ölçümler gibi araçlar kullanacaksın.



Örnek 1

Sınıftaki öğrenciler, okulda öğrencilerin en çok hangi meyveleri sevdiğini öğrenmek istiyorlar. Bir araştırma planla ve aşağıdaki soruları yanıtla:

- Verileri toplamak için hangi yöntemi kullanacaksın: anket, mülakat, gözlem vb.? Bu veri toplama yöntemini neden seçtiğini açıkla.
- Anket ya da başka bir araç için 3 soru hazırla.
- Sınıftan 10 öğrenciden veri topla ve verileri bir tabloda göster.

Çözüm:

- Anket kullanılabilir, çünkü birçok öğrencinin görüşünü toplamak için hızlı ve etkili bir yöntemdir.
Anket tasarlaması kolaydır ve yanıtlar tablo veya grafikte analiz edilip görselleştirilebilir.
- Anket soruları:
 - En sevdiğin meyve hangisidir?
A) Elma B) Muz C) Portakal D) Diğer _____
 - Ne sıklıkla meyve yersin?
A) Her gün
B) Haftada birkaç kez
C) Haftada bir kez
D) Nadiren
 - Okul kantininde daha fazla meyve olmasını ister miydin?
A) Evet B) Hayır

C) 10 öğrenciden alınan yanıtlar

Öğrenci	Sorular		
	En sevdiğin meyve	Ne sıklıkla meyve yersin?	Kantinde daha fazla meyve ister misin?
1.	Elma	Her gün	Evet
2.	Muz	Haftada birkaç kez	Evet
3.	Portakal	Her gün	Hayır
4.	Diğer (üzüm)	Haftada birkaç kez	Evet
5.	Muz	Her gün	Hayır
6.	Elma	Haftada bir kez	Evet
7.	Elma	Her gün	Hayır
8.	Portakal	Nadiren	Evet
9.	Muz	Her gün	Hayır
10.	Diğer (kivi)	Haftada bir kez	Evet

Bir diyagram seçin ve en sevdiğiniz meyveler ve en çok tüketilen meyveler hakkında verileri sunun.

Alıştırma 1

Teneffüslerde sınıf arkadaşlarının en sevdiği etkinliği keşfet.

- Araştırmaya nasıl başladın?
- Hangi verilere ihtiyacın var?
- Verileri nasıl topladın?

Araştırma, sorular sorma, veri toplama, bu verileri analiz etme ve belirli bir sorun ya da konu hakkında sonuç çıkarma sürecidir. Bu, yeni bilgiler keşfetmenin veya belirli problemleri düzenli bir çalışma yoluyla çözmenin bir yoludur.

Araştırma, yeni bir şey öğrenmene, çevrendeki insanları ve durumları daha iyi anlamana ve bilgileri temel alarak kararlar vermene yardımcı olur.

Örnek 2

Okulun yeni bir ders dışı etkinlik düzenlemeyi düşünüyor, ancak öğrenciler için en ilgi çekici olanın ne olduğunu öğrenmek istiyor. Bu konuda bir araştırma yapma görevi sana verildi. Görevin, öğrencilerin en çok hangi etkinliği istediklerini ortaya çıkarmak için bir araştırma planı yapmak, veri toplama aracı hazırlamak ve öğrencilerden bilgi toplamaktır.

Çözüm:

Bir araştırma planı yapmak için aşağıdaki adımları izle ve neyi araştırmak istediğini defterine yaz.

Araştırma adımları:

1. Konu veya soru belirleme:
 - Önce neyi tam olarak öğrenmek veya araştırmak istediğine karar ver.
 - Örnek: "Okulumuzdaki öğrencilerin en yaygın hobileri nelerdir?"
2. Araştırmayı planlama:
 - Verileri nasıl toplayacağını düşün (anket, mülakat, gözlem).
 - Hangi araçları kullanacağına karar ver (soru formu, anket, tablo).
 - Araştırmaya kimi dahil edeceğini belirle (ör. sınıftaki öğrenciler).
3. Veri toplama:
 - Bu adımda anketler veya mülakatlar yapabilir, durumları gözlemleyebilir veya kitap ve internetten bilgi toplayabilirsin.
 - Örnek: "En sevdiğin hobi nedir?" veya "Haftada hobine ne kadar zaman ayırıyorsun?" gibi sorular içeren bir anket hazırla.
4. Verileri seçme ve düzenleme:
 - Verileri analizini kolaylaştırmak için tablolar, diyagramlar veya listeler halinde düzenle.
 - Bu örnekte, her hobiyi seçen öğrenci sayısını bir diyagramda göster.
5. Verileri analiz etme:
 - Topladığın verilerin sana ne gösterdiğini düşün.
 - Farklı yanıtları karşılaştırmak ve bilgileri ilişkilendirmeye çalış.
 - Örnek: Eğer öğrencilerin %60'ı spor hobisini seçmişse bu, sporun en popüler hobi olduğunu gösterebilir.
6. Sonuç çıkarma:
 - Araştırmadan ne öğrendiğini yaz.
 - Başta sorduğun soruya yanıt ver.
 - Örnek: "Öğrenciler arasında en yaygın hobi spordur, onu müzik ve sanat takip eder."
7. Sonuçları sunma:
 - Sonuçları başkalarıyla paylaşmak için bir rapor veya sunum hazırla.
 - Örnek: Sonuçları açıklamak için tablolar, diyagramlar ve kısa metinler kullan.



problemin
belirlenmesi



araştırmanın
planlanması



veri toplama



verilerin
düzenlenmesi



verilerin
analizi



sonuç
çıkarma

Alıştırma 2

Araştırma sorusu: Çevresel faktörler bitkilerin büyümesini nasıl etkiler?

Yedinci sınıfta çevre, ekosistemler ve canlı organizmaları etkileyen faktörler hakkında öğreniyorsun. Araştırman, ışık, su, sıcaklık ve toprak gibi faktörlerin bitki büyümesine nasıl etki ettiğine odaklansın.

Bir araştırma planı hazırla.

Yaptığınız araştırmayı düşünün ve aşağıdaki soruları cevaplayın:

Araştırmanın amacı açıkça tanımlanmış mıydı? Seçilen veri toplama yöntemi ne kadar etkiliydi? Bir dahaki sefere neyi farklı yapardınız?

Kendini aşağıdaki ölçütlere göre değerlendir:

- Açıkça tanımlanmış plan (1–5).
- Araç seçimi konusunda yaratıcılık (1–5).
- Araştırma sonuçlarının uygulanabilirliği (1–5).

Bireysel çalışma

Bir ders ve araştırma sorusu seç:

1. Biyoloji

- Farklı toprak türleri bitkilerin büyümesini nasıl etkiler?
- Hangi yiyecek türü sportif faaliyetler sırasında en fazla enerjiyi sağlar?
- Kirlilik yerel nehirlerin su kalitesini nasıl etkiler?

2. Kimya

- Hangi içecek dişlerin pH değerinde en büyük değişimi yaratır?
- Farklı çözücüler şekerin çözünürlüğünü nasıl etkiler?
- Ev yapımı temizlik ürünleri ticari olanlar kadar etkili mi?

3. Fizik

- Kapların yapıldığı farklı malzemeler içlerindeki suyun ısı yalıtımını etkiler mi?
- Yüzey, bir cismin üzerindeki hareket hızını nasıl etkiler?
- Hangi kâğıt türü en uzun uçuş için en iyi uçağı yapar?

4. Coğrafya

- İklim değişiklikleri kendi bölgedeki mevsimleri nasıl etkiliyor?
- Farklı yer şekilleri yakın bölgelerde sıcaklıkları nasıl etkiliyor?
- Çevrendeki en yaygın doğal kaynaklar nelerdir ve nasıl kullanılıyorlar?

5. Tarih

- Farklı dönemlerde yaşam koşulları nasıl farklılık gösteriyor (ör. Orta Çağ ve modern zaman)?
- Teknolojinin gelişimi geçmişte iletişimi nasıl etkilemiştir?
- Hangi tarihi olaylar yerel topluluk üzerinde en büyük etkiyi yapmıştır?

6. Teknik Eğitim

- Teknik eğitim dersinde işlenmek için ahşap, plastik veya kâğıt malzemelerden hangisi en çok tavsiye edilir?
- Güneş panelleri elektrik tüketimini azaltmak için nasıl kullanılabilir?
- Farklı yenilenebilir enerji türlerinin avantajları ve dezavantajları nelerdir?

7. Matematik

- Bir ay boyunca farklı bölgelerde ortalama günlük sıcaklıklar nasıl farklılık gösterir?
- Hangi matematiksel kavramlar günlük yaşamda en çok yer alır?
- Yerel binaların mimarisinde geometrik şekiller nasıl kullanılır?

8. Bilişim (Bilgisayar Bilimleri)

- Öğrencilerin internet güvenliği nasıl artırılabilir?
- Farklı dosya türleri (JPEG, PNG) görüntü kalitesini değiştirir mi?
- Anketlerin analizinde veri işleme yazılımları nasıl kullanılabilir?

Araştırma İçin Veri Toplama ve Düzenleme

Arkadaşlarınızın adlarını ve en sevdiğiniz aktiviteleri içeren bir tablo oluşturmayı hiç denediniz mi? Veri toplamak, analiz edip sonuçlar çıkarabileceğiniz bilgilere ulaşmanın ilk adımıdır. Bu derste, araştırma sürecinde önemli bir adım olan verileri nasıl toplayıp düzenleyeceğinizi öğreneceksiniz.



Örnek 1

Altıncı sınıf öğrencileri, sınıf arkadaşlarının günde kaç saat televizyon izlediğini öğrenmek için bir anket yaptı. Topladıkları veriler (saat cinsinden) şunlardır:

1, 2, 3, 2, 4, 3, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 3, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 4

Verileri frekans tablosunda düzenlemelerine yardımcı ol:

Çözüm:

Adım 1: Verileri Gruplama

Önce verilerdeki farklı değerleri belirliyoruz (1, 2, 3, 4 saat).

Adım 2: Frekansları Sayma

Her bir değer kaç kez geçtiğini sayıyoruz: 1 saat: 4 kez, 2 saat: 6 kez, 3 saat: 6 kez, 4 saat: 4 kez.

Veriler şu şekilde de gösterilebilir: 1 saat: //// , 2 saat: #####, 3 saat: #####, 4 saat: ////

Adım 3: Tabloyu Doldurma

Frekans tablosu şöyle görünür:

İzlenen Saat (x)	Frekans (f)
1	4
2	6
3	6
4	4

Adım 4: Tabloyu Analiz Etme

- En fazla öğrenci (6 kişi) günde 2 veya 3 saat televizyon izliyor.
- Daha az öğrenci (4 kişi) 1 veya 4 saat izliyor.

Alıştırma 1

Bir okulun öğrencilerine, okuldayken nerede yemek yedikleri sorulmuştur.

- a) Tablodaki bilgileri defterine doldur.
b) Öğrenciler en çok nasıl besleniyor?
c) Başka karşılaştırmalar yap.

Beslenme Şekli	İşaretler	Öğrenci Sayısı
Okul mutfağı	### ### ### ### #	
Yakındaki sandviç dükkanı	### ### ### ### /	
Evden getirilen yemek	### ### ### ///	
Yemek yemeyenler	### ### +	
Toplam		

Örnek 2

Okul kütüphanesinde öğrenciler, sınıf arkadaşlarının bir ayda kaç kitap okuduğunu öğrenmek istemişler. 30 öğrenciden veri toplamışlar ve şu kitap sayıları elde edilmiş: 7, 3, 5, 4, 2, 6, 8, 7, 3, 5, 5, 10, 2, 4, 6, 7, 1, 8, 4, 5, 3, 6, 7, 9, 6, 3, 2, 6, 5, 4.

Bu değerler toplanırken, okunan kitap sayıları sayılarak belirlenmiştir. Bu tür verilere ayrı (kesikli) veriler denir. Ayrı (kesikli) veriler, yalnızca belirli sayım değerlerini alabilen verilerdir (örneğin; kitap sayısı, öğretmen sayısı, sıra sayısı).

- a) Okunan kitap sayısına göre verileri 2'şer aralıklarla grupta (örneğin, 1–2, 3–4, 5–6 vb.).
Hatırla: Aralık nedir?
b) Aralıkları ve her aralıkta kaç öğrenci olduğunu gösteren bir frekans tablosu yap.
c) Tabloyu analiz et ve yanıtla: Hangi aralıkta en çok öğrenci var?
Hangi aralıkta en az öğrenci var?

Çözüm:

Adım 1: Verileri aralıklara ayırma

Elde edilen değerleri 2 kitaplık gruplara ayırıyoruz: 1–2 kitap; 3–4 kitap; 5–6 kitap; 7–8 kitap ve 9–10 kitap. Rang nedir?

Verileri aralıklara ayırmak neden faydalıdır?

- Her bir tekil değer için çok satırlı karmaşık tabloları önlemek için verileri aralıklarda gruplayabiliriz.
- Büyük veri kümelerinde gruplama bilgileri daha basit ve düzenli hâle getirir, analizini kolaylaştırır.
- Aralıklar sayesinde hangi değer aralığının en sık görüldüğünü (en yüksek frekanslı) ve verilerin nasıl dağıldığını daha kolay inceleyebiliriz.

Adım 2: Her aralıktaki frekansları sayma

1-2: 4 öğrenci; 3-4: 8 öğrenci; 5-6: 10 öğrenci; 7-8: 6 öğrenci; 9-10: 2 öğrenci

Adım 3: Frekans Tablosu

Kitap Sayısı Aralığı	Frekans (Öğrenci Sayısı)
1 - 2	4
3 - 4	8
5 - 6	10
7 - 8	6
9 - 10	2
Toplam	30

Adım 4: Tabloyu Analiz Etme

En fazla öğrenci (10 kişi) 5-6 kitap aralığında yer alıyor, yani öğrencilerin çoğu 5 veya 6 kitap okumuş.

En az öğrenci (2 kişi) 9-10 kitap aralığında yer alıyor.

Verilerin gruplanması her zaman eşit uzunluktaki aralıklarda yapılır (her bir aralık aynı veri aralığına sahiptir).

Alıştırma 2

Öğrenciler, sınıf arkadaşlarının okula gitmek için ne kadar zaman harcadığını araştırıyor. Bir anket yapmışlar ve şu yanıtları almışlar (dakika cinsinden):

2, 23, 14, 18, 36, 21, 3, 7, 10, 15, 26, 24, 3, 16, 28, 9, 14, 32, 10, 22, 17, 5, 11, 6, 15, 8, 9, 17, 20, 16, 7, 30.

- Verileri 10 dakikalık aralıklara grupta ve her aralık için öğrenci sayısını gösteren bir frekans tablosu oluştur.
- Tabloyu kullanarak yanıtla: Hangi zaman aralığı en sık (en çok öğrencinin yolculuk yaptığı aralık)? Hangi zaman aralığı en az görülen?
- Öğrencilerin okula farklı sürelerde gitmesinin iki olası nedenini düşün ve öner.

Verileri aralıklara gruplamak, veriler hakkında önemli bilgiler elde etmeye nasıl yardımcı oldu? Saymanın dışında veri toplamının başka bir yolu olup olmadığını düşünün. Bir ölçüm cihazıyla ölçülerek elde edilebilecek verilere örnekler verin.

- Verileri doğru şekilde düzenleyip uygun aralıklara ayırabildim mi?
 - Evet, tabloyu doğru oluşturdum ve verileri uygun aralıklara ayırdım.
 - Tabloyu oluşturmaya başladım ama en uygun aralıkları seçemedim.
 - Doğru bir frekans tablosu oluşturamadım.
- Aralıkları seçme sürecini ve bunun veri analizine nasıl etki ettiğini anlıyor muyum?
 - Evet, veriler için doğru aralıkları seçmenin neden önemli olduğunu ve bunun sonuçları nasıl etkilediğini anlıyorum.
 - Aralıkları seçmeye çalıştım ama en iyi, en uygun uzunluğu belirlemede zorlandım.
 - Verileri neden ve nasıl aralıklara ayıracağımı anlamadım.
- Tabloyu analiz edip verilerden anlamlı bilgiler çıkarabiliyor muyum?
 - Evet, tabloyu analiz edebiliyorum ve en sık görülen aralıklar, veri dağılımı gibi yararlı bilgiler çıkarabiliyorum.
 - Verileri analiz edebiliyorum ama her zaman doğru şekilde yapamıyorum.
 - Tablodan anlamlı bilgiler çıkaramıyorum.

Bireysel çalışma

- Bir domuz çiftliğinde 120 domuz tartılmış ve aşağıdaki değerler kg cinsinden elde edilmiştir:

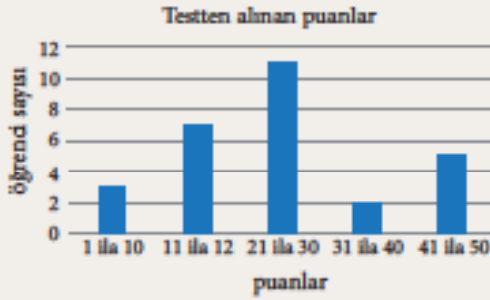
86	90	90	92	90	93	90	91	91	86	86	86	86	87	87
92	93	90	87	90	88	90	93	87	88	93	90	91	88	89
93	88	86	90	89	88	89	91	88	85	91	92	92	90	90
93	91	85	92	85	85	91	92	89	87	89	92	90	87	90
92	85	92	91	86	90	86	93	87	91	87	85	87	89	87
85	90	89	88	90	87	88	86	88	91	91	93	86	87	91
88	90	88	90	91	93	89	91	89	90	87	91	92	92	91
84	85	92	84	86	88	93	90	89	87	84	92	90	87	92

- Verileri 5 kg'lık aralıklara ayır ve her aralıkta kaç domuz olduğunu gösteren bir frekans tablosu oluştur.
- Tabloyu kullanarak yanıtla: Hangi aralıkta en çok domuz var ve bu toplamın hangi kısmını oluşturuyor? Hangi aralıkta en az domuz var ve bu toplamın hangi kısmını oluşturuyor?
- Başka sonuçlar çıkar.

2. 52 öğrencinin boy uzunlukları (cm cinsinden) verilmiştir:

153	145	156	154	153	157	155	145	146	153	158	146	158
148	151	159	157	146	154	159	147	153	154	157	146	148
147	159	159	152	148	153	159	155	148	148	158	148	157
151	147	154	153	146	152	148	157	153	146	155	146	153

- Verileri grupla.
 - Hangi aralıkta en çok öğrenci var, hangi aralıkta en az?
 - Her aralıktaki öğrenci sayısını yüzde olarak yaz.
 - Neden 145,56 cm boyu, yalnızca tam santimetrelerle kaydedilmiş ayırık veriler arasında tam (bütün)olarak yer alamaz?
3. Verilen frekans diyagramındaki verileri gruplanmış veri için bir frekans tablosu şeklinde göster.



4. Belediye otobüsündeki yolcuların yaş verileri verilmiştir:

2	11	21	79	32	42	63	51	59	43
55	63	13	50	22	57	25	29	32	58
38	45	51	67	16	61	43	57	60	51
8	55	37	59	35	56	59	33	28	30
40	53	49	74	18	48	19	26	78	62

- Verileri gruplanmış veri için bir frekans tablosu şeklinde göster.
- Tabloyu kullanarak yanıtla: Şehir içi otobüste en çok hangi yaş grubu var, en az hangi yaş grubu var?
- Sence, o yaş grubunun şehir içi ulaşımında en fazla olmasının nedeni ne olabilir?

Sütun ve Daire (Pasta) Grafiği

Diyagramlar, toplanan verileri sunmak için önemli bir araçtır çünkü daha fazla açıklık ve anlaşılabilirlik sağlarlar. Diyagram çizerken çizgiler, geometrik şekiller, resimler ve diğer unsurlar kullanarak verileri anlaşılır bir şekilde gösteririz. Her diyagramın amacı, araştırılan soruna ilgi duyan herkes için basit ve net olmaktır.

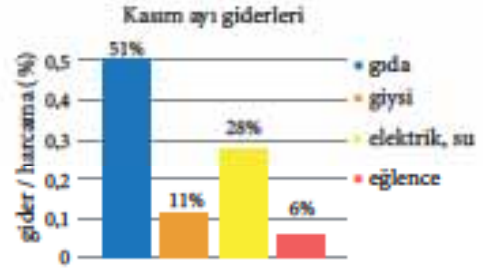
Bu derste verileri dairesel (pasta) diyagramla nasıl sunacağını, bunları basit ve görsel olarak çekici bir şekilde nasıl analiz edeceğini öğreneceksin.



Örnek 1

Bir sütun diyagramında bir ailenin Kasım 2024 ayında gelirini nasıl dağıttığı gösterilmiştir.

- Sütun diyagramına göre aile Kasım 2024'te en çok neye, en az neye harcama yapmıştır?
- Ailenin Kasım 2024'te tasarruf yapıp yapmadığı sonucuna varılabilir mi? Cevabını açıkla.



Çözüm:

- Sütun diyagramına göre, aile Kasım 2024 ayında en çok yemeğe, en az eğlenceye harcama yapmıştır.
- Diyagrama göre toplam giderler $51 + 11 + 28 + 6 = 96$ 'dır. Bu da ailenin Kasım 2024'te toplam gelirinin %4'ünü tasarruf ettiğini gösterir.

Alıştırma 1

- 2023 yılında en çok hangi av hayvanı avlanmıştır?
- Başka karşılaştırmalar yap.
- Kuzey Makedonya'da başka hangi av hayvanları vardır?

2023 yılında avlanan yaban hayvanları



Örnek 2

Yedinci sınıftaki bir şubede 36 öğrenci vardır; bunların 17'si kız, 19'u erkektir. Verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.

Çözüm:

Verilere göre örnekte iki kategori vardır: erkekler ve kızlar. Bu yüzden dairesel (pasta) diyagram iki parçaya (sektöre) ayrılacaktır. Her bir parçanın büyüklüğünü belirlemek için önce bir öğrenciyi temsil eden açı hesaplanır. Tam açı olan 360° , toplam öğrenci sayısına ($19 + 17 = 36$) bölünür ve böylece 1 öğrenci için merkez açı bulunur: $360^\circ : 36 = 10^\circ$.

Dairesel diyagramdaki parçalar şu açılara sahip olur:

- Kızlar için: $17 \cdot 10^\circ = 170^\circ$
- Erkekler için: $19 \cdot 10^\circ = 190^\circ$

Elde edilen merkez açıları, herhangi bir yarıçapa sahip bir daire içine çiziyoruz, diyagram başlığını ve verilerin nasıl gösterildiğini belirten bir açıklama (legend) ekliyoruz.



Örnek 3

Tablo 1'de piyango parasının nasıl dağıtıldığı verilmiştir. Verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.

Tablo 1: Piyango parasının dağılımı

	%
Devlet	40
Ödüller	35
Komisyonlar	10
Diğer	15

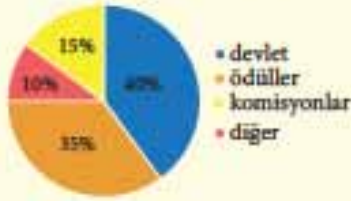
Çözüm:

1. Bir pasta diyagramı çizmek için veriler yüzde olarak verildiğinde, önce verilen yüzdeye karşılık gelen merkez açıyı belirlemeliyiz (bkz. Tablo 2). Örneğin: %40 $\rightarrow 360^\circ$ 'in %40'ı $= 0,4 \cdot 360^\circ = 144^\circ$.
2. Daha sonra iletke (açıölçer) ile dairede her kategori için (devlet, ödüller, komisyonlar ve diğer) uygun açıları çizeriz. Son olarak, dairenin bölümlerini etiketler (bir açıklama/legend hazırlarız) ve diyagramın başlığını yazarız.

Tablo 2: Her kategori için açı hesabı

	%	Açı
Devlet	40	$0,40 \cdot 360^\circ = 144^\circ$
Ödüller	35	$0,35 \cdot 360^\circ = 126^\circ$
Komisyonlar	10	$0,10 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
Diğer	15	$0,15 \cdot 360^\circ = 54^\circ$

Piyango paralarının dağılımı

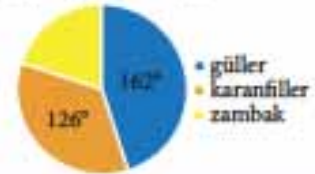


Örnek 4

Anemon Çiçekçisinde üç çeşit çiçeğin satışı bir pasta diyagramında verilmiştir.

Toplam 720 adet kesme çiçek satıldığı biliniyor. Verileri bir tablo ile göster.

Çiçekçide satılan çiçekler



Çözüm:

Öncelikle satılan zambaklara karşılık gelen açının büyüklüğünü belirleriz.

Tüm daire 360° olduğuna göre: $360^\circ - 162^\circ - 126^\circ = 72^\circ$. Bir çiçeğe karşılık gelen merkez açığı bulmak için, toplam 720 çiçeğe 360° karşılık geldiğinden: $360^\circ : 720 = 0,5^\circ$ bulunur. Her çiçek türünden satılan sayıyı bulmak için, o türe karşılık gelen açığı bir çiçeğin açısına böleriz:

Satılan gül sayısı: $162^\circ : 0,5^\circ = 324$; Satılan karanfil sayısı: $126^\circ : 0,5^\circ = 252$

Satılan zambak sayısı: $72^\circ : 0,5^\circ = 144$. Tablo şöyle olur:

Tablo 3. "Anemone" çiçekçisinde satılan çiçekler

Çiçek Türü	Açı	Çiçek Sayısı
Gül	162°	324
Karanfil	126°	252
Zambak	72°	144

Tablodaki değerleri hesaplamanın başka yolları da vardır. Aşağıdakini açıklamayı dene:

$162^\circ : 360^\circ = 0,45 = \%45$; 720 'nin $\%45$ 'i 324 'tür.

Alıştırma 2

Yerel bir televizyon kanalının editörleri, programlarındaki farklı türdeki yayınlara olan ilgiyi öğrenmek istiyor. Tablo 2'de araştırmadan elde edilen veriler verilmiştir.

- Tabloyu defterine yeniden çiz.
- Verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.

Tablo 4: Bir TV kanalının programındaki yayın türlerinin süre dağılımı

	%	Açı
Reklamlar	25	
Haberler	15	
Müzik	20	
Spor	10	
Filmler	30	

Alıştırma 3

Okulun kuruluş günü etkinliğinde öğrenciler farklı spor aktivitelerine katıldılar. Katılım sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Spor Aktivitesi	Öğrenci Sayısı
Futbol	35
Basketbol	20
Koşu	25
Hentbol	15
Diğer	25

Tablodaki verileri pasta grafiği ile gösteriniz ve her sektörün yanına, belirli bir spor aktivitesine katılan öğrencilerin ilgili yüzdesini yazınız.

Yönerge:

1. Spor aktivitelerine katılan toplam öğrenci sayısını hesapla.
2. Her bir aktiviteye katılan öğrencilerin yüzdesini hesapla.
3. Dairesel (pasta) diyagram çiz ve her bir diyagramın açısının büyüklüğünü ilgili aktivitenin yüzdesine göre göster. Her sektörün yanına o aktiviteye katılan öğrencilerin yüzdesini yaz.

Alıştırma 4

Bir sınıfta öğrenciler en sevdikleri dersle ilgili bir anket doldurmuşlar. Veriler sütun diyagramında gösterilmiş.

Verileri dairesel (pasta) diyagramda göster ve her sektörün yanına o dersi en sevdiği olarak seçen öğrencilerin yüzdesini yaz.



Diyagram seçiminin (sütun ya da pasta) verilerin anlaşılma biçimini nasıl etkileyebileceğini düşün. Hangi diyagram türünü, bir bütünün parçalarını göstermek için seçerdin ve neden?

1. Verileri uygun bir diyagram türüyle (sütun ya da pasta) gösterebiliyor muyum?
2. Hesapların doğruluğuna ve sunumun açıklığına dikkat ediyor muyum?
3. Bir sonraki veri gösteriminde hangi konuda kendimi geliştirebilirim?

Daha sonra, eğer bir şeyden emin değilsen, dersi gözden geçir ve bilgilerini ve becerilerini düzelt.

Bireysel çalışma

1. Bir çevre araştırma kuruluşu aşağıdaki tabloda verilen verilere ulaşmıştır. Aşağıdaki soruları yanıtla:

- Tabloyu defterine yeniden çiz ve tamamla.
- Kesilen ağaçların en çok hangi üründe kullanıldığını belirle.
- Kesilen ağaçların toplamının hangi kısmı tüm ürünler için kullanılıyor?
- Verileri dairesel (pasta) diyagramla göster ve her sektörde uygun %'yi belirt.

Kesilen ağaçlar ne için kullanılır?	Tüketilen kısım (%)	%
Yakacak odun	$\frac{1}{4}$	
Kâğıt	$\frac{1}{5}$	
Mobilya	$\frac{3}{10}$	
Mobilya		

2. a) Yaşadığın yerdeki mağazalarda piknik/seyahat ekipmanlarının normal fiyatını öğren ve tabloya yaz.

Ürün	Normal Fiyat	İndirimli Fiyat
Şezlong		
Masa		
Sandalye		
Şemsiye		

- Belirli bir indirim oranı varsa, her ürün için $\frac{1}{3}$ indirimli fiyatı belirle ve tabloyu doldur.
 - Normal fiyat ve indirimli fiyat verilerini sütun diyagramında göster.
 - Tüm ürünleri normal fiyatla ve indirimli fiyatla almak için kaç para gerekir?
3. Tablo 3'te Maya'nın Mayıs 2024'te parasını nasıl dağıttığı verilmiştir. Verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.

Harcama Kalemi	Tutar (Denar)	%	Açı
Kira	6000		
Ulaşım	1800		
Gıda	12 000		
Diğer	3000		
Tasarruf	1500		

4. Anabela bir ayda ailesinin her üyesinin kaç kitap okuduğunu saymıştır:

- Babası: 5 kitap
- Annesi: 8 kitap
- Kardeşi (erkek): 3 kitap
- Kız kardeşi: 4 kitap

Bir sütun diyagramı çiz ve bu verileri göster.

5. Vladimir okuldan 40 öğrenciye en sevdikleri spor dalını sordu ve şu sonuçları aldı:

- Futbol: 16 öğrenci
- Basketbol: 10 öğrenci
- Voleybol: 8 öğrenci
- Yüzme: 6 öğrenci

a) Verileri tabloda göster.

b) Bu verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.

6. Aşağıdaki sütun diyagramı dört şarkının okul yarışmasında aldığı oy sayılarını gösteriyor. Bu verileri dairesel (pasta) diyagramla göster.



7. Bir okulda 120 öğrenciye en sevdikleri dondurma tatlılarıyla ilgili bir anket yapılmıştır. Elde edilen veriler dairesel (pasta) diyagramda gösterilmiştir.

Bu verileri gösterecek bir sütun diyagramı çiz:

a) Verileri tabloda göster.

b) Bu verileri gösterecek bir sütun grafiği çiz.



Çizgi Diyagramı ve Piktogram Çizme ve Yorumlama

Verileri görsel olarak sunmanın iki basit ve etkili yolu çizgi diyagramı ve piktogramdır.

Altıncı sınıfta çizgi diyagramını, verilerin zaman içindeki değişimini göstermek için kullandın. Verileri temsil eden noktaları birleştirerek trendi takip edebilir ve bir değer artıp artmadığını, azalıp azalmadığını veya aynı kaldığını çıkarabilirsin.

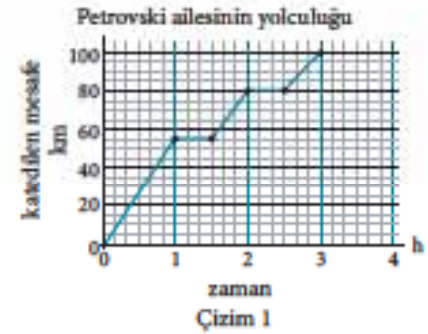
Bu derste piktogram ile tanışacak ve bu iki diyagram türünü günlük yaşamdan örneklerle nasıl çizeceğini ve yorumlayacağını öğreneceksin.



Örnek 1

Petrovski Ailesi, A şehrinden B şehrine 100 km mesafede yolculuk yapmıştır. Çizim 1'de belirli zamanlarda katettikleri mesafe verilmiştir. Bul:

- İlk saatte kat edilen mesafe
- İkinci saatte kat edilen mesafe
- Toplam kat edilen mesafe
- Toplam dinlenme süresi



Yönerge: d) Toplam dinlenme süresi iki kez 30 dakika olarak verilmiştir: biri yolculuğun birinci saatinden sonra, diğeri ikinci saatten sonra. Yani Petrovski Ailesi toplamda 1 saat dinlenmiştir.

Örnek 2

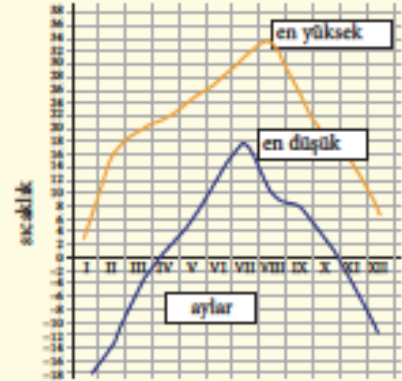
Bir şehirde en yüksek ve en düşük ortalama aylık sıcaklıklarla ilgili veriler Tablo 1'de verilmiştir. Verileri grafikte göster.

Tablo 1. Aylara Göre En Yüksek ve En Düşük Sıcaklıklar

Ay	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
En yüksek sıcaklık (°C)	5	18	22	24	27	30	34	36	28	21	17	9
En düşük sıcaklık (°C)	-18	-12	-3	3	8	15	20	12	10	5	-2	-10

Çözüm:

Bu verileri grafikte gösterebilmek ve en yüksek ile en düşük sıcaklıklar arasındaki farkı görebilmek için sadece koordinat sisteminin birinci bölgesi yeterli olmayacaktır. Bu nedenle diyagramlar birinci ve dördüncü bölgede çizilir. Bu grafik gösterim sayesinde, verilen şehirdeki en yüksek ve en düşük ortalama sıcaklıklar arasındaki farkı da rahatça görebiliriz (bkz. Çizim 2).



Çizim 2

Örnek 3

Bir hafta boyunca hava durumu gözlemlenmiş ve bir piktogram ile gösterilmiş, ölçülen sıcaklıklar ise bir tabloda verilmiştir.

Haftanın Günlere Göre Hava Durumu Piktogramı

Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
○	○	●	●	●	○	○

Tablo – Bir Haftalık Günlere Göre Sıcaklıklar

Gün	Sembol	Sıcaklık (°C)
Pazartesi	○	28
Salı	○	30
Çarşamba	●	25
Perşembe	●	22
Cuma	●	24
Cumartesi	○	29
Pazar	○	31

Piktogram, verileri temsil etmek için semboller veya resimler kullanan, her sembolün belirli bir sayısal değeri olduğu bir diyagramdır.

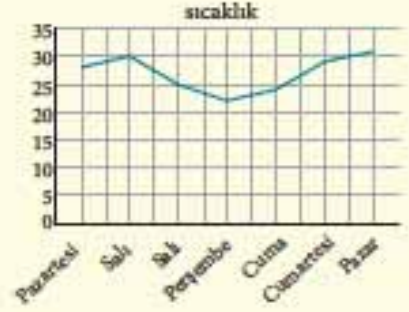
Bu tür diyagram, görsel karşılaştırma yapmak için özellikle kullanışlıdır.

- Piktograma göre hangi gün en bulutluydu?
- Hangi gün en düşük sıcaklık ölçüldü?
- Hangi gün en sıcaktı?

- d) Güneşli sembolü olduğunda sıcaklık her zaman aynı mı? Açıkla.
- e) Verilere göre haftanın sıcaklıklarını gösteren bir çizgi diyagramı çiz.
- f) Hafta boyunca sıcaklık nasıl değişti? Bir eğilim fark edebiliyor musun (sıcaklık artmış mı, azalmış mı yoksa değişmiş mi)?

Çözüm:

- a) En bulutlu gün perşembe çünkü yağmurlu hava sembolü (☁) var.
- b) En düşük sıcaklık 22°C olup perşembe günü ölçülmüştür.
- c) En sıcak gün pazar olup sıcaklık 31°C 'dir.
- d) Hayır, güneşli günlerde sıcaklık yüksek olsa da (salı, cumartesi, pazar), piktograma göre pazartesi günü de güneşli ama sıcaklığı diğer günlere göre daha düşük. Bu, sıcaklığa yalnızca güneşin değil, rüzgâr veya hava nemi gibi başka etkenlerin de etki edebileceğini gösterir.
- e) Çizgi diyagramı sıcaklığı göstermektedir.
- f) Salı günü sıcaklık pazartesiye göre artmıştır. Çarşamba ve perşembe günleri belirgin şekilde düşmüştür. Cuma gününden pazara kadar tekrar yükselerek pazar günü en yüksek değer olan 31°C 'ye ulaşmıştır. Haftalık sıcaklık sabit kalmamış, değişiklik göstermiştir.



Alıştırma 1

Bir süpermarket bir hafta boyunca farklı meyve türlerinin satışını izlemiştir. Satılan kilogram miktarı, her bir sembolün 5 kg meyveye karşılık geldiği bir piktogramla gösterilmiştir.

Piktogram – Satışlar:

Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
🍎🍌🍌	🍌🍌	🍌🍌🍌	🍌🍌🍌	🍌🍌🍌🍌	🍌🍌🍌🍌	🍌🍌🍌🍌🍌

- a) Verileri tabloya aktar.
- b) Hangi gün en çok kilogram meyve satıldı?
- c) Hangi gün en az satış oldu?
- d) Hafta boyunca en çok hangi tür meyve satıldı?
- e) Verilere göre haftalık toplam meyve satışını gösteren bir çizgi diyagramı çiz.
- f) Aynı toplam satışa sahip günler var mı? Hangileri?
- g) Hafta boyunca satışlar nasıl değişti? Bir trend fark edebiliyor musun (artış, azalma veya dalgalanma)?

Örnek 4

Bir okulun öğrencileri bir hafta boyunca günlük olarak farklı etkinliklere ne kadar zaman harcadıklarını araştırmaya karar vermişler. Topladıkları verileri göstermek için bir piktogram kullanmışlar.

Piktogram:  = 1 saat

Aktivite	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Ders Çalışma 	  	 	  	 	 		
TV İzleme 	 	 		 	  	   	  
Spor  	 	 	 		  	  	 
Oyun Oynama 	 	  		 	 	  	   

- Hafta boyunca en çok yapılan etkinlik hangisidir?
- Hafta boyunca en az saat ayrılan etkinlik hangisidir?
- Öğrenci hangi gün ekranda (TV izleme ve oyun oynama) en çok zaman geçirmiştir?
- Öğrencinin hangi günlerde aynı sayıda saat ders çalıştığı günler hangileri?
- Haftalık her etkinlik için toplam süreyi gösteren bir piktogram çiz ( = 2 saat).
- Analiz et: Ders çalışma ve spora ayrılan süre ekran başında geçirilen süreye göre yeterli mi? Ne değişebilir?
- Tüm aktivitelerin daha iyi dengelendiği yeni bir haftalık program öner.

Çözüm:

Önce haftalık toplam saatleri her etkinlik için hesaplıyoruz:

Aktivite	Pzt.	Sal.	Çar.	Per.	Cum.	Cmt.	Paz.	Toplam
Ders Çalışma 	3	2	3	2	2	1	1	14 s.
TV İzleme 	2	2	1	2	3	4	3	17 s.
Spor  	2	2	2	1	3	3	2	15 s.
Oyun Oynama 	2	3	1	2	2	3	4	17 s.

- TV izleme ( 17 saat) ve oyun oynama ( 17 saat) hafta boyunca en çok yapılan iki etkinliktir.
- Ders çalışma ( 14 saat) en az zaman ayrılan etkinliktir.
- Öğrenci en çok ekran başında zamanı cumartesi (7 saat) ve pazar (7 saat) geçirmiştir.
- Salı, perşembe ve cuma günlerinde 2 saat; cumartesi ve pazar günlerinde 1 saat ders çalışmıştır.

e) Haftalık toplam süre için piktoqram

Lejant  = 2 saat

Ders Çalışma :       

TV İzleme :       

Spor  :        

Oyun Oynama :        

f) Ekran başında geçirilen zaman (34 saat) ders çalışmaya (14 saat) ve spora (15 saat) göre çok daha fazladır. Daha iyi bir denge için TV ve oyun süreleri azaltılabilir, açık hava etkinlikleri veya ders çalışma süresi artırılabilir.

g) Önerilen yeni haftalık plan:

TV izleme : haftada 10–12 saat

Oyun oynama : haftada 10–12 saat

Ders çalışma : haftada 16–18 saat

Spor  : haftada 18 saat, daha sağlıklı ve aktif bir yaşam için zamanını nasıl planlayacağını bilmek, ders, eğlence ve serbest aktiviteler arasında daha iyi bir denge kurmana yardımcı olur. Piktoqramla yapılan bu analiz zaman yönetiminin önemini anlamayı sağlar.

Aıştırma 2

Bir pazarcı farklı meyve türlerinin haftalık satışını kaydetmiş. Veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Gün	Elma (kg)	Muz (kg)	Portakal (kg)	Üzüm (kg)
Pazartesi	10	9	5	8
Salı	12	11	7	6
Çarşamba	9	7	6	8
Perşembe	16	13	8	9
Cuma	14	10	7	10
Cumartesi	20	20	15	13
Pazar	19	15	12	11

- Hafta boyunca en çok satılan meyve hangisidir?
- Hangi gün toplam meyve satışı en yüksektir?
- Günlük toplam satılan meyve miktarını, 10 kilogramı  sembolü temsil eden bir piktoqram yap.
- Her bir simgenin (, , , ) 10 kilogramı temsil ettiği bir piktoqram hazırlaman gerekse, hangi sorunla karşılaşırın?
- Hafta boyunca en az satılan meyve hangisidir?
- Verileri daire(pasta) grafiğiyle göster (her meyve için günlere göre veya toplam meyve için günlere göre).
- İnsanların tüketim alışkanlıkları hakkında ne söyleyebilirsin? En çok alışveriş yapılan gün hangisi ve neden?

Piktogramlar, diğer grafik türlerine kıyasla verileri görüntülemek için neden daha kullanışlıdır? Hangi durumlarda piktogram yerine çizgi grafiği kullanmak daha iyi olur?

Tabloyu defterine yeniden çiz ve doldur:

Beceri	Tam Öğrendim ☑	Kısmen Öğrendim ⚠	Yardıma İhtiyacım Var ✗
Piktogram çizer ve yorumlarım			
Çizgi diyagramı çizer ve yorumlarım			
Farklı diyagram türlerini karşılaştırırım			
Diyagramları gerçek durumlarda kullanırım			

Kısa yazılı düşünce:

1. Piktogramlar ve çizgi diyagramları hakkında günlük hayatta işime yarayacak bir şey yaz:
2. Dersin hangi kısmı senin için en kolaydı, hangisi en zorlayıcıydı?

Bireysel çalışma

1. Bir bisiklet mağazası altı ay boyunca satılan bisiklet sayısını kaydetmiş. Veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Ay	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Bisiklet	12	18	25	30	50	60

- a) Bu verileri gösteren bir çizgi diyagramı çiz.
 - b) Verileri analiz et ve hangi trendin göze çarptığını açıkla.
 - c) Hangi ayda satışta en büyük artış olmuş? Sence bu artışın sebepleri ne olabilir?
 - d) Trend devam ederse temmuz ayında kaç bisiklet satılabileceğini tahmin et.
2. Okulundaki öğrencilerin fiziksel aktivitelerini takip edecek bir sistem kuracağını hayal et. Her gün attıkları adım sayılarını toplayıp piktogramla göstereceksin.
- a) Piktogram için sembol öner (örneğin,  = 1 000 adım).
 - b) Öğrencilerin adımlarını nasıl kaydedeceğini ve bunun nasıl grafiksel olarak gösterileceğini tasarla.

- c) Bir öğrenci için bir haftalık veriyi gösteren bir piktogram örneği yap.
- d) Bu sistem öğrencileri daha aktif olmaya nasıl motive edebilir? Geliştirme önerileri sun.
3. Bir grup öğrenci arkadaşlarının en sevdiği sporları göstermek istiyor. Bazıları piktogram, bazıları sütun diyagramı, diğerleri dairesel (pasta) diyagram seçiyor.
- a) Bu durumda hangi diyagram türü en uygundur ve neden?
- b) Okul etkinliğinde kalabalık bir gruba sunum yapacaksan hangi diyagramı seçersin ve neden?
- c) Piktogramın her zaman en iyi seçenek olmadığı durumlar var mı? Neden?
- d) Her diyagram türünün güçlü ve zayıf yönlerini karşılaştıran bir tablo hazırla (okunabilirlik, doğruluk ve anlaşılabilirlik açısından).

4. Maria bir hafta boyunca 100 metre koşusundaki süresini (saniye cinsinden) kaydediyor:

Gün	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Süre (sn)	18,5	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2

- a) Verileri çizgi diyagramla göster.
- b) Maria en iyi zamanı hangi gün yaptı?
- c) Süresi hafta boyunca iyileşiyor mu? Açıkla.
- d) En büyük gelişme hangi iki ardışık gün arasında oldu?
- e) Bu diyagramdan nasıl bir trend çıkarabiliriz?
- f) Maria aynı şekilde çalışmaya devam ederse ilerleyen günlerde ne bekleyebiliriz?

Mod Sınıfı Ve Gruplanmış Veriler İçin Frekans Diyagramı

Bu derste veriler gruplanmışken mod, medyan ve aralık gibi önemli bilgileri nasıl bulacağını öğreneceksin. Gruplanmış veriler, analiz edilmesi ve anlaşılması daha kolay olması için gruplara veya aralıklara ayrılmış verilerdir. Bu derste, böyle verilerden günlük yaşamda işine yarayacak önemli bilgileri nasıl çıkaracağını öğreneceksin. Örneğin, bir okul etkinliği düzenleyen biri olarak öğrenciler için uygun ekipman siparişi vermek için en sık görülen ayakkabı numarasını bilmen gerekir. Ayrıca ortalama boyutu ve boyutların aralığını da bilerek sipariş planlaması yapman önemlidir.



Örnek 1

Bir sınıftaki öğrenciler, sınıfta en sık görülen boy uzunluğunu (modu) ve ortalama boyu (medyan) bulmak istiyorlar. Tüm öğrencilerin boyları (cm cinsinden) şu şekilde toplanmış: Toplanan boy verileri (cm): 150, 155, 160, 165, 160, 170, 175, 160, 165, 155, 160

Çözüm:

Mod (en sık görülen değer): 160 cm.

Aralık (verilerin yayılımı): $175 - 150 = 25$ cm.

Verileri küçükten büyüğe sıralayalım: 150, 155, 155, 160, 160, 160, 160, 165, 165, 170, 175.

Ortadaki değer (altıncı sıradaki boy) 160 cm olduğu için medyan da 160 cm'dir.

Ek etkinlik: Başka bir özellik için (ör. ayakkabı numarası) veri toplayın ve bu değerleri kendiniz hesaplayın.

Alıştırma 1

Ana, hafta içi öğleden sonra arkadaşlarının TV izledikleri süreyi (dakika cinsinden) ölçmüş. Şu verileri toplamış: 30, 45, 60, 45, 30, 60, 45.

- En sık görülen süre (mod) nedir?
- Medyan nedir?
- Verilerin aralığı nedir?

Örnek 2

Bir sınıftaki öğrenciler okula ulaşmak için genelde ne kadar süreye ihtiyaç duyduklarını öğrenmek istemişler. Bunun için bir anket yapıp yolculuk sürelerini (dakika cinsinden) kaydetmişler:

Toplanan veriler (dakika):

6	10	12	15	18	20	20	20	22	25
30	23	11	27	24	29	16	28	25	11
14	16	27	6	13	24	19	7	17	22

- Verileri gruplanmış veri tablosunda göster.
- Mod sınıfını belirle.
- Medyanı içeren sınıfı belirle.

Çözüm:

- Verileri 4 dakikalık aralıklara gruplandırıp tabloya yazıyoruz:

Süre (dakika)	Öğrenci sayısı
6 – 10	4
11 – 15	6
16 – 20	8
21 – 25	7
26 – 30	5

Mod sınıfı, gruplanmış verilerde en yüksek frekansa sahip aralıktır.

- Mod sınıfı 16 – 20 dakika aralığıdır çünkü en fazla öğrenci sayısına (8 öğrenci) sahiptir.
- Medyanı içeren sınıf, veriler büyüklüğe göre sıralandığında ortadaki değeri kapsayan aralıktır. 30 veri olduğunda bu, 15. veya 16. veri olur ve bu değerler yine 16 – 20 dakika sınıfına düşer.

Mod sınıfı, veriler gruplanmışken kullanılır; mod ise gruplanmamış verilerde belirli bir değerdir.

Eğer iki veya daha fazla sınıf en yüksek frekansa sahipse, verilerin iki (veya daha fazla) mod sınıfı vardır.

Örnek 3

Kütüphane kulübündeki öğrenciler, okul kütüphanesinden ilk dönem boyunca kaç kitap okuduğunu araştırmışlar. Arkadaşlarına sormuşlar ve şu sonuçları almışlar:

0, 1, 2, 0, 3, 2, 1, 0, 4, 3, 2, 1, 2, 5, 3, 2, 2, 4, 6, 3, 3, 1, 4, 0, 3, 7, 2, 3, 5, 4, 2, 3, 4, 2, 3, 5, 4, 2, 3, 5

- Verileri gruplanmış veri tablosu şeklinde hazırla.
- Gruplanmış veriler için bir frekans diyagramı çiz.
- Sonuçları yorumla:
 - Hangi aralık en yüksek frekansa sahip? Yani en çok öğrencinin kitap okuduğu aralık hangisi?
 - Öğrencilerin kitap okuma alışkanlığı hakkında en sık görülen grup ne söylüyor?
 - Sonuçlar iyi bir okuma alışkanlığı mı gösteriyor yoksa okumayı teşvik etmek için alan var mı? Düşünceni açıkla.
- Özel durum analizi:
 - Veri dağılımında şaşırtıcı bir bilgi var mı? Örneğin beklenmedik şekilde az sayıda kitap okuyan veya hiç okumayan çok öğrenci var mı?
 - Bu verilere dayanarak okuma alışkanlıklarını geliştirmek için hangi etkinlik veya önlemleri önerirsin?

Çözüm:

a)

Okunan Kitap Sayısı	Öğrenci Sayısı (Frekans)
0 – 1	8
2 – 3	20
4 – 5	10
6 – 7	2

- Gruplanmış veriler için sütun diyagramı çizmek, gruplanmamış veriler için çizilenle çok benzerdir. Ancak burada her sütun tablodaki bir aralığı (sınıfı) temsil eder. Tüm sütunlar aynı genişlikte olur ve yüksekliği o sınıfın frekansına bağlıdır.
- En yüksek frekansa sahip aralık 2 – 3 okunan kitap aralığıdır. Çoğu öğrenci 2 veya 3 kitap okumuştur. Diyagramda bu, en yüksek sütun olarak görülür ve mod sınıfını gösterir. Daha fazla kitap okunan aralıklarda frekanslar düşüktür. Bu da sonuçların okuma alışkanlığının geliştirilmesi için hâlâ alan olduğunu gösterir.
- Sütun diyagramındaki sütunların yüksekliklerini (frekansları) karşılaştırdığımızda, beklenmedik şekilde çok az öğrencinin çok sayıda kitap okuduğunu, buna karşılık bir veya hiç kitap okumayan öğrencilerin sayısının görece yüksek olduğunu kolayca görebiliriz.



Alıştırma 2

Gruplanmış öğrenci boyu verileri (cm cinsinden):

- Gruplanmış veriler için bir sütun diyagramı çiz.
- Mod sınıfını belirle.
- Medyanın bulunduğu sınıfı belirle.

Aralık	Frekans
150 – 154	3
155 – 159	7
160 – 164	10
165 – 169	5
170 – 174	2

Örnek 3

Yedinci sınıf öğrencileri günlük ortalama kaç adım attıklarını araştırmaya karar vermişler. Bir hafta boyunca her gün attıkları adımları sayıp kaydetmişler. Daha kolay analiz için verileri şu aralıklara gruplamışlar:

Günlük Adım Sayısı	Frekans (Öğrenci Sayısı)
2000 – 3999	4
4000 – 5999	6
6000 – 7999	10
8000 – 9999	8
10 000 – 11 999	5

- Verilerin mod sınıfı hangi aralıktır?
- Bu sonuç öğrencilerin fiziksel aktivitesi hakkında ne ifade eder?

Çözüm:

- Tabloya bakıldığında en yüksek frekansa sahip aralık 6 000 – 7 999 adım aralığıdır (10 öğrenci). Mod sınıfı 6 000 – 7 999 adım/gün.
- Bu, araştırmaya katılan en fazla sayıda öğrencinin günde 6 000 ile 7 999 adım attığını gösterir. Fiziksel aktivite için sağlık önerileri, öğrencilerin günde en az 10 000 adım atmasını tavsiye eder. Bu veriler, çoğu öğrencinin daha fazla hareket etmesi ve fiziksel aktivitesini artırması gerektiğini gösteriyor.

Alıştırma 3

İlir, öğrencilerin bir hafta içinde ödev için okudukları sayfa sayılarını araştırdı. Topladığı verileri aralıklara ayırarak gruplandırdı.

- Kaç öğrenciden veri toplanmış?
- Mod sınıfı hangisi?
- Öğrencilerin okuma alışkanlıkları hakkında bir sonuç çıkar.

Aralık	Frekans (Öğrenci Sayısı)
1 – 10	2
11 – 20	5
21 – 30	8
31 – 40	3
41 – 50	2

Alıştırma 4

Yedinci sınıf fizik dersinde öğrenciler, farklı yüzeylerin 1 metre yükseklikten bırakılan bir topun sektirme sayısına nasıl etki ettiğini araştırmak için bir deney yapmışlar. 20 deneme için topun sektirme sayısını kaydetmişler:

3, 4, 4, 5, 3, 3, 6, 4, 5, 4, 3, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 3, 4, 5

- Verileri gruplanmış veri tablosunda göster (3–4 ve 5–6 sektirme aralıklarını kullan).
- Bir diyagram çiz.
- Sonuçları yorumla:
 - Mod sınıfı hangisidir ve bu yüzeyin sektirme sayısına etkisi hakkında ne gösterir?
 - Bir aralığın diğerine göre önemli ölçüde daha düşük frekansa sahip olması ne anlama gelebilir?
 - Yüzey kalitesinin (ör. düz veya pürüzlü) sektirme sayısına nasıl etki edebileceğini açıkla.

Deney için ek bir meydan okuma:

Belirli yüzeyler (örneğin, kauçuk, plastik, metal) kullanarak bir deney yap ve topun her yüzeyde kaç kez sektirdiğini ölç. Sonuçları analiz et ve yüzey türü ile sektirme sayısı arasında bir ilişki (korelasyon) olup olmadığını belirle.

Farklı yüzey tiplerinin topun sektirme sayısına etkisini daha iyi anlamak için hangi önlemler veya ek deneyler önerirsin?

Eğer bir spor kulübünde sporcular haftalık antrenman sayılarına göre sınıflandırılmışsa ve mod sınıfı 5–6 antrenman ise, bu sporcuların alışkanlıkları hakkında ne söyler? Çoğu sporcu yeterince mi, fazla mı yoksa az mı antrenman yapıyor? Bu veriyi grubun spor performansını geliştirmek için nasıl kullanabilirsin?

Beceri	Tam Öğrendim	Kısmen Öğrendim	Yardıma İhtiyacım Var
Verileri aralıklara göre gruplama			
Frekans diyagramları çizme			
Diyagram sonuçlarını yorumlama			
Öğrendiklerini günlük durumlarda uygulama			

Bireysel çalışma

1. Şehirdeki bir müzede bir gün boyunca ziyaretçilerin yaşlarına dair bir anket yapılmış. Veriler şu aralıklara göre gruplanmış:

Yaş Aralığı	Frekans (Ziyaretçi Sayısı)
15 – 24	12
25 – 34	18
35 – 44	10
45 – 54	8
55 – 64	5

- a) O gün müzeye toplam kaç ziyaretçi gelmiş?
b) Mod sınıfı hangisidir?
c) Mod sınıfından ne çıkarım yapabilirsin?
2. Bir müdür, şirketinin gelirini artırmak istiyor ancak bunun için pazarlama yatırımı yapması gerektiğini biliyor. Son 15 aylık pazarlama harcamalarına dair araştırma sonucunda şu veriler elde edilmiş:

Harcanan Tutar (denar)	Ay Sayısı
1 – 10 000	1
10 001 – 20 000	2
20 001 – 30 000	4
30 001 – 40 000	7
40 001 – 50 000	1

- a) Gruplanmış veriler için bir frekans diyagramı çiz.
b) Mod sınıfını belirle.
c) Medyanı içeren sınıfı bul.
d) Pazarlama yatırımını %15 artırmak isterse, hangi merkezi eğilim ölçüsüne göre karar vermesi daha iyi olur, mod sınıfına mı yoksa medyanı içeren sınıfa mı?
3. Bir deneyde bir grup öğrenci, aynı türden 50 tohumu farklı koşullarda ekiyor: uygun nem ve su eksikliği. 30 gün sonra bitkilerin boylarını santimetre cinsinden ölçüp kaydediyorlar.

Uygun Nem:

12 15 12 13 14 9 16 18 20 21
14 17 12 15 16 22 15 19 24 8
17 13 14 9 16 18 20 21 9 20
8 15 13 14 9 16 18 20 21 10
10 9 12 16 19 8 16 17 24 21

Su Eksikliği:

7 9 12 11 10 9 15 8 6 19
 4 8 14 15 7 10 12 19 3 11
 17 13 9 5 11 6 4 13 9 2
 15 13 10 6 9 8 15 20 13 8
 9 9 7 13 18 8 6 10 22 5

- Verileri 5 cm aralıklarla gruplandır ve her koşul için bir frekans diyagramı hazırla.
- Sonuçları yorumla ve farklı koşulların bitki büyümesi üzerindeki etkilerini açıkla.

Ekstra Zorluk: Bitki büyümesini etkileyen diğer faktörler üzerine kendi araştırmanı yap.

- Üç farklı coğrafi bölgedeki yıllık yağış miktarına dair veri topla: dağlık, kıyı ve ova bölgeleri. Verileri 100 mm aralıklarla grupta ve her bölge için frekans diyagramı hazırla. Sonuçları yorumla ve coğrafi özelliklerin yağış miktarını nasıl etkilediğini açıkla.

Aritmetik Ortalama Hesaplama ve İki Veri Kümesini Karşılaştırma

Diyelim ki en sevdiğin spor takımı birkaç maç oynadı ve maç başına ortalama kaç sayı aldığını öğrenmek istiyorsun. Ya da iki sporcunun performanslarının hangisinin daha istikrarlı olduğunu karşılaştırmak istiyorsun. Bu tür durumları açıklamak için aritmetik ortalama, medyan, mod ve aralık (range) gibi ölçüler kullanılır.

Bu derste, diyagramlarla gösterilen verilerden aritmetik ortalamayı nasıl tahmin edeceğini ve ardından tahminini hesaplayarak nasıl kontrol edeceğini öğreneceksin. Ayrıca iki



farklı veri kümesini çeşitli yöntemlerle karşılaştıracaksın. Bu beceriler, bilgileri analiz etmen ve günlük hayatta daha iyi kararlar vermen için sana yardımcı olacak!

Örnek 1

Tablo, 15 öğrencinin yaz tatilinde kaç kitap okuduğunu gösteriyor:

- Bu verilerin modu nedir?
- Medyanı belirle.
- Verilerin aralığını (range) belirle.

Kitap Sayısı	Öğrenci Sayısı
1	2
2	3
3	5
4	3
5	2

Çözüm:

Mod 3 (5 öğrenci 3'er kitap okur), medyan: 3, sıralama: $5 - 1 = 4$.

Alıştırma 1

Amra, 100 metre yarışına katılan 40 arkadaşının sürelerini ölçmüştü:

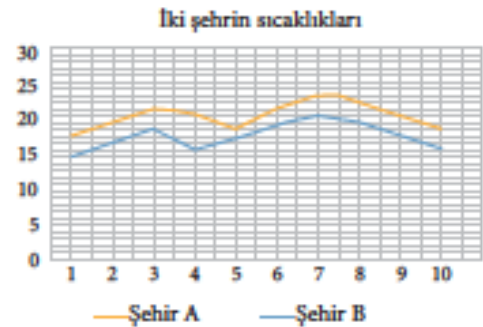
- Mod sınıfını belirle.
- Süreler sıralandığında medyan hangi aralıkta olur?

Süre (saniye)	Öğrenci Sayısı
12 - 14	4
15 - 17	10
18 - 20	15
21 - 23	8
24 - 26	3

Örnek 2

Şehir A ve Şehir B için 10 gün boyunca ortalama günlük sıcaklıklar ($^{\circ}\text{C}$ cinsinden) aşağıdaki çizgi diyagramında gösterilmiş.

- Diyagrama bakarak Şehir A ve Şehir B için sıcaklıkların aritmetik ortalamasını tahmin et.
- Her şehir için sıcaklıkların kesin aritmetik ortalamasını hesapla ve tahmininle karşılaştır.
- Her şehir için medyanı belirle.
- Her şehir için mod varsa belirle.
- Her şehir için sıcaklıkların aralığını (range) belirle.
- Hangi şehrin sıcaklıkları daha stabildir? Hesapladığın değerleri kullanarak açıklama yap.



Çözüm:

a) Aritmetik ortalama tahmini

Şehir A: Değerler 18 ile 24 arasında → tahmini ortalama yaklaşık 21 °C.

Şehir B: Değerler 15 ile 21 arasında → tahmini ortalama yaklaşık 18 °C.

b) Aritmetik ortalama hesaplama

Aritmetik ortalama, tüm değerlerin toplamının veri sayısına bölünmesiyle bulunur.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{Şehir A: } \bar{X}_A = \frac{18+20+22+21+19+23+24+22+20+19}{10} = 20,8^\circ\text{C}$$

$$\text{Şehir B: } \bar{X}_B = \frac{15+17+19+16+18+20+21+20+18+16}{10} = 18^\circ\text{C}$$

c) Medyan:

$$\text{Şehir A: } 18, 19, 19, 20, 20, 21, 22, 22, 23, 24 \rightarrow \text{medyan} = \frac{20+21}{2} = 20,5^\circ\text{C}$$

$$\text{Şehir B: } 15, 16, 16, 17, 18, 18, 19, 20, 20, 21 \rightarrow \text{medyan} = \frac{18+18}{2} = 18^\circ\text{C}$$

Veri sayısı çift olduğundan, medyan, ortadaki iki verinin aritmetik ortalamasıdır (sıralanmış veri dizisinde ortada bulunan veriler).

d) Mod:

Şehir A: 19, 20 ve 22 ikiyeşer kez görülür → mod = 19, 20 ve 22 (bu, veri kümesinin birden fazla modu olduğu duruma örnektir)

Şehir B: 16, 18 ve 20 ikiyeşer kez görülür → mod = 16, 18 ve 20.

e) Aralık:

$$\text{Şehir A: } 24 - 18 = 6^\circ\text{C}; \text{ Şehir B: } 21 - 15 = 6^\circ\text{C}$$

e) İki şehrin sıcaklıklarının karşılaştırılması

Şehir A'nın aritmetik ortalaması daha yüksek (20,8 °C'ye karşı 18,0 °C).

Şehir B'nin sıcaklıkları daha düşük, fakat sıcaklık aralıkları aynı (6 °C).

İki şehirdeki sıcaklık değişimleri benzer çünkü aralıkları aynı.

İki şehir aynı sıcaklık aralığına sahip olsa da, Şehir A genel olarak daha sıcak bir iklime sahiptir.

Alıştırma 2

Bir okul, 7. sınıftaki iki şubede medya okuryazarlığı testi uygulamış.

Her şubeden rastgele 10 öğrenci seçilmiş ve aşağıdaki tablo 0 ile 10 arasındaki puanları göstermektedir.

Tablo: Medya Okuryazarlığı Test Sonuçları

Öğrenci	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7 A	6	8	5	7	6	9	8	6	7	5
7 B	7	6	9	8	6	5	9	7	6	8

- İki şubenin sonuçları için aritmetik ortalamayı tahmin et.
- Her şube için kesin aritmetik ortalamayı hesapla ve tahmininle karşılaştır.
- Hangi şubenin medyanı daha yüksek?
- Her şube için aralığı (range) belirle.
- Hangi şubenin sonuç dağılımı daha dengeli? Açıkla.

Örnek 3

Bir grup 7. sınıf öğrencisi, okul bahçesi yanındaki bisiklet yolunda bisikletçilerin hızını ölçmüş. 10 bisikletçinin hızları (km/saat) aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Bisikletçi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hız (km/h)	12	15	14	13	15	17	16	14	15	18

- Bisikletçilerin hızlarının aritmetik ortalamasını tahmin et.
- Bisikletçilerin hızlarının kesin aritmetik ortalamasını hesapla.
- Verilerin medyanını belirle.
- Verinin modu nedir?
- Verinin aralığını (range) belirle.
- Maksimum izin verilen hız 15 km/saat ise, bu hızı kaç bisikletçi aşmıştır?
- Verilere dayanarak bisikletçilerin ve diğer yol kullanıcılarının güvenliği hakkında ne çıkarım yapabilirsin?

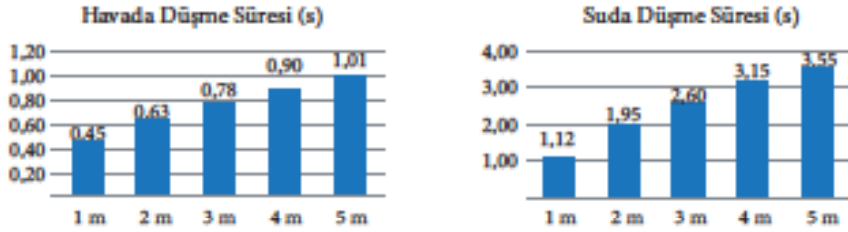
Çözüm:

- Aritmetik ortalama tahmini:
Hızlar genelde 12 ile 18 km/s arasında ve çoğunlukla 15 km/s civarında.
Tahmini aritmetik ortalama ≈ 15 km/s.
- Aritmetik ortalama hesaplama:
$$\bar{X} = \frac{12+15+14+13+15+17+16+14+15+18}{10} = 14,9 \text{ km/h}$$
- Medyan: Sıralı hızlar: 12, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 17, 18
Ortadaki iki değer 15 ve 15, Medyan = $\frac{15+15}{2} = 15$ km/h
- Mod: 15 km/s en sık tekrar eden değer (3 kez). $\rightarrow$ Mod = 15 km/s
- Aralık (range): $18 - 12 = 6$ km/s.

- f) İzin verilen hız sınırını (15 km/s)
aşan hızlar: 17, 16, 18
Üç bisikletçi sınırı aşmış.
- g) Güvenlik değerlendirmesi:
Ortalama hız 14,9 km/s olup sınır değerine çok yakın.
Üç bisikletçi izin verilen hızı aşmış ve bu potansiyel bir risk oluşturabilir.
Hız sınırı tabelalarının yerleştirilmesi veya aşırı hızın riskleri konusunda farkındalık çalışmaları gibi önlemlerle güvenlik artırılabilir.

Alıştırma 3

Bir grup öğrenci fizik laboratuvarında bir topu farklı yüksekliklerden bırakıyor ve düşme süresini ölçüyor. Deneyi iki farklı ortamda gerçekleştiriyorlar: havada ve suda. Ölçüm verileri sütun (bar) diyagramları ile gösterilmiştir.



- Grafiklere bakarak havada ve suda düşme süresinin aritmetik ortalamasını tahmin et.
- Her ortam için kesin aritmetik ortalamayı hesapla.
- Her ortam için düşme süresinin medyanını belirle.
- Hava ve su için verinin aralığını (range) belirle.
- Elde edilen değerleri kullanarak iki ortamı karşılaştır. Ortamın düşme süresine nasıl etkisi var?

Kuzey Makedonya'da iki farklı bölgede (dağlık ve ovalık) bir hafta boyunca hava koşulları gözlemlendi. Dağlık bölgede sıcaklıklar daha düşük ve yağış daha sık görülürken, ovalık bölgede sıcaklıklar daha yüksek ancak yağış nadirdir. Hava koşullarına bağlı olarak iki bölgedeki sıcaklık ve yağış verilerini nasıl analiz edersiniz? Aradaki farkı tahmin etmek için aşağıdakilerden hangisini kullanırsınız: aritmetik ortalama, medyan, mod? Dağlık bölgedeki sıcaklığın aritmetik ortalamasının ovadakinden düşük ve yağış miktarının daha yüksek olması ne anlama gelir? Bu durum, bu bölgelerdeki insanların yaşamlarını nasıl etkiler?

"Yıldız Rehberi"

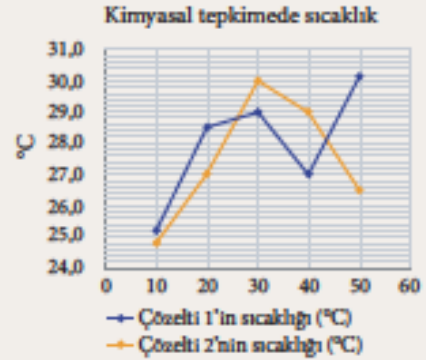
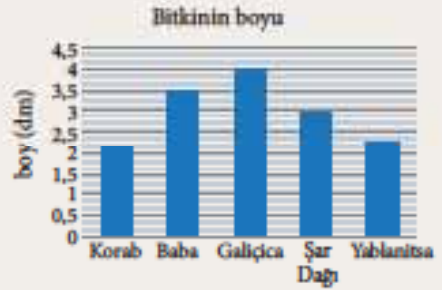
Dersin sonunda konuyu ne kadar anladığını beş yıldızla değerlendir:

- ★ - Hiçbir şey anlamadım.
- ★★ - Bazı temel kavramları anlıyorum.
- ★★★ - Çoğunu anlıyorum ama tamamen net olmayan şeyler var.
- ★★★★ - Çoğunu anlıyorum ve başkalarına anlatabilirim.
- ★★★★★ - Konuyu tamamen anlıyorum ve farklı durumlarda uygulayabilirim.

Dersin sonunda bilginin hangi seviyede olduğunu gösteren yıldız sayısını yaz ve istersen kısa bir yorum ekle (yardıma ihtiyacın varsa veya net olmayan bir şey varsa yazabilirsin).

Bireysel çalışma

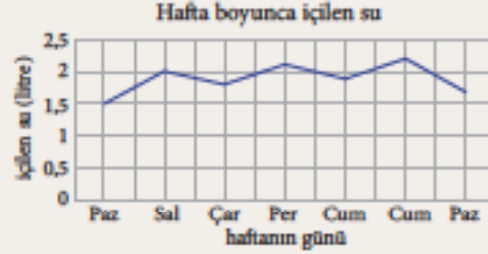
1. Eğrelti otu bitkisinin boyu verileri (dm cinsinden) birkaç Kuzey Makedonya dağında sütun grafiğiyle verilmiştir:
 - a) Eğrelti otunun boyu için aritmetik ortalamayı tahmin et.
 - b) Tam aritmetik ortalamayı hesapla.
 - c) Boylar için aralık (range), medyan ve modu bul.
2. Çizgi grafikte kimyasal bir reaksiyon sırasında çözeltilerin sıcaklık değişimleri verilmiştir:
 - a) Çözeltilerin sıcaklığı için aritmetik ortalamayı tahmin et.
 - b) Tam aritmetik ortalamayı hesapla.
 - c) Sıcaklık sonuçlarını aralık, medyan ve mod kullanarak karşılaştı. En yüksek ve en düşük sıcaklık arasındaki fark nedir?
3. Bir okulda iki sınıfta bazı öğrencilerin boyları ölçülmüş. Veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir:



Öğrenciler	Sınıf A (boy cm)	Sınıf B (boy cm)
Öğrenci 1	150	155
Öğrenci 2	160	162
Öğrenci 3	155	160
Öğrenci 4	165	168
Öğrenci 5	158	154

- Her sınıf için boyların aritmetik ortalamasını tahmin et.
- Hangi sınıfın aritmetik ortalaması daha büyük?
- İki sınıftaki boy verilerini aralık (range) kullanarak karşılaştır. Hangi öğrenci ve hangi sınıf en uzun?
- Hangi sınıfın boyları için medyan daha yüksek?

4. Bir öğrenci bir hafta boyunca her gün içtiği su miktarını ölçmüş. Veriler çizgi grafikte verilmiştir:



- Öğrencinin içtiği suyun miktarı için aritmetik ortalamayı tahmin et.
- Tahmini kontrol etmek için tam aritmetik ortalamayı hesapla.

5. İki sınıftan takımlar öğrencilerin haftalık ders çalışma sürelerini anketlemiş. Veriler tabloda verilmiştir:

- İki takımın aritmetik ortalamalarını karşılaştır.
- Hangi takım daha fazla ders çalışmış?

Takım	A	B
Ders saati	4, 6, 7, 9, 10	3, 5, 7, 8, 6

6. Marta ve Nikola 4 gün boyunca soru çözmüş. Veriler tabloda verilmiştir:

İsim	Marta	Nikola
Süre (saat)	3, 5, 2, 7	2, 6, 4, 8

- Her biri için medyayı kullanarak soru çözme sürelerini karşılaştır.
- Hangisi daha uzun ortalama süreyle soru çözmüş?

Sonuçlar. Olasılık

Her gün kararlar alır ve neler olabileceğini tahmin ederiz – yağmur yağıp yağmayacağı, bir oyunu kazanıp kazanamayacağımız veya bir zar attığımızda hangi sayı geleceği gibi. Bunlar, bir şeyin olma olasılığını anlamamıza yardımcı olan olasılık örnekleridir. Bu derste, olasılık dilini kullanarak farklı olayların sonuçlarını nasıl tanımlayıp yorumlayacağını öğreneceksin.



Bir olayın tüm olası çıktıları nasıl belirleyeceğini, bu çıktıları nasıl birbirini dışlayan (aynı anda gerçekleşemeyen) şekilde sınıflandıracağını ve tüm sonuçlar eşit olasılıklı olduğunda olasılığı nasıl hesaplayacağını öğreneceksin.

Örnek 1

Diyelim ki bir doğum günü partisindesin ve sana bir zar oyununa katılman teklif ediliyor. Zarın her yüzünde belirli sayıda nokta var (1, 2, 3, 4, 5 veya 6).

Senin görevin bu bilgilere dayanarak neler olacağını tahmin etmek:

- Gerçekleşmesi kesin olan olaylar hangileri, gerçekleşmesi imkânsız olan olaylar hangileri?
- Gerçekleşme olasılığı aynı olan olaylar hangileri?
- Gerçekleşme olasılığı farklı olan olaylara örnek ver.
- Zar atıldığında tüm olası sonuçlar nelerdir?

Çözüm:

- Kesin olan olay: Zarın üst yüzünde 1'den 6'ya kadar bir sayı çıkması. İmkânsız olan olay: 6'dan büyük veya 1'den küçük bir sayının çıkması.
- Zarın üstünde çift veya tek bir sayı gelmesi eşit olasılıklı olaylardır.
- Farklı olasılıklara sahip olaylar örneği:
 - Zarın üstünde 1'den küçük 2'den az bir sayı gelmesi (yalnızca 1 → tek bir sonuç var).
 - Zarın üstünde 2'den büyük bir sayı gelmesi (3, 4, 5 veya 6 → dört sonuç var).
- Zar atıldığında tüm olası sonuçlar şunlardır:
 - Üst yüzünde 1 nokta gelmesi,– Üst yüzünde 2 nokta gelmesi,– Üst yüzünde 3 nokta gelmesi,– Üst yüzünde 4 nokta gelmesi,– Üst yüzünde 5 nokta gelmesi,– Üst yüzünde 6 nokta gelmesi

Bir eylemin her bir sonucu veya bir deneyin her bir çıktısı basit olay (elemanter olay) olarak adlandırılır. Basit olayların tam kümesine ise olay denir.

Bütün nedenlerini bildiğimiz için kesin olarak tahmin edebileceğimiz basit olaylara kesin olaylar denir. Hiçbir zaman gerçekleşmeyecek basit olaylara ise imkânsız olaylar denir.

Alıştırma 1

Mile bakmadan çekmecedan 1 çorap çıkarır. Çekmecesinde 10 çorap olduğu, bunların 6'sının siyah, 2'sinin mavi ve 2'sinin yeşil olduğu biliniyor, yanıtla:

- Çekmecedan bir çorap çıkarırken kaç olası sonuç vardır?
- Birbirini dışlayan olası sonuçlar hangileridir? Açıkla.
- Mile'nin çekmecesinden çorap çıkarırken hangi olay kesindir, hangisi imkânsızdır?
- Mile'nin siyah veya yeşil çorap çekme olasılığı eşit midir? Mavi veya yeşil çorap çekme olasılığı eşit midir? Nedenini açıkla.

Örnek 2

Matey ve Sofia bir talih çarkıfelek oyunu oynuyorlar. Çark 4 kırmızı, 3 mavi ve 3 sarı alana bölünmüş. Üzerinde bir ok var, böylece çarkı döndürdükten sonra ok renklerden birini gösteriyor.

- Çarkı döndürürken olası tüm sonuçları listeleyin?
- Okun kırmızı alana düşme olasılığı nedir?
- Okun yeşil alana düşme olasılığı nedir?
- Okun kırmızı, mavi veya sarı alana düşme olasılığı nedir?
- Okun mavi veya sarı alana düşme olasılığı nedir?
- Karşılıklı olarak ayrık olan olası sonuçlar nelerdir? Açıklayın.

Olasılığın tanımı: Bir olayın olasılığı, o olayın gerçekleşme şansını veya ihtimalini ifade eden sayısal bir değerdir. 0 ile 1 arasında bir sayı olup, 0 olayın imkânsız olduğunu, 1 ise kesinlikle gerçekleşeceğini gösterir.

Bir olayın olasılığı, belirli bir deneydeki elverişli (istenilen) sonuç sayısının toplam mümkün sonuç sayısına oranı olarak hesaplanır, yani:

$$\text{olasılık} = \frac{\text{olumlu sonuçların sayısı}}{\text{toplam sonuç sayısı}}$$

Çözüm:

- a) Çarkı çevirme sırasında olası sonuçlar: "İbre kırmızı alanda durur", "İbre mavi alanda durur" ve "İbre sarı alanda durur".
- b) İbrenin kırmızı alanda durma olasılığı:
Kırmızı alan sayısı (uygun sonuçlar) = 4
Toplam alan sayısı = 4 + 3 + 3 = 10
Olasılık (kırmızı alan) = $\frac{\text{olumlu sonuçların sayısı}}{\text{toplam sonuç sayısı}} = \frac{4}{10} = 0,4(40\%)$
- c) İbrenin yeşil alanda durma olasılığı:
Yeşil alan sayısı (uygun sonuçlar) = 0
Olasılık (yeşil alan) = $\frac{0}{10} = 0 \rightarrow$ Bu imkânsız bir olaydır.
- d) "İbrenin mavi veya kırmızı veya sarı alanda durması" olayı kesin bir olaydır, çünkü ibre mutlaka çarktaki bu üç alandan birinde durur. Olasılığı 1'dir:
Olasılık (kırmızı veya sarı veya mavi) = $\frac{(4+3+3)}{10} = \frac{10}{10} = 1(100\%) \rightarrow$ kesin olay
- e) İbrenin mavi veya sarı alanda durma olasılığı:
Mavi alan sayısı = 3, sarı alan sayısı = 3, toplam uygun sonuç = 3 + 3 = 6
Olasılık (mavi veya sarı) = $\frac{6}{10} = 0,6(60\%)$
- e) Sonuçlar birbirini dışlar; örneğin, ibrenin aynı anda hem yeşil hem kırmızı alanda durması mümkün değildir (tanımlanmış sonuçlara göre ibre yalnızca bir alanı gösterebilir).

Birbirini dışlayan sonuçlar, aynı anda gerçekleşemeyen sonuçlardır.
Eş olasılıklı sonuçlar ise gerçekleşme olasılıkları aynı olan sonuçlardır.

Alıştırma 2

Bir kutuda 12 top var: 4'ü kırmızı, 3'ü yeşil, 2'si sarı ve 3'ü mavi. Aynı anda yalnızca bir top çekileceği açıktır.

- a) Kutudan bir top çekildiğinde kaç olası sonuç vardır?
- b) Birbirini dışlayan olası sonuçlar hangileridir? Açıkla.
- c) Yeşil bir top çekme olasılığı nedir?
- d) Bir top çekip sarı çıkarsa ve geri koymazsan, kırmızı top çekme olasılığı nedir?

Alıştırma 3

Ana ve Boyan iki zarla bir oyun oynuyorlar. İki zarı attıklarında üst yüzlerindeki sayıların toplamını alıyorlar. 10 veya daha büyük toplam alan kazanır.

Ana diyor ki: "Kazanma şansım yüksek!"

Boyan diyor ki: "Toplamın 10 olma veya olmama olasılığı eşit bence."

- a) İki zar atıldığında elde edilebilecek olası toplamlar hangileridir?
- b) Toplamın 10 veya daha büyük olma olasılığı nedir?
- c) Ana gerçekten yüksek kazanma şansına mı sahip?

Örnek 3

Marko sabah hava durumu tahminine bakıyor ve gün içinde yağmur yağma olasılığı 0,7 (yani %70) olarak gösteriliyor. Marko düşünüyor: “Şemsiye alayım mı almayayım mı?”

Arkadaşı Viktor ona diyor ki: “Şemsiye alma, yağmur yağmama olasılığı %30!”

- a) Yağmur yağma olasılığı 0,7’yi nasıl anlamalıyız?
- b) Yağmur yağmama olasılığı nedir?
- c) Marko’ya ne tavsiye edersin — şemsiye alsın mı almasın mı?

Çözüm:

- a) Yağmur yağma olasılığı 0,7 (yani %70), bu da yağmur yağma ihtimalinin yüksek olduğunu gösterir.
- b) Bu iki sonuç birbirini dışlar, bu yüzden YAĞMUR YAĞMAMA olasılığı $1 - 0,7 = 0,3$ (%30), yani kuru kalma şansı daha düşüktür.
- c) Yağmur yağma olasılığı %50’den büyük olduğu için Marko’nun şemsiye alması daha akıllıca olur!

Bu örnekten ne öğrendin?

- Olasılık, günlük hayatta daha iyi kararlar vermemize yardımcı olur.
- Küçük bir risk (örneğin şemsiye taşımak) büyük bir sorunu (ıslanmayı) önleyebilir.

Bir olayın gerçekleşme olasılığı %50’den büyükse, o olay “muhtemel” olarak kabul edilir. Bu, olayın olma şansının olmama şansından daha fazla olduğu anlamına gelir.

Alıştırma 4

Marko ve Yovana iki farklı zarla bir oyun oynuyorlar. Her zarın üzerinde 1’den 6’ya kadar sayılar var. Her ikisi de aynı anda iki zarı atıyor. Kim kazanma olasılığı daha yüksek olur eğer:

- Marko iki zarın toplamı 7’den büyük olursa kazanır,
- Yovana ise toplam 7 veya daha az olursa kazanır?

Hangi günlük durumlarda karar vermek için olasılık kullanırsınız? Örnekler verebilir misin?

Bir okulda yarın matematik yarışması yapılma olasılığı 0,8 ise, bu bilgiyi nasıl yorumlarsın? Hazırlanmalı mısın?

DeFTERİNE tabloyu çiz ve doldur.

İfade	Yapamıyorum	Kısmen Yapabiliyorum	Tamamen Yapabiliyorum
Basit problemlerde eşit olasılıklı sonuçlara dayanarak olasılığı belirleyebilirim.			
Olasılığı tanımlamak için 0 ile 1 arasındaki sayıları kullanabilirim.			
Bir olayda birbirini dışlayan tüm olası sonuçları tanımlayabilirim.			
Olasılığın bana karar vermede yardımcı olduğu gerçek yaşamdan bir örnek verebilirim.			

Bireysel çalışma

- a) Bir zar atıldığında üst yüzünün çift sayı olma olasılığı nedir, tek sayı olma olasılığı nedir?
b) "Üst yüzde 1 veya 2 nokta gelmesi" olayı ile "üst yüzde 5 veya 6 nokta gelmesi" olayı aynı olasılığa mı sahiptir? Açıkla.
c) Hangi olayın olasılığı daha büyüktür: "Üst yüzde çift sayı gelmesi" mi yoksa "üst yüzde en az 2 nokta gelmesi" mi?
- Rasgele 1 ile 10 arasında bir sayı seç.
a) Kaç olası sonuç vardır?
b) Çift sayı seçmek ile tek sayı seçmek eşit olasılığa sahip midir?
- Rasgele 1 ile 25 arasında bir sayı seç.
a) Kaç olası sonuç vardır?
b) Bir asal sayı seçme olasılığı nedir?
c) Birbirini dışlayan sonuçlara örnek ver.
d) "Seçilen sayı tektir" sonucu, "Seçilen sayı asaldır" sonucunu dışlar mı?

4. Zar atarak oynanan bir oyun oynuyorsun. Zar atıldığında üst yüzde 6 nokta gelirse ödül kazanıyorsun. Üst yüzde 6'dan küçük bir sayı gelirse kaybediyorsun.
- a) Kazanma ve kaybetme olasılıklarının oranı nedir?
- b) Bu oyun adil mi? Nedenini açıkla.
- c) Organizatör oyunu daha adil yapmak isterse kuralı nasıl değiştirebilir?
5. Bir dans kulübünde 50 üye var. Üyeler yaşa göre gruplara ayrılmış: 18 yaşına kadar gençler ve 18 yaşından büyük yetişkinler. Aşağıdaki tabloda cinsiyete ve yaşa göre üye sayıları verilmiştir.

Tablo – Kulüpte yaş ve cinsiyete göre üye sayısı

	Genç üye	Yetişkin üye
Kadın	15	10
Erkek	12	13

Kulüpten rastgele bir üye seçilirse, aşağıdaki olasılıklar nedir:

- a) kadın olma olasılığı b) yetişkin erkek olma olasılığı
- c) genç üye olma olasılığı d) genç kadın olma olasılığı

DeneySEL ve Teorik Olasılık

Bu derste deneySEL olasılık kavramıyla ve onun nasıl hesaplanacağıyla tanışacaksın. DeneySEL olasılıkla teorik olasılık arasındaki farkları görebilecek ve basit durumlarda karşılaştırma yapabileceksin. Ayrıca bir deney yaparken veri topladığında, bu verileri o gerçekleşen olayların olasılığını hesaplamak için nasıl kullanacağını öğreneceksin ve sonra bu sonuçları teorik tahminlerle karşılaştırabileceksin.

Bu bilgi, olasılıkların nasıl işlediğini anlamana ve onları gerçek hayatta nasıl kullanabileceğini öğrenmene yardımcı olacak.



Örnek 1

Bir kutuda farklı renkte 4 top var: kırmızı, sarı, yeşil ve mavi. Her seferinde kutudan bir top çekeceksin.

- Çekilen topun kırmızı olma olasılığı nedir?
- Çekilen topun sarı olma olasılığı nedir?
- Çekilen topun yeşil olma olasılığı nedir?
- Çekilen topun mavi olma olasılığı nedir?

Çözüm:

Kutuda 4 top var ve her renkten 1 tane top bulunduğu için tüm sonuçlar eşit olasılıklıdır ve birbirini dışlar. Her bir sonucun olasılığı $\frac{1}{4}$ 'tür.

Alıştırma 1

Yovana'nın odasındaki rafta 3 şiir kitabı, 5 gerilim kitabı ve 7 ders kitabı var. Jovana gerilim kitapları okumayı seviyor. Rafından gözünü kapatıp rastgele bir kitap seçtiğinde kendi okuma zevkine uygun bir kitap seçme olasılığını hesapla.

Örnek 2

Bir kutuda 3 kırmızı top ve 2 yeşil top var. Kutudan bakmadan bir top çekiyorsun.

- Kırmızı top çekme teorik olasılığını hesapla.
- Deney yap: kutudan 10 kez birer top çekip her seferinde geri koyarak sonuçları not et.
- DeneySEL (gözlenen) olasılığı, deney sonuçlarına göre kırmızı top çekme olasılığı olarak hesapla.
- Teorik ve deneySEL olasılığı karşılaştır.

Çözüm:

- a) Teorik olasılık = $\frac{\text{olumlu sonuçların sayısı}}{\text{tüm sonuçların sayısı}}$

Kutuda 3 kırmızı bilye olduğu için olumlu sonuçların sayısı 3, kutudaki toplam bilye sayısı 5'tir.

Dolayısıyla teorik olasılık (kırmızı bilye) = $\frac{3}{5} = 0,6$ (60%).

- b) Deneyi yaptığımızda, kutudan bilyeyi bakmadan ve geri koyarak 10 kez çektiğimizde aşağıdaki sonuçları aldığımızı varsayalım:

Çekiliş	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bilye/Renk	kırmızı	yeşil	kırmızı	kırmızı	yeşil	kırmızı	kırmızı	kırmızı	yeşil	kırmızı

Sonuç olarak, 10 çekişte 7 kez kırmızı bilye çekilmiş.

$$\text{DeneySEL olasılık} = \frac{\text{belirli bir olayın gerçekleştiği sayısı}}{\text{toplam deney sayısı}}$$

- c) Elde edilen deney sonuçlarına göre 10 denemede 7 başarılı sonuç var, yani:
DeneySEL olasılık = $\frac{7}{10} = 0,7$ (70%).
- d) Teorik ve deneySEL olasılığın karşılaştırılması:
Bu örnekte teorik olasılık 0,6, deneySEL olasılık ise 0,7'dir.
DeneySEL olasılık teorik olasılıktan biraz büyük olsa da bu tamamen normaldir.
Bunun nedeni, deneylerin her yapıldığında farklı sonuçlar verebilmesidir.

Deneme sayısı arttıķa (20, 30, 40...) deneySEL olasılık değeri teorik olasılığa daha da yaklaşır.
Başka bir deyişle, başarılı sonuçların sayısının toplam deneme sayısına oranı teorik olasılığa, yani 0,6'ya yakın bir değer olacaktır.

Alıştırma 2

Bir zarla oyun oyna. Zarın her yüzünde farklı sayıda nokta var: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6.

- Zar bir kez atıldığında st yüzünde 3 sayısının gelme teorik olasılığını hesapla.
- Bir deney yap: zarı 20 kez at ve sonuçları kaydet.
- Deney sonuçlarına göre st yüzünde 3 sayısı gelme deneySEL olasılığını hesapla.
- Teorik ve deneySEL olasılıkları karşılaştır.

rnek 3

Lena ve arkadaşları yazı-tura atma yarışması yapıyorlar.

Yarışma 50 para atışından oluşuyor.

Lena, 50 atışta "yazı" gelme olasılığını hesaplamak ve bunu teorik olasılıkla karşılaştırmak istiyor.

- Tek bir para atışında "yazı" gelme teorik olasılığını hesapla.
- Lena parayı 50 kez atıyor. Sonuçlarda 22 kez "yazı" ve 28 kez "tura" geliyor.
"Yazı" gelme deneySEL olasılığını hesapla.
- Teorik ve deneySEL olasılıkları karşılaştır.

Çözüm:

- a) Paranın iki eşit olasılıklı sonucu vardır: "tura" veya "yazı". O zaman "yazı" gelme teorik olasılığı: $\frac{1}{2} = 0,5$,
"Tura" gelme teorik olasılığı da 0,5 veya %50'dir.
- b) Lena parayı 50 kez atmış ve 22 kez "yazı", 28 kez "tura" gelmiş.
DeneySEL "yazı" gelme olasılığı $\frac{22}{50} = 0,44$ veya 44%'tür
- c) Teorik ve deneySEL olasılığın karşılaştırılması:
- Teorik olasılık 0,5 veya %50'dir.
 - DeneySEL olasılık $22/50 = 0,44$ veya %44'tür.

Burada da 2. örnekte olduğu gibi önemli bir not vardır: DeneySEL ve teorik olasılık arasındaki fark, atış sayısının sınırlı olmasından kaynaklanan rastlantısallıktır.

Alıştırma 3

Bir tavuk çiftliği sahibi 100 tavuğa sahiptir. Bunların 80'i beyaz yumurta, 20'si kahverengi yumurta yumurtlar. Sahip olduğu her türden ortalama kaç yumurta alacağını belirlemek için bir deney yapmak ister.

Çiftçi 5 farklı çekiliş (test) yapar ve her testte 10 tavuk seçer, her birinin ne tür yumurta yaptığını gözlemler ve sonuçları kaydeder.

Deney sonuçları şöyledir: 1.çekiliş: 8 beyaz, 2 kahverengi, 2.çekiliş: 7 beyaz, 3 kahverengi, 3.çekiliş: 9 beyaz, 1 kahverengi, 4.çekiliş: 8 beyaz, 2 kahverengi, 5.çekiliş: 6 beyaz, 4 kahverengi

Bu 5 testten sonra çiftçi tüm beyaz ve kahverengi yumurta sonuçlarını toplar ve deneySEL olasılığı hesaplar.

- a) Beyaz yumurta veren bir tavuğun teorik olasılığını ve kahverengi yumurta veren bir tavuğun teorik olasılığını hesapla.
- b) Her bir 5 test için deneySEL olasılığı hesapla.
- c) Teorik ve deneySEL olasılık sonuçlarını analiz et ve karşılaştır. Kahverengi yumurta veren bir tavuk seçilme olasılığının nasıl olacağını ve nedenini açıkla.

Çiftçi sadece 5 yerine 100 deneme yapsaydı ne olurdu? Beyaz yumurta için teorik olasılık olan %80'e kıyasla sonuç nasıl değişirdi?

İşini değerlendir, ne öğrendiğini ve olasılık kavramını nasıl uyguladığını düşün.

1. Bu iki tür olasılık arasındaki farkları açıklayabiliyor muyum? (Evet/Hayır)
2. DeneySEL olasılığı hesaplariken teorik olasılıkla karşılaştırabiliyor muyum? (Evet/Hayır)
3. DeneySEL olasılıkta yaptığım deneme sayısının teorik olasılık değeriyle olan ilişkisini biliyor muyum? (Evet/Hayır)
4. Bu dersi aldıktan sonra olasılık ilkelerini daha iyi anlıyor muyum? (Evet/Hayır)

Çoğunlukla “Evet” yanıtladıysan, dersi başarıyla anladın ve uyguladın demektir. Eğer “Hayır” yanıtların varsa, hangi kısımları anlamadığını düşün ve o bölümleri tekrar çalışmaya zaman ayır.

Bireysel çalışma

1. Marko 1’den 6’ya kadar sayıları olan bir zarla oyun oynuyor. Zarı 20 kez atıyor. Denemeler sırasında şu sonuçları almış:
Üst yüzde 1 nokta: 3 kez,
2 nokta: 4 kez,
3 nokta: 5 kez,
4 nokta: 4 kez,
5 nokta: 2 kez,
6 nokta: 2 kez.
a) Zarın bir atılışında üst yüzde her bir nokta sayısının gelme olasılığını hesapla.
b) Deney verilerine göre her bir nokta için olasılığı hesapla.
c) a) ve b) sonuçlarını karşılaştır. Ne sonuç çıkarıyorsun?
2. Mariya parayı 10 kez atmış. 6 kez üst yüzde “yazı”, 4 kez “tura” gelmiş.
a) Bir atışta paranın üst yüzünde “yazı” veya “tura” gelme olasılığını hesapla.
b) Mariya’nın atış sonuçlarına göre her iki yüzün gelme olasılığını hesapla.
c) Olasılıkları karşılaştır. Bu fark neden ortaya çıkıyor?
3. Marko otomat makinesinden kahve almaya karar vermiş. Üç seçenek var: macchiato, espresso ve cappuccino. Son 100 denemede macchiato 40 kez, espresso 30 kez ve cappuccino 30 kez seçilmiş.
a) Her kahvenin seçilme teorik olasılığını hesapla.
b) Verilere dayalı olarak deneySEL olasılığı hesapla.
c) Teorik ve deneySEL olasılıkları karşılaştır ve yakınlaşıp yakınlaşmadıklarını açıkla.

- 
4. Nataşa arkadaşlarıyla dışarı çıkmak için hazırlanıyor. Dolabında 3 farklı renkte giysi var: 2 kırmızı, 3 yeşil ve 5 sarı. Nataşa hangi rengi seçeceğine karar veremiyor ve dolaptan bakmadan seçiyor.
 - a) Her bir giysi renginin seçilme teorik olasılığını hesapla.
 - b) 20 giysi seçimiyle bir deney yap. Her seçimden sonra giysi tekrar dolaba konur. Deneysel olasılığı hesapla. (Kutu içinden renk yazılı kağıtlar çekerek simülasyon yap.)
 - c) Teorik ve deneysel olasılıkları karşılaştır ve aralarındaki farklar üzerine düşün.
 5. Hava durumu tahmini hazırlanırken deneysel ve teorik olasılığın nasıl ve ne kadar kullanıldığını araştır.

